

## МАТЕМАТИКА (младшая группа) (преподаватель Мария Шамонова)

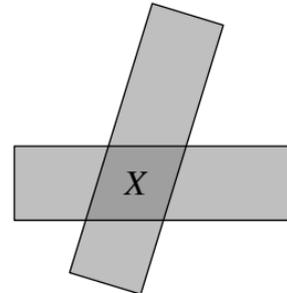
### Занятие 1.

#### Разминка:

A rectangle is placed obliquely on top of an identical rectangle, as shown. The area  $X$  of the overlapping region (shaded more darkly) is one eighth of the total shaded area.

What fraction of the area of one rectangle is  $X$ ?

- A  $\frac{1}{3}$       B  $\frac{2}{7}$       C  $\frac{1}{4}$       D  $\frac{2}{9}$       E  $\frac{1}{5}$



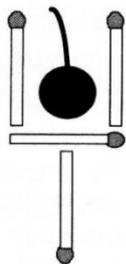
Улитка за день поднимается вверх на 2 метра, а за ночь опускается вниз на 1 метр.

На какой день она поднимется на вершину дерева высотой 5 м, если она начала свой подъём в понедельник?

### Extracting the Cherry

This puzzle is a golden oldie, with a simple but elusive answer.

The cocktail cherry is inside the glass, which is formed from four matches. Your task is to move at most two of the matches, so that the cherry is then outside the glass. You can turn the glass sideways or upside down if you wish, but the shape must remain the same.



Move two matches  
to extract the cherry.

### Основные задачи.

#### Рыцари и лжецы/ истинные и ложные высказывания.

- 1) Племя людоедов поймало Робинзона Крузо. Вождь сказал: «Мы рады бы отпустить тебя, но по нашему закону ты должен сказать утверждение. Если оно окажется истинным, мы тебя съедим. Если ложным – съест наш ручной лев». Как Робинзону остаться в живых?
- 2) В городе жили 2 чудака – Чук и Гек. Чук врал по понедельникам, вторникам и средам. Гек – во вторник, четверг и субботу. В остальные дни они говорили только правду. Однажды при встрече одному из них задали вопрос: «Как тебя зовут?»

- Чук, - ответил он.

- А какой сегодня день недели?

- Вчера было воскресенье.

Его приятель добавил, что завтра будет пятница. Приятеля спросили, говорит ли он правду.

Он ответил: «Я всегда говорю правду по средам».

Определите, кто из них Чук, а кто Гек и день, когда состоялся разговор.

- 3) За круглым столом сидят к химиков и к физиков, причём некоторые из них всегда говорят правду, а некоторые всегда лгут. Известно, что физиков-лжецов столько же, сколько и химиков-лжецов. Все сидящие за столом утверждают, что их сосед справа - химик. Докажите, что за столом сидит чётное число химиков.
- 4) Какой вопрос нужно задать встречному аборигену, чтобы понять лжец он или рыцарь? Какой вопрос нужно задать дважды рыцарю, чтобы получить различный ответ?
- 5) Человек сказал: «Я лжец». Является ли он уроженцем острова рыцарей и лжецов?
- 6) Однажды в комнате было несколько жителей острова рыцарей и лжецов. Трое из них сказали следующее: «Нас тут не больше трёх человек. Все мы лжецы». «Нас тут не больше четырёх человек. Не все мы лжецы». «Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы». Сколько в комнате человек? Сколько среди них лжецов?
- 7) В этой задаче есть хитрецы - они могут и лгать, и говорить правду. Двое К и М, о которых известно, что каждый из них либо рыцарь, либо лжец, либо хитрец, утверждают:  
К: «М-рыцарь». М: «К – не рыцарь». Докажите, что хотя бы один из них говорит правду и является хитрецом.
- 8) Аборигены встали в круг, и каждый сказал путешественнику про соседа справа, рыцарь тот или лжец. На основании этих сообщений путешественник точно определил долю рыцарей в поселении. Чему она равна?

## Занятие 2.

### Разминка:

**33(А).** Сыну 7 лет, а отцу 37. Через сколько лет отец будет втрое старше сына?

**34(А).** 4 землекопа за 4 часа выкопали 4 ямы. Сколько ям выкопают 8 землекопов за 6 часов?

---

**117(А).** Развернутый угол разделен на 3 части так, что один из них в два раза меньше второго и в три раза меньше третьего. Найти градусную меру каждого из углов.

**118(А).** У крольчат и гусят вместе 76 ног и 23 головы. Сколько всего крольчат и гусят?

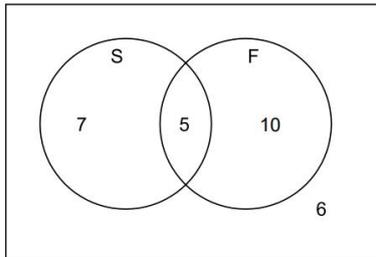
### Основные задачи. Переливания.

- 1) Как пользуясь сосудами на 7л и на 12л получить 1л воды?
- 2) Как налить из крана 6л воды, имея лишь сосуды на 7л и на 5л?
- 3) Бидон в 10л наполнен молоком. Нужно перелить из него 5л в 7-литровый бидон. Как это сделать, имея дополнительно бидон на 3л?
- 4) В 3 кучках лежат 11, 7, 6 спичек. Можно перекладывать из 1 кучки в другую столько спичек, сколько там уже есть. Как за 3 операции сравнять число спичек во всех кучках?
- 5) Есть двое песочных часов: на 7 минут и на 11. Как сварить яйцо, переворачивая часы минимальное число раз, если оно варится 15 минут?
- 6) В кастрюле 10л сиропа. Из неё отливают 1л сиропа и доливают 1л воды. Затем снова отливают 1л смеси и снова доливают 1л воды. Можно ли за несколько таких операций разбавить сироп в 2 раза?
- 7) От полного стакана кофе я отпил половину и долил столько же молока. Затем я отпил треть и долил столько же молока. Затем я отпил шестую часть и долил столько же молока. Только после того я выпил всё до конца. Чего я выпил больше, кофе или молока?

### Занятие 3.

#### Разминка

Six Pounds are worth seven Euros, and two Euros are worth three Australian Dollars. How many Australian Dollars are four Pounds worth?



The diagram shows a class of music students and instruments they learn.

S = Saxophone  
F = Flute

#### Question 41

What is the total number of students in the class?

A: 33

B: 22

C: 17

D: 23

E: 28



Рис. 12. Задача 14

#### Задача 14

Из десяти спичек составлены три равных четырехугольника. Одна спичка удаляется, а из остальных девяти спичек требуется составить три новых равных четырехугольника.

### ЧЁТ ИЛИ НЕЧЕТ?

#### Задача 22

Обычная игра в «чёт или нечет» общеизвестна<sup>1</sup>. Но вот любопытное видоизменение этой игры.

Вы зажимаете в руке некоторое число спичек, а ваш партнер должен отгадать, четное ли это число, или нечетное, причем он не произносит ничего вслух, а молча кладет на вашу руку в первом случае — две спички, во втором — одну спичку. Эти спички присоединяются к тем, которые были в руке, и затем подсчетом всех этих спичек проверяют: четное или нечетное число спичек оказалось в вашей руке?

При таком способе игры спрашивающий имеет возможность играть без проигрыша. Что для этого делать?

#### Основные задачи. Принцип Дирихле.

- 1) В школе 20 классов, в ближайшем к ней доме 23 ученика. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы 2 одноклассника?
- 2) Алёша в среду, четверг, пятницу съел всего 7 конфет. Докажите, что хотя бы в 1 день он съел более 2 конфет.
- 3) В ящике лежат 105 яблок четырех сортов. Докажите, что среди них найдутся хотя бы по меньшей мере 27 яблок какого-нибудь одного сорта.

- 4) В ящике лежит 100 разноцветных шаров: 28 красных, 20 зелёных, 12 жёлтых, 20 синих, 10 белых и 10 чёрных. Какое наименьшее число шариков надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них обязательно оказалось 15 шариков одного цвета?
- 5) В районе 7 школ. На район выделили 20 компьютеров. Докажите, что при любом распределении их между школами найдутся 2 школы, которые получают одинаковое число компьютеров, может быть и ни одного.
- 6) 34 пассажира едут в автобусе, который делает 9 остановок. Новые пассажиры в автобус не входят ни на одной из остановок. Докажите, что найдётся 2 остановки, на которых выйдет одинаковое число пассажиров.
- 7) Из набора  $1, 2, \dots, 200$  выбрано 101 число. Докажите, что среди них существует пара чисел, одно из которых делится на другое.
- 8) На плоскости 25 точек, причём среди любых трёх из них найдутся две на расстоянии меньше 1. Доказать, что существует круг радиуса 1, содержащий не менее 13 этих точек.

## Занятие 4.

### Разминка

I add up all even numbers between 1 and 101. Then from my total I subtract all odd numbers between 0 and 100. What is the result?

5. В двух кошельках лежат две монеты, причём в одном кошельке монет вдвое больше, чем в другом. Как такое может быть?
6. Подряд стоят шесть стаканов: первые три с водой, остальные три пустые. Как, дотрагиваясь только до одного стакана, сделать так, чтобы пустые и полные стаканы чередовались?
8. Один начинающий шахматист решил дать сеанс одновременной игры в шахматы чемпиону мира и вице-чемпиону. Один из них должен играть белыми, а другой — чёрными фигурами. Начинающий шахматист планирует или свести обе партии вничью, или даже одну выиграть. Как он собирается это делать?

### Основные задачи. Взвешивания.

- 1) Есть  $N$  одинаковых монет, среди которых одна более лёгкая (фальшивая). Как с помощью чашечных весов без гирь выделить фальшивую монету за наименьшее число взвешиваний?  $N=3,9,27$
- 2) Среди 4 монет есть 1 фальшивая. Как выделить её при помощи чашечных весов без гирь за 2 взвешивания? Можно ли узнать при этом легче она или тяжелее остальных?
- 3) Имеется 13 монет, среди которых 1 фальшивая, отличающаяся по весу от остальных. Пусть у нас есть ещё 1 монета – точно настоящая. Покажите, как за 3 взвешивания определить фальшивую монету. Можно ли при этом выяснить легче она или тяжелее остальных?
- 4) Даны 4 шара массой 101, 102, 103 и 105 г и весы со стрелкой. Определите массу каждого шара, сделав всего 2 взвешивания.
- 5) Есть 6 одинаковых монет. 4 из них весят по 4 г. Одна весит 5 г и ещё одна – 3 г. Определите за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь монету весом в 3 г и монету весом в 5 г.
- 6) Имеется 10 мешков монет. В 9 мешках монеты настоящие (по 10 г), а в одном – фальшивые (по 11 г). Как за 1 взвешивание на весах со стрелкой определить, где лежат фальшивые монеты?
- 7) Есть 13 гирь, масса каждой из которых равна целому числу граммов. Любые 12 из них можно так разложить на 2 чаши весов, по 6 на каждую, что будет равновесие. Докажите, что все гири имеют одинаковую массу.

## Занятие 5.

### Разминка.

**97.** Расставить по кругу 4 единицы, 3 двойки и 3 тройки так, чтобы сумма любых трех подряд стоящих цифр не делилась на 3.

**98(А).** Если в двузначном числе переставить цифры местами, то число увеличится на 54. Найти все такие числа.

**99(А).** Если Сергей купит 15 тетрадей, то у него останется 7 рублей, а на 20 тетрадей у него не хватит 8 рублей. Сколько денег у Сергея?

### Основные задачи. Переправы +шутки

- 1) Может ли крестьянин перевезти через реку волка, козу и капусту, если с ним в лодке помещается только или волк, или коза, или капуста? Волк может съесть козу, а коза – капусту.
- 2) Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 мин., мама – за 2 мин., малыш – за 5 мин., бабушка – за 10 мин. У них есть 1 фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как перейти мост за 17 минут всей семье?
- 3) Барон Мюнхаузен и его слуга Томас подошли к реке. На берегу они обнаружили лодку, способную перевезти только 1 человека. Тем не менее они переправились и продолжили путешествие. Могло ли так быть?
- 4) В лодке, вмещающей только 2 человек, через реку должны переправиться 3 миссионера и 3 каннибала. Миссионеры боятся остаться в меньшинстве. Только 1 миссионер и 1 каннибал умеют грести. Как им переправиться?
- 5) Король пожелал сместить своего министра, не слишком его обидев. Он позвал министра к себе и предложил выбрать 1 из 2 листов, пояснив, что на одном написано «уходите», а на другом «останьтесь». Листок, который вытащит министр, решит его судьбу. Министр догадался, что на обоих листах написано «уходите». Как ему сохранить свое место?
- 6) Угадайте закономерность форм фигурок на рисунке ниже. Какую фигурку надо поставить следующей? А после неё?



- 7) Сын отца профессора разговаривает с отцом сына профессора, а профессор в разговоре не участвует. Может ли такое быть?

**Бонус:** Тане не хватает 2 рубля для покупки 8 тетрадей. Если она купит 5 тетрадей, у неё останется 10 рублей. Сколько стоит тетрадь?

## Занятие 6.

### Разминка

**123(A).** Чтобы испечь хлеб, муку замешивают с равным ей по массе количеством воды. В печи тесто теряет 30% своей массы. Сколько нужно взять муки, чтобы испечь 7 т хлеба?

**124(A).** Вычислить  $101\ 101 \cdot 555 - 101 \cdot 555\ 555$ .

**125(A).** В стране 19 городов, каждые два из которых соединены авиалинией. Сколько авиалиний в стране?

### Основные задачи. Разрезание.

1.8. Разделите фигуру (рис. 5) на три равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

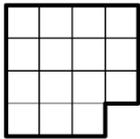


Рис. 5

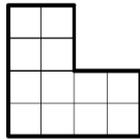


Рис. 6

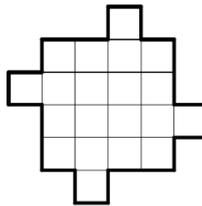


Рис. 7

1.9. Разделите фигуру (рис. 6) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

1.10. Разделите фигуру (рис. 7) на четыре равные части так, чтобы линии разрезов шли по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений.

1.23. Разделите фигуры, изображенные на рис. 15, на две равные части. (Разрезать можно не только по линиям клеток, но и по их диагоналям.)

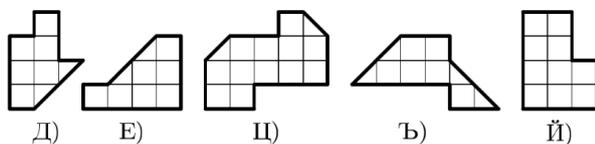
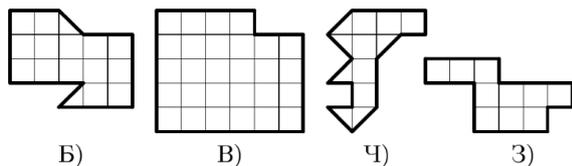


Рис. 15

**2.9.** Разрежьте прямоугольник, изображенный на рис. 23 (а), по внутренним линиям на две такие части, из которых можно сложить фигуру с тремя квадратными отверстиями размером в одну клетку (рис. 23 (б)).

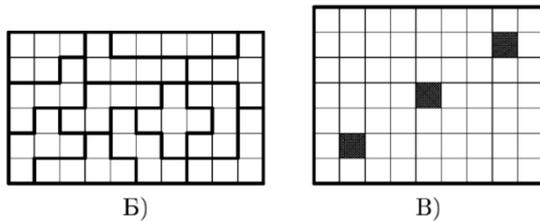


Рис. 23

Из всех 7 частей квадрата (Рис.40) соберите фигурки с Рис.42.

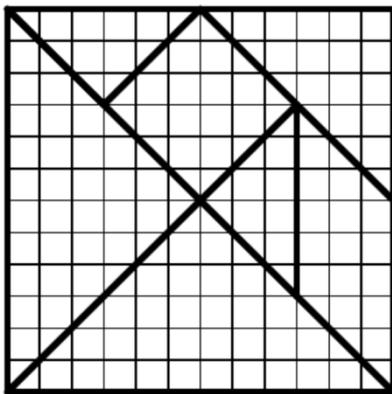


Рис. 40

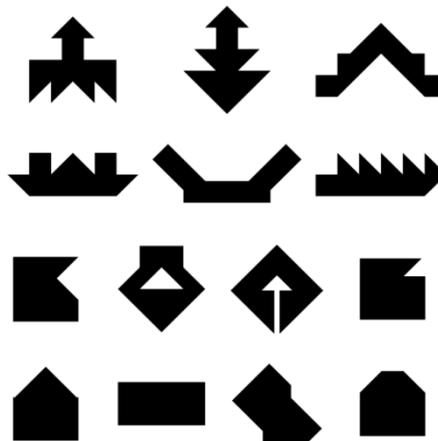


Рис. 42

**7.6.** Можно ли квадрат клетчатой бумаги размером  $10 \times 10$  разрезать на фигурки, изображенные на рис. 48?

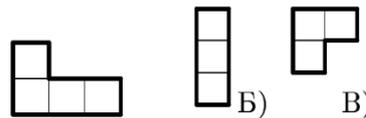


Рис. 48

**7.7.** Можно ли квадрат  $8 \times 8$  клеток с вырезанной угловой клеткой разрезать на а) уголки и столбики (рис. 49 (а, б)); б) уголки (рис. 49 (б)); в) столбики (рис. 49 (а))?

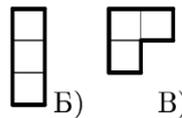


Рис. 49

**7.8.** Известно, что квадрат клетчатой бумаги размерами  $8 \times 8$  покрыли несколькими плитками  $2 \times 2$  и несколькими полосками  $1 \times 4$ . Можно ли покрыть квадрат  $8 \times 8$ , если одну плитку заменить полоской?

**7.13.** Замок имеет форму правильного треугольника, разбитого на 49 одинаковых залов, каждый из которых тоже имеет форму правильного треугольника (см. рис. 53). В стене между любыми двумя залами есть дверь. Путник хочет обойти как можно больше залов, не заходя ни в один дважды. Какое наибольшее количество залов ему удастся обойти?

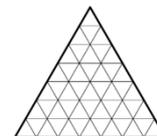


Рис. 53