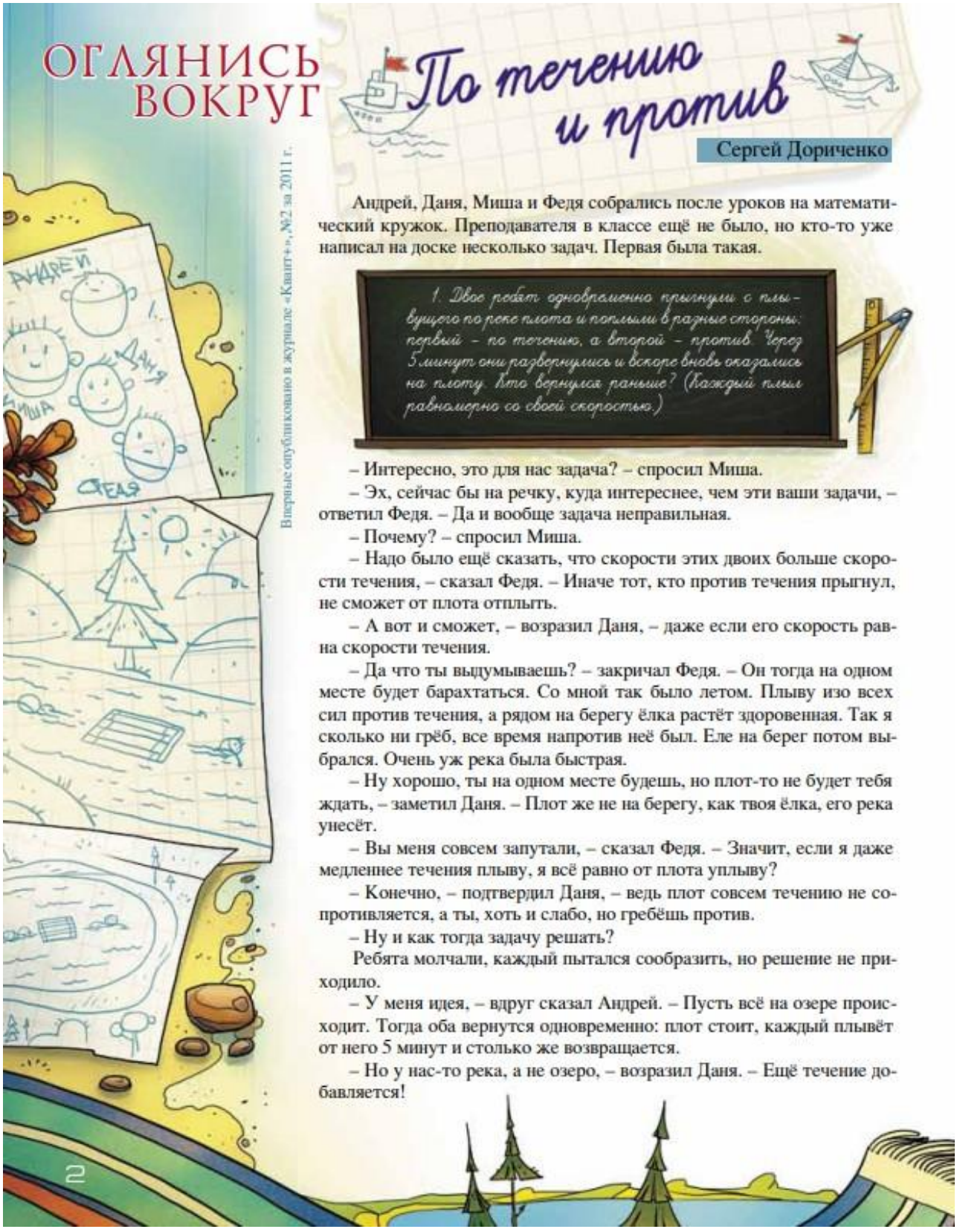
Занятие после 11.10. Домашняя работа:

1) Внимательно посмотрите презентацию с занятия.
2) Решите последнюю задачу с занятия.
3) Прочитайте статью и решите задачу из нее.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

По течению и против

Сергей Дориченко

Впервые опубликовано в журнале «Квант+», №2 за 2011 г.

Андрей, Даня, Миша и Федя собрались после уроков на математический кружок. Преподавателя в классе ещё не было, но кто-то уже написал на доске несколько задач. Первая была такая.

1. Двое ребят одновременно прыгнули с плывущего по реке плота и поплыли в разные стороны: первый – по течению, а второй – против. Через 5 минут они развернулись и вскоре вновь оказались на плоту. Кто вернулся раньше? (Каждый плыл равномерно со своей скоростью.)

– Интересно, это для нас задача? – спросил Миша.

– Эх, сейчас бы на речку, куда интереснее, чем эти ваши задачи, – ответил Федя. – Да и вообще задача неправильная.

– Почему? – спросил Миша.

– Надо было ещё сказать, что скорости этих двоих больше скорости течения, – сказал Федя. – Иначе тот, кто против течения прыгнул, не сможет от плота отплыть.

– А вот и сможет, – возразил Даня, – даже если его скорость равна скорости течения.

– Да что ты выдумываешь? – закричал Федя. – Он тогда на одном месте будет барахтаться. Со мной так было летом. Плыву изо всех сил против течения, а рядом на берегу ёлка растёт здоровенная. Так я сколько ни грёб, все время напротив неё был. Еле на берег потом выбрался. Очень уж река была быстрая.

– Ну хорошо, ты на одном месте будешь, но плот-то не будет тебя ждать, – заметил Даня. – Плот же не на берегу, как твоя ёлка, его река унесёт.

– Вы меня совсем запутали, – сказал Федя. – Значит, если я даже медленнее течения плыву, я всё равно от плота уплыву?

– Конечно, – подтвердил Даня, – ведь плот совсем течению не сопротивляется, а ты, хоть и слабо, но гребёшь против.

– Ну и как тогда задачу решать?

Ребята молчали, каждый пытался сообразить, но решение не приходило.

– У меня идея, – вдруг сказал Андрей. – Пусть всё на озере происходит. Тогда оба вернутся одновременно: плот стоит, каждый плывёт от него 5 минут и столько же возвращается.

– Но у нас-то река, а не озеро, – возразил Даня. – Ещё течение добавляется!

© 2024 Группа образовательных компаний «Альбион»

+7 495 650-99-95
+7 495 694-36-00
+7 925 505-24-42
+7 916 151-25-94
info@oxbrige.ru

– Ну и что? Река всё, что в неё попало, одинаково движет вперёд: со скоростью течения. А это значит, что течения как бы и нет.

– Пожалуй, правда. Неужели всё так просто?

– Конечно. А в туман, когда берега не видно, ты вообще реку от озера не отличишь!

– Придумал, придумал! – Все посмотрели на Федю, который от волнения даже руками размахивал. – Я могу ещё понятнее объяснить. У меня папа кинооператор, он боевик снимал, и там был похожий случай. Вот представьте, ехал бы он по берегу всё время напротив плота и снимал его на плёнку. Что бы мы потом на экране увидели?

– Ничего особенного, – пожал плечами Даня. – В центре экрана плот стоит, а противоположный берег с деревьями едет, как за окном в поезде.

– Нам берег сейчас не интересен, – строго сказал Федя. – Важно, что был бы неподвижный плот, причём на неподвижной воде! С него в разные стороны спрыгнули двое. За 5 минут каждый отплыл на своё расстояние и обратно проплывёт его за те же 5 минут.

– Да, здорово, – сказал Андрей. – Кажется, это называется «перейти в систему отсчёта, связанную с плотом», моему брату на физике рассказывали.

– Не умничай. А про поезд ты удачно вспомнил, как мы сразу не сообразили. – Федя просто сиял от удовольствия. – Река всё вперёд движет, как будто поезд или самолёт. Вот если мы с тобой побежим в разные стороны по коридору летящего самолёта и через пару секунд побежим обратно, то встретимся в исходной точке.

– Ага, – согласился Даня. – И если подпрыгнуть в самолёте вверх, то приземлишься на то же место, откуда прыгал. Хоть у самолёта скорость огромная, он из-под тебя не улетит.

– А потому, – подхватил Андрей, – что это у него относительно земли скорость большая. Но и ты летишь с той же скоростью. Вот для тебя самолёт и неподвижен.

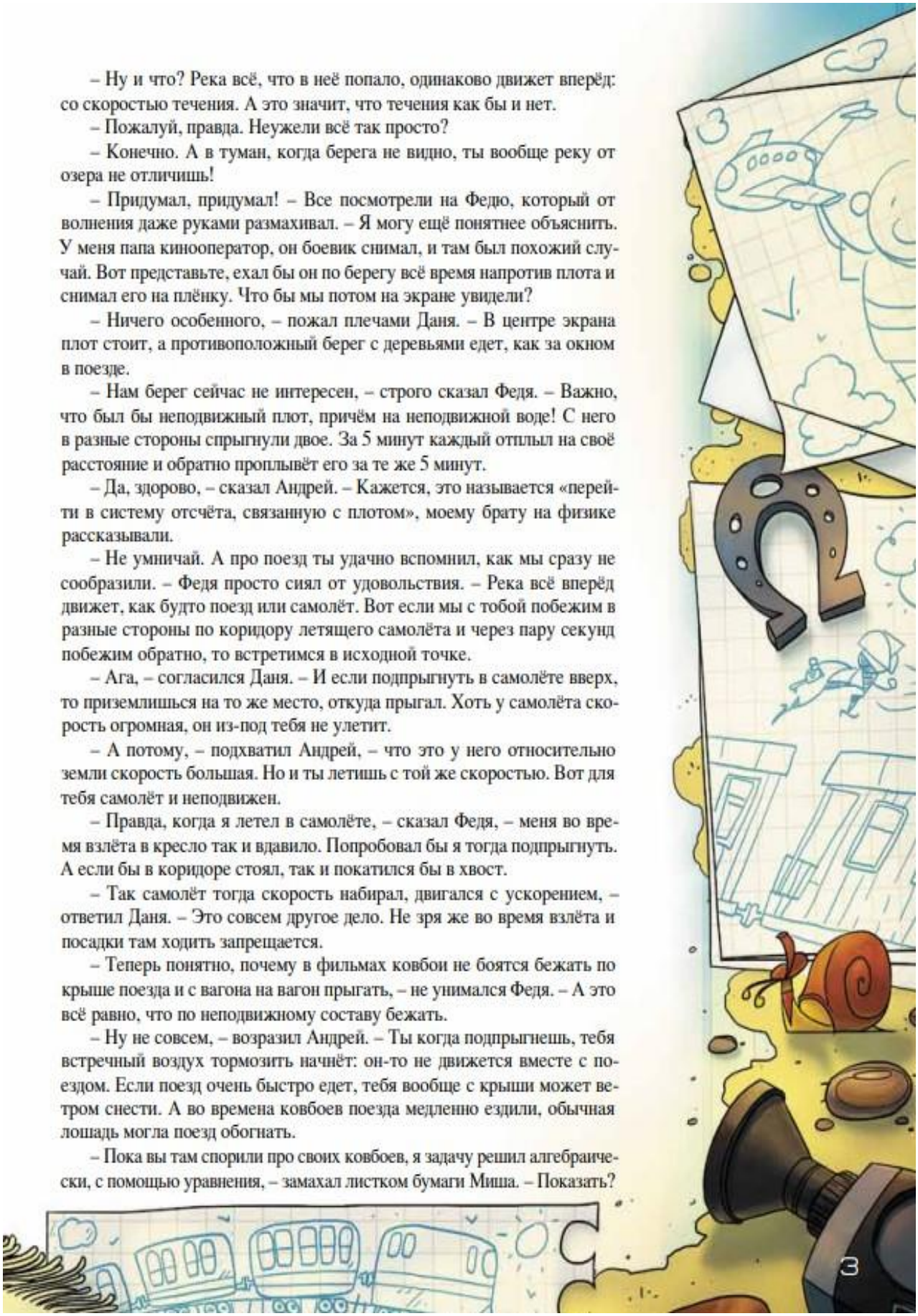
– Правда, когда я летел в самолёте, – сказал Федя, – меня во время взлёта в кресло так и вдавило. Попробовал бы я тогда подпрыгнуть. А если бы в коридоре стоял, так и покатился бы в хвост.

– Так самолёт тогда скорость набирал, двигался с ускорением, – ответил Даня. – Это совсем другое дело. Не зря же во время взлёта и посадки там ходить запрещается.

– Теперь понятно, почему в фильмах ковбои не боятся бежать по крыше поезда и с вагона на вагон прыгать, – не унимался Федя. – А это всё равно, что по неподвижному составу бежать.

– Ну не совсем, – возразил Андрей. – Ты когда подпрыгнешь, тебя встречный воздух тормозить начнёт: он-то не движется вместе с поездом. Если поезд очень быстро едет, тебя вообще с крыши может ветром снести. А во времена ковбоев поезда медленно ездили, обычная лошадь могла поезд обогнать.

– Пока вы там спорили про своих ковбоев, я задачу решил алгебраически, с помощью уравнения, – замахал листком бумаги Миша. – Показать?



+7 495 650-99-95
+7 495 694-36-00
+7 925 505-24-42
+7 916 151-25-94
info@oxbrige.ru

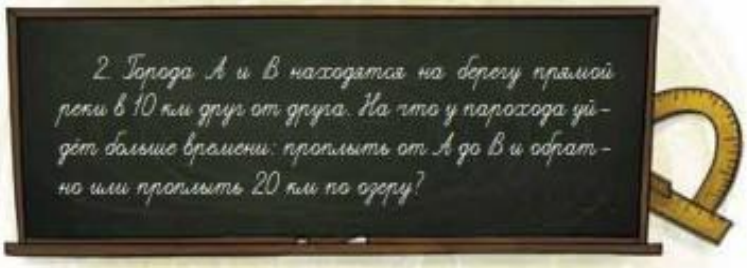
– Да и так всё ясно. Ну ладно, показывай, не зря же ты старался.

Ребята столпились над Мишиным листком.

– А у меня очень коротко. Пусть v – скорость реки, x – скорость первого, в метрах в минуту. Первый сначала плывёт 5 минут по течению со скоростью $x+v$ относительно берега. А возвращается пусть t минут, уже со скоростью $x-v$. Тогда в итоге он сдвинется от начального положения на $5(x+v)-t(x-v)$ метров, а плот сдвинется на $(5+t)v$ метров. Но они должны оказаться в одной точке. Приравнивая, получаем $t=5$. Ну и для второго так же проверяется.

– У нас то же самое, только без всяких там x и v.

– Давайте и вторую задачу решим.



– Ну, эта задача ещё проще, – сразу заявил Федя. – Когда пароход плывёт по течению, ему река помогает. А когда он плывёт против течения, ему река мешает, и всю выгоду от полученной помощи съедает. Значит, одно и то же получается, что от A до B и обратно проплыть, что по озеру.

– Что-то тут не так, – засомневался Андрей. – Представь, что скорость парохода равна скорости течения. Он тогда в тот город, что выше по течению, вообще не доплывёт, не поборет течение. А по озеру запросто. Так что, наверное, по озеру всегда быстрее.

– А где у меня ошибка?

– Кажется, я понял. Вот ты говоришь, течение помогает, мешает... А что это значит?

– Что тут неясного?

– Помогает – значит каждую секунду ещё на сколько-то метров вперёд пододвигает, а мешает – каждую секунду на столько же метров обратно отодвигает, по сравнению с озером.

– Так и я то же самое говорю, только короче и понятнее.

– Да ты главное забыл. Пароход плывёт вверх и вниз одно и то же расстояние. Но вниз он проплывает его быстрее, чем вверх. А значит, течение помогает ему меньше времени, чем мешает! Вот и получается, что выгода будет меньше, чем вред.

– Ах я дубина! Да, здорово. Выходит, по озеру быстрее получится.

– А я снова алгебраически задачу решил, – сказал Миша.

– Слушай, ты, алгебраист-отличник, – набросился на него Федя. – Ну что тут писать, если уже и так всё ясно.

– Видел я, как вам всё было ясно. Вы запутались, вот я и составил уравнение. Я же не знал, что вы так скоро распутаетесь.

© 2024 Группа образовательных компаний «Альбион»

+7 495 650-99-95
+7 495 694-36-00
+7 925 505-24-42
+7 916 151-25-94
info@oxbrige.ru

– Ладно, показывай. Эх, неохота проверять.

На листке было написано следующее:

– Я вычисления плохо понимаю, – сказал Федя, – я люблю без них обходиться. Так, есть у нас что-нибудь нерешённое?

На доске оставалась ещё одна задача.

– Ой, а тут наверняка уравнение составлять придётся, – помрачнел Федя. – Вот сказано, что вниз по реке пароход плывёт трое суток, а вверх – пять. И что это значит?

– Да просто скорости их относительно земли относятся как 5 к 3, – сказал Андрей.

– Чьи скорости? – не понял Федя.

– Ну, парохода, который по течению плывёт, и который против, – пояснил Андрей. – Можно даже так сказать: выпустим два одинаковых парохода, один вниз по течению, а другой вверх. Тогда если первый проплыл по реке 5 км, второй за это время проплывёт 3 км.

– Слушайте, да это же гениальная идея! – подхватил Даня.

– Какая ещё идея?

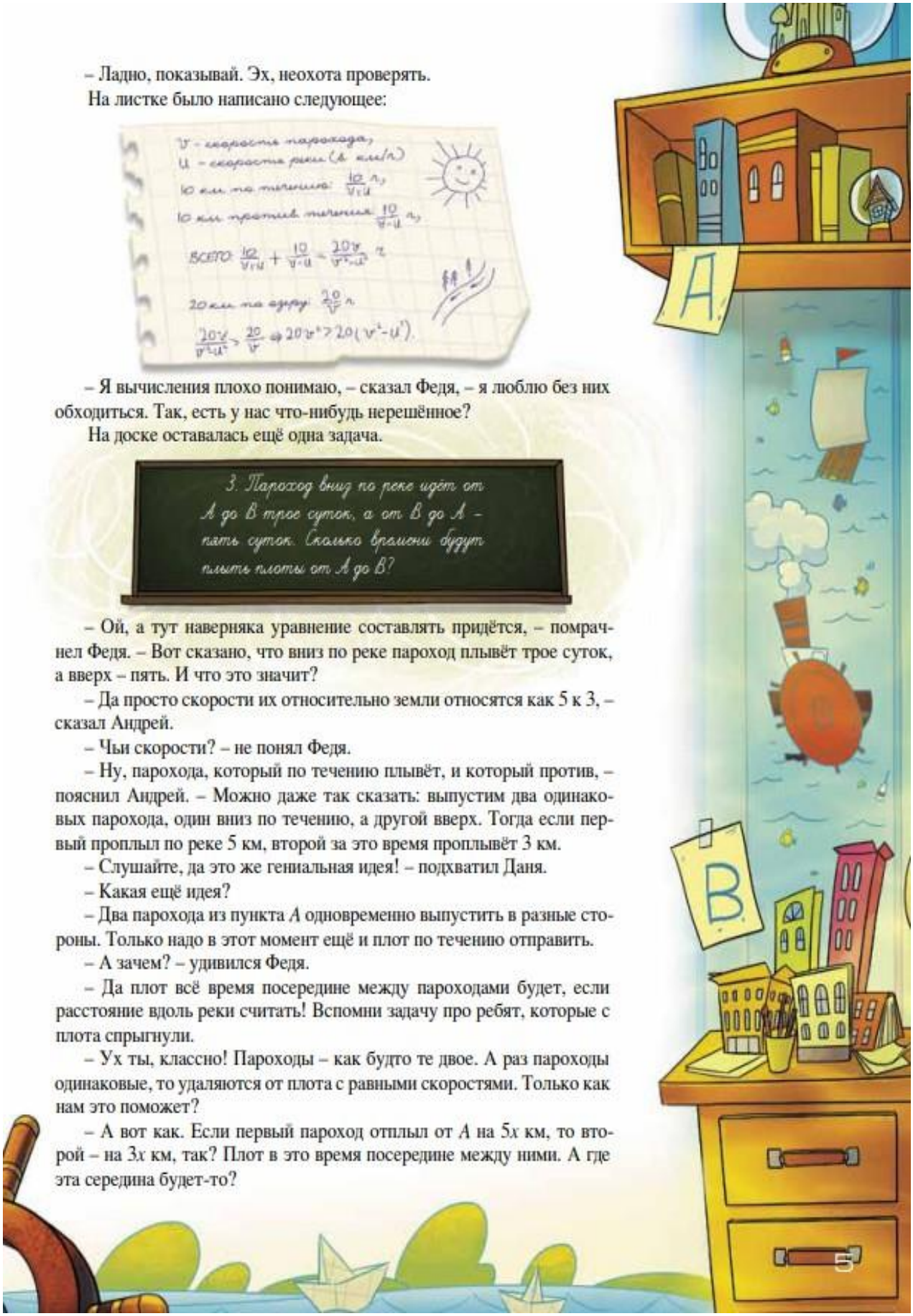
– Два парохода из пункта A одновременно выпустить в разные стороны. Только надо в этот момент ещё и плот по течению отправить.

– А зачем? – удивился Федя.

– Да плот всё время посередине между пароходами будет, если расстояние вдоль реки считать! Вспомни задачу про ребят, которые с плота спрыгнули.

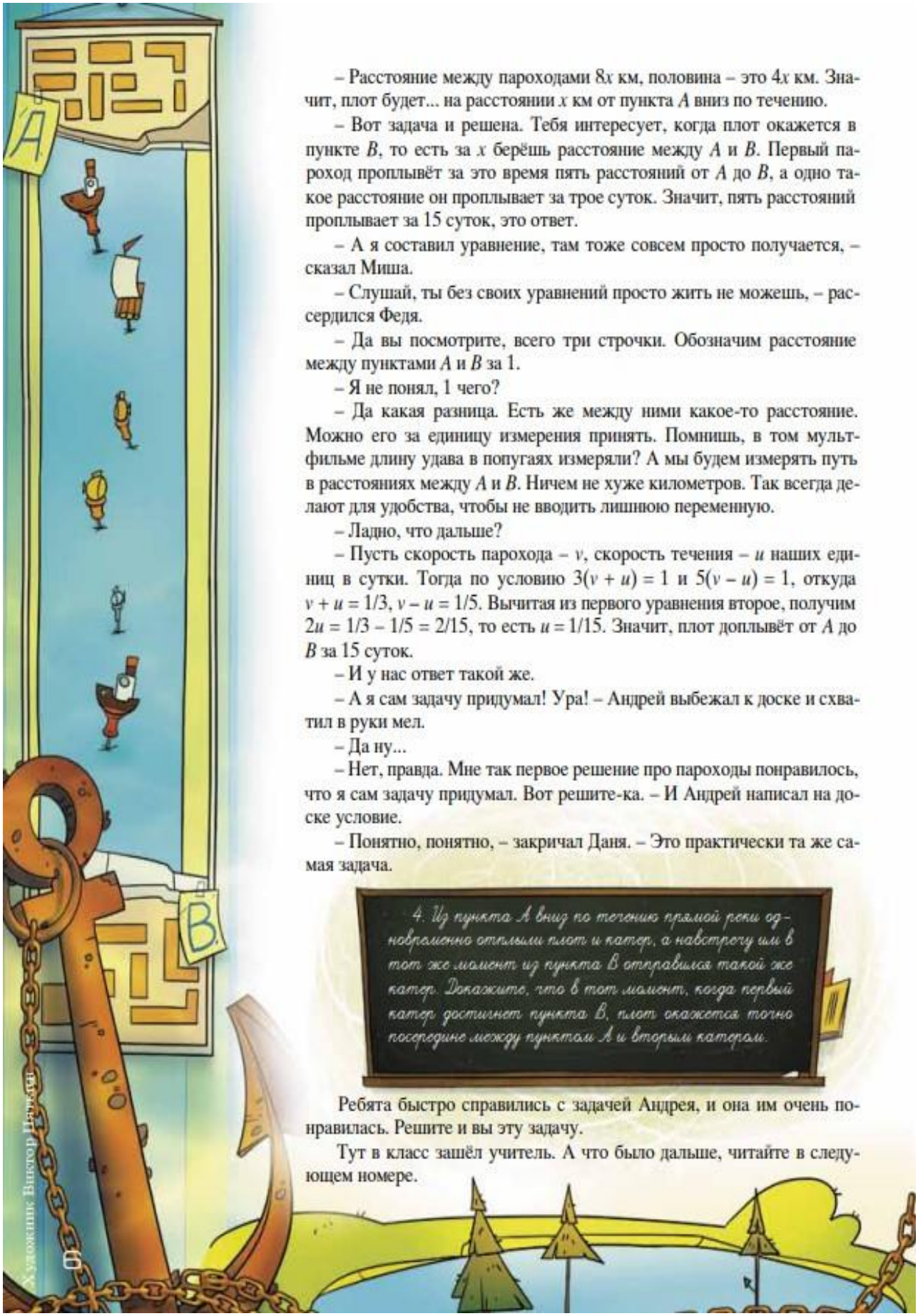
– Ух ты, классно! Пароходы – как будто те двое. А раз пароходы одинаковые, то удаляются от плота с равными скоростями. Только как нам это поможет?

– А вот как. Если первый пароход отплыл от A на $5x$ км, то второй – на $3x$ км, так? Плот в это время посередине между ними. А где эта середина будет-то?



© 2024 Группа образовательных компаний «Альбион»

+7 495 650-99-95
+7 495 694-36-00
+7 925 505-24-42
+7 916 151-25-94
info@oxbrige.ru



Художник: Виктор Бахтин

– Расстояние между пароходами $8x$ км, половина – это $4x$ км. Значит, плот будет... на расстоянии x км от пункта A вниз по течению.

– Вот задача и решена. Тебя интересует, когда плот окажется в пункте B, то есть за x берёшь расстояние между A и B. Первый пароход проплывёт за это время пять расстояний от A до B, а одно такое расстояние он проплывает за трое суток. Значит, пять расстояний проплывает за 15 суток, это ответ.

– А я составил уравнение, там тоже совсем просто получается, – сказал Миша.

– Слушай, ты без своих уравнений просто жить не можешь, – рассердился Федя.

– Да вы посмотрите, всего три строчки. Обозначим расстояние между пунктами A и B за 1.

– Я не понял, 1 чего?

– Да какая разница. Есть же между ними какое-то расстояние. Можно его за единицу измерения принять. Помнишь, в том мультфильме длину удава в попугаях измеряли? А мы будем измерять путь в расстояниях между A и B. Ничем не хуже километров. Так всегда делают для удобства, чтобы не вводить лишнюю переменную.

– Ладно, что дальше?

– Пусть скорость парохода – v, скорость течения – u наших единиц в сутки. Тогда по условию $3(v + u) = 1$ и $5(v - u) = 1$, откуда $v + u = 1/3$, $v - u = 1/5$. Вычитая из первого уравнения второе, получим $2u = 1/3 - 1/5 = 2/15$, то есть $u = 1/15$. Значит, плот доплывёт от A до B за 15 суток.

– И у нас ответ такой же.

– А я сам задачу придумал! Ура! – Андрей выбежал к доске и схватил в руки мел.

– Да ну...

– Нет, правда. Мне так первое решение про пароходы понравилось, что я сам задачу придумал. Вот решите-ка. – И Андрей написал на доске условие.

– Понятно, понятно, – закричал Даня. – Это практически та же самая задача.

Ребята быстро справились с задачей Андрея, и она им очень понравилась. Решите и вы эту задачу.

Тут в класс зашёл учитель. А что было дальше, читайте в следующем номере.

© 2024 Группа образовательных компаний «Альбион»