

С. П. СУСЛЕНКОВА

4—6 класс

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ...

И НЕ ТОЛЬКО!



С. П. Сусленкова

Задачи на логику... и не только

4—6 класс

Издание второе, дополненное

Москва
Издательство МЦНМО

УДК 512.1+517.1+511.1

ББК 22.141+22.161

С90

Сусленкова С. П.

С90 Задачи на логику... и не только. 4—6 класс. — 2-е изд., доп. — М.: МЦНМО, 2025. — 240 с.

ISBN 978-5-4439-1885-3

Учебник содержит в себе как всем известные старинные фольклорные задачи, так и задачи, представленные на олимпиадах и экзаменах, математических кружках и конкурсах. Книга полностью покрывает необходимый уровень математики за 4—5 классы. Пройдя все главы, шаг за шагом, ученик может не только развить математическую культуру, но и с высокой вероятностью успешно сдать экзамены для поступления в специализированные классы.

Первое издание книги вышло в 2023 году.

ББК 22.141+22.161

Художник Алексей Вайнер

ISBN 978-5-4439-1885-3

© Сусленкова С. П., 2025.

© МЦНМО, 2025.

Оглавление

Предисловие	6
Глава 1	8
1.1. Вычисления	8
1.2. Единицы измерения	9
1.3. Задачи на худший случай	10
1.4. Задачи на закрепление и повторение	13
Глава 2	16
2.1. Уравнения	16
2.2. Головы и ноги	17
2.3. Задачи на закрепление и повторение	19
Глава 3	22
3.1. Дроби	22
3.2. Задачи на дроби	23
3.3. Задачи на закрепление и повторение	26
Глава 4	30
4.1. Текстовые задачи на части	30
4.2. Задачи на закрепление и повторение	34
Глава 5	36
5.1. Быстрый счёт	36
5.2. Плюс-минус 1	37
5.3. Задачи на закрепление и повторение	40
Глава 6	43
6.1. Разрезания	43
6.2. Задачи на закрепление и повторение	53
Глава 7	58
7.1. Задачи на движение. Скорость, время, расстояние	58
7.2. Задачи на переливание	59
7.3. Задачи на закрепление и повторение	61

Глава 8	65
8.1. Задачи на движение. Движение навстречу и в противоположных направлениях	65
8.2. Три рыбака — три судака	67
8.3. Задачи на закрепление и повторение	69
Глава 9	72
9.1. Движение вдогонку и движение с отставанием	72
9.2. Туристы и конфеты	73
9.3. Задачи на закрепление и повторение	75
Глава 10	78
10.1. Комбинированные задачи на движение	78
10.2. Задачи на закрепление и повторение	82
Глава 11	87
11.1. Логические задачи на таблицы	87
11.2. Задачи на закрепление и повторение	92
Глава 12	96
12.1. Геометрия-1	96
12.2. Задачи на системы уравнений	97
12.3. Задачи на закрепление и повторение	100
Глава 13	103
13.1. Геометрия-2	103
13.2. Обратный ход	104
13.3. Задачи на закрепление и повторение	108
Глава 14	111
14.1. Геометрия-3	111
14.2. Задачи на закрепление и повторение	115
Глава 15	118
15.1. Работа. Время. Производительность	118
15.2. Задачи на закрепление и повторение	120
Глава 16	124
16.1. Задачи на совместную работу	124
16.2. Задачи на закрепление и повторение	128

Глава 17	132
17.1. Чётность	132
17.2. Задачи на закрепление и повторение	135
Глава 18	138
18.1. Принцессы и тигры	138
18.2. Раскраска кубика	140
18.3. Задачи на закрепление и повторение	141
Глава 19	145
19.1. Рыцари и лжецы	145
19.2. Задачи на закрепление и повторение	150
Глава 20	154
20.1. Комбинаторика	154
20.2. Задачи на закрепление и повторение	157
Глава 21	161
21.1. Взвешивания	161
21.2. Задачи на закрепление и повторение	165
Глава 22	168
22.1. Делимость и остатки	168
22.2. Задачи на закрепление и повторение	171
Глава 23	175
23.1. Принцип Дирихле	175
23.2. Задачи на закрепление и повторение	177
Глава 24	180
24.1. 10 тренировочных вариантов	180
Глава 25	188
25.1. 150 интересных задач	188
Ответы	209
Литература	237

Предисловие

Книга в первую очередь предназначена для развития логического мышления у детей начальной и средней школы. В ней изложено много интересных задач и нестандартных подходов, которые будут полезны не только для общего развития, но и для сдачи экзаменов при поступлении в специализированные классы.

Отличие этого учебника от множества других — наличие четкой системы, большое количество задач на отработку, а также интервальное повторение каждой пройденной темы в последующих главах, что позволяет одновременно научиться решать нестандартные задачи «от простого к сложному» и качественно закреплять уже пройденный материал.

Также книга содержит и ряд стандартных школьных тем — задачи на движение, уравнения, геометрия, текстовые задачи. В совокупности с задачами на логику книга полностью покрывает необходимый уровень математики за 4—5 классы. Пройдя все главы, шаг за шагом, ученик может не только развить математическую культуру, но и с высокой вероятностью успешно сдать экзамены при поступлении в специализированные классы.

Учебник содержит как всем известные старинные фольклорные задачи, так и задачи, представленные на олимпиадах и экзаменах, математических кружках и конкурсах. Представлено большое количество авторских уникальных задач с персонажами, знакомыми всем современным детям, что делает решение задач ещё более увлекательным.

Как работать с книгой

Для 4—5 классов рекомендовано пройти первые 16 глав, уровни 1—2. Конец учебника содержит 10 тренировочных вариантов для самопроверки, которые по своей структуре повторяют выпускные экзамены за 4—5 классы. На каждый вариант рекомендовано выделить не более 65 минут. Также рекомендуется не пользоваться черновиками, а писать сразу в чистовик.

При успешном прохождении первых 16 глав стоит обратить внимание на первые уровни следующих глав в учебнике.

Для 6 классов рекомендуется пропускать первые части первых двух глав и начинать сразу с логических задач. Если задачи третьего уровня не вызывают сложности, тему можно пропустить целиком и приступать к следующей. Но будьте внимательны — задачи могут быть сложнее и запутаннее, чем может показаться на первый взгляд. Если ребёнок не имеет большого опыта решений нестандартных задач, рекомендуется решать логические темы с первого уровня сложности, вне зависимости от класса и возраста.

В конце учебника читатель найдет 150 интересных задач, как на темы, представленные в учебнике, так и головоломки, которые можно решить путем последовательных рассуждений, не требующих специальных знаний. К ним можно приступать в любой момент чтения книги. Попробуйте решить их все!

В конце приведен широкий перечень ресурсов, которыми пользовался автор при написании данного учебника и к которым автор настоятельно рекомендует обратиться в процессе подготовки.

Ваши вопросы и пожелания можно направлять на почту автору этой книги: svetlanap.msu@gmail.com.

Глава 1

1.1. Вычисления

Уровень 1

Выполните умножение.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 1. $105 \cdot 946$. | 7. $345 \cdot 543$. | 13. $137 \cdot 94$. | 19. $781 \cdot 251$. |
| 2. $333 \cdot 44$. | 8. $490 \cdot 490$. | 14. $1156 \cdot 24$. | 20. $987 \cdot 88$. |
| 3. $720 \cdot 811$. | 9. $9111 \cdot 210$. | 15. $2704 \cdot 113$. | 21. $9821 \cdot 408$. |
| 4. $350 \cdot 340$. | 10. $208 \cdot 208$. | 16. $578 \cdot 351$. | 22. $4235 \cdot 182$. |
| 5. $1024 \cdot 270$. | 11. $820 \cdot 171$. | 17. $702 \cdot 52$. | 23. $4012 \cdot 123$. |
| 6. $189 \cdot 99$. | 12. $239 \cdot 403$. | 18. $923 \cdot 41$. | 24. $3561 \cdot 621$. |

Выполните деление.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 25. $143\,520 : 15$. | 33. $52\,104 : 26$. | 41. $35\,014 : 41$. |
| 26. $174\,625 : 25$. | 34. $325\,677 : 71$. | 42. $202\,500 : 450$. |
| 27. $137\,984 : 14$. | 35. $815\,122 : 11$. | 43. $160\,160 : 20$. |
| 28. $118\,272 : 12$. | 36. $115\,943 : 23$. | 44. $182\,160 : 88$. |
| 29. $143\,298 : 19$. | 37. $105\,468 : 17$. | 45. $333\,851 : 37$. |
| 30. $200\,502 : 27$. | 38. $379\,296 : 54$. | 46. $336\,039 : 51$. |
| 31. $82\,208 : 32$. | 39. $27\,040 : 130$. | 47. $281\,600 : 880$. |
| 32. $95\,399 : 19$. | 40. $10\,234 : 17$. | 48. $45\,446 : 62$. |

Уровень 2

Выполните действия.

- $35\,620 + 26\,910 : (150\,070 - 306 \cdot 490) - 6938$.
- $27 \cdot (30\,405 - 29\,496) + 28\,764 : 94$.
- $43\,457 - 57 \cdot (432 + 3456 : 32)$.
- $62\,310 - 5150 : (14 + 11) \cdot 170$.
- $4184\,755 + 200 \cdot (208 \cdot 413 - 27\,667\,500 : 350)$.
- $(307 \cdot 241 - 30\,861\,400 : 460) \cdot 300 + 1\,264\,233$.
- $(61\,345 + 38\,655) : 250 + (287\,429 - 255\,579) : 325$.
- $122\,775 - (1058 - 14\,580 : 243) \cdot 121$.
- $2287 + 175 \cdot (576 - 53\,320 : 215)$.
- $800\,965 - (1654 - 30\,691 : 47) \cdot 695$.

1.2. Единицы измерения

Уровень 1

Выполните перевод единиц измерения.

1. 4 см 7 мм = ... мм.
2. 5 м 14 см 2 мм = ... мм.
3. 23 км 85 см = ... см.
4. 3 т 4 ц 87 кг = ... кг.
5. 6592 кг = ... т ... ц ... кг.
6. 12 ц 5 кг = ... кг.
7. 2 ч 30 мин 18 с = ... с.
8. 18 567 с = ... ч ... мин ... с.

Уровень 2

Сравните.

1. 400 см и 4 м.
2. 7200 м и 72 км.
3. 38 дм и 3 м 8 дм.
4. 1 км 23 дм и 1023 м.
5. 7 ч и 700 мин.
6. 120 с и 2 мин.
7. 19 ц 48 кг и 2 т.
8. 8 м 7 см и 87 дм.
9. 15 т 2 ц и 15 200 кг.
10. 125 мин и 2 ч 45 мин.
11. 2400 кг и 240 ц.
12. 6 т 8 кг и 6080 кг.
13. 3 сут 10 ч и 190 ч.
14. 245 ч и 4 сут 5 ч.

Уровень 3

Выполните перевод единиц измерения.

1. $4 \text{ м}^2 62 \text{ см}^2 = \dots \text{ см}^2$.
2. $150 \text{ см}^2 = \dots \text{ мм}^2$.
3. $9 \text{ дм}^2 7 \text{ см}^2 = \dots \text{ см}^2$.
4. $503 \text{ см}^2 = \dots \text{ мм}^2$.
5. $82 \text{ дм}^2 = \dots \text{ см}^2$.
6. $5 \text{ м}^2 38 \text{ дм}^2 = \dots \text{ дм}^2$.
7. $420\,000 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$.
8. $64 \text{ м}^2 30 \text{ см}^2 = \dots \text{ см}^2$.

Уровень 4

Сравните.

1. 1000 см^2 и 1 м^2 .
2. $300\,000 \text{ м}^2$ и 3 км^2 .
3. 4000 дм^2 и 4 м^2 .
4. 8 м^2 и $80\,000 \text{ см}^2$.
5. 200 см^2 и 2 м^2 .
6. 500 дм^2 и 5 м^2 .
7. $15\,000 \text{ мм}^2$ и 15 см^2 .
8. 5 км^2 и $50\,000\,000 \text{ м}^2$.

Уровень 5

Выполните действия.

1. $(21 \text{ ц } 42 \text{ кг}) \cdot 3 - (8 \text{ т } 53 \text{ кг}) : 4$.
2. $(8 \text{ ц } 4 \text{ кг}) \cdot 7 - (8 \text{ т } 65 \text{ кг}) : 4$.
3. $(8 \text{ ц } 4 \text{ кг}) \cdot 6 - (12 \text{ т } 53 \text{ кг}) : 4$.

4. $(12 \text{ км } 42 \text{ см}) : 4 + (5 \text{ м } 8 \text{ дм } 7 \text{ см}) \cdot 2$.
5. $(16 \text{ км } 82 \text{ см}) : 4 + (9 \text{ м } 4 \text{ дм } 7 \text{ см}) \cdot 3$.
6. $(14 \text{ ц } 35 \text{ кг}) : 2 - (73 \text{ кг } 850 \text{ г}) \cdot 3$.
7. $9 \text{ ч } 23 \text{ мин} - 5 \text{ ч } 38 \text{ мин } 22 \text{ с}$.
8. $(20 \text{ км } 8 \text{ дм } 2 \text{ см}) : 4 + (8 \text{ м } 9 \text{ дм } 4 \text{ см}) \cdot 2$.
9. $20 \text{ т} - 27 \text{ ц} - 75 \text{ кг } 459 \text{ г}$.
10. $105 \text{ т } 50 \text{ ц } 1 \text{ кг} + 4 \text{ ц } 4 \text{ кг} - 303 \text{ кг}$.
11. $(1 \text{ сут} - 9 \text{ ч } 42 \text{ с}) : 6$.
12. $(20 \text{ т } 80 \text{ ц } 1 \text{ кг} + 20804 \text{ кг}) : 5$.

1.3. Задачи на худший случай

Уровень 1

1. В коробке 10 синих и 10 красных шариков. Продавец не глядя достаёт по одному шарiku.

а) Сколько шариков (в самом худшем случае) ему нужно вытащить, чтобы среди уже вынутых обязательно нашлось хотя бы 2 шарика одного цвета?

б) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 синих шарика?

в) Сколько шариков ему нужно вытащить, чтобы точно попало 2 шарика разного цвета?

2. В коробке 5 синих, 3 красных, 4 зелёных и 8 оранжевых карандашей.

а) Какое наименьшее количество карандашей надо взять (с закрытыми глазами), чтобы среди них оказалось не меньше 5 карандашей одного цвета?

б) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 2 карандаша разного цвета?

в) Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них точно было 3 карандаша разного цвета?

3. У Растеряшки 10 пар разных носков. Каждый вечер он кидает носки под кровать, а каждое утро достаёт их оттуда по одному, пока не попадутся два одинаковых. Сколько носков ему придётся достать, если очень не повезёт?

4. У Растеряшки под кроватью валяются 6 пар разных ботинок. Сколько ботинок ему придётся достать по одному, чтобы найти пару, если ему очень не повезёт?

5. Растеряшка выбросил все свои разноцветные носки и купил вместо них 5 пар белых и 5 пар чёрных носков. Сколько теперь нужно достать носков из-под кровати, чтобы собрать пару, если очень не повезёт?

6. В обувном шкафу у Славы стоит 6 пар чёрных ботинок и 2 пары коричневых. Какое наименьшее количество ботинок должен взять из шкафа сонный Слава, чтобы у него была хотя бы пара ботинок одного цвета? (Помните, что ботинки бывают правые и левые.)

7. В коробке 10 красных карандашей, 8 синих, 6 зелёных и 4 жёлтых. Наугад из коробки берут несколько карандашей. Определите, какое наименьшее число карандашей надо вытащить, чтобы среди них было:

- а) не менее 4 карандашей одного цвета;
- б) хотя бы по одному карандашу каждого цвета;
- в) хотя бы 6 красных карандашей;
- г) хотя бы 2 жёлтых карандаша.

8. В пенале 12 синих ручек, 9 красных, 7 зелёных и 5 чёрных. Наугад из пенала берут несколько ручек. Определите, какое наименьшее число ручек надо вытащить, чтобы среди них было:

- а) не менее 3 ручек одного цвета;
- б) хотя бы по одной ручке каждого цвета;
- в) хотя бы 5 синих ручек;
- г) хотя бы 3 красные ручки.

9. В ящике 15 белых мелков, 10 чёрных, 8 красных и 3 синих. Наугад из ящика берут несколько мелков. Определите, какое наименьшее число мелков надо вытащить, чтобы среди них было:

- а) не менее 2 мелков одного цвета;
- б) по одному мелку каждого цвета;
- в) хотя бы 4 чёрных мелка;
- г) хотя бы 1 синий мелок.

Уровень 2

1. На столе лежат карточки, на них написаны все двузначные числа. Сколько карточек нужно взять не глядя, чтобы по крайней мере одно из чисел делилось на 2?

2. На столе лежат карточки, на них написаны все двузначные числа. Сколько карточек нужно взять не глядя, чтобы по крайней мере одно из чисел делилось на 5?

3. Имеется 5 чемоданов и 5 ключей от этих чемоданов. Какое наибольшее число проб придётся сделать, чтобы подобрать к каждому чемодану свой ключ?

4. Перед нами 10 закрытых замков и 10 похожих ключей к ним. К каждому замку подходит только один ключ, но ключи смешались. Возьмём один из замков, назовём его первым и попробуем открыть его каждым из 10 ключей. В лучшем случае он откроется первым же ключом, а в худшем — только десятым. Сколько нужно в худшем случае произвести проб, чтобы подобрать ключи ко всем замкам?

5. В корзине лежат 40 плодов: яблоки и груши. Известно, что среди любых 18 плодов имеется хотя бы одна груша, а среди любых 24 плодов имеется хотя бы одно яблоко. Сколько груш в корзине?

6. У Кати в сумке лежат 7 одинаковых красных ручек и 10 одинаковых красных колпачков к ним, а у Оли — 12 таких же ручек, но зелёных и 14 зелёных колпачков к ним. Дима решил пошалить: он вытащил все эти ручки с колпачками, перемешал и сложил в свой портфель. Какое наименьшее количество объектов Катя должна взять из портфеля у Димы наугад, чтобы среди них точно оказалась одноцветная пара «ручка с колпачком»?

7. В коробке лежат 100 чёрных и 100 белых шаров. Они тщательно перемешаны. Какое наименьшее число шаров нужно вынуть из коробки не глядя, чтобы среди них обязательно нашлось:

а) 2 шара одного цвета; б) 100 шаров одного цвета?

8. В коробке лежат красные, синие и белые шары. Чтобы вытащить не глядя хотя бы один красный шар, нужно взять 11 шаров, хотя бы один синий — 12, хотя бы один белый — 10.

а) Сколько всего шаров в коробке?

б) Сколько красных шаров?

в) Сколько синих шаров?

г) Сколько белых шаров?

9. В коробке лежат жёлтые, оранжевые и красные карандаши. Чтобы вытащить не глядя хотя бы один красный карандаш, нужно взять 19 карандашей, хотя бы один жёлтый — 18 карандашей, хотя бы один оранжевый — 16 карандашей.

а) Сколько всего карандашей в коробке?

б) Сколько жёлтых карандашей?

в) Сколько оранжевых карандашей?

г) Сколько красных карандашей?

10. Лиля знает, что у её младшей сестры в коробке с шариками лежат 31 белый, 42 синих, 64 зелёных, 53 жёлтых и 11 красных шариков. В темноте она наугад вытаскивает их один за другим до тех пор, пока у неё не окажется разное количество шариков каждого цвета. Сколько шариков придётся вытащить в худшем случае?

11. В одном комоде 8 белых и 5 чёрных левых перчаток, а в другом 2 красные, 1 чёрная и 5 белых правых перчаток. Сколько нужно взять перчаток из первого и из второго комода наугад, чтобы собрать пару перчаток?

1.4. Задачи на закрепление и повторение

Выполните действия.

1. $74\,340 + 64\,680 : (138\,250 - 406 \cdot 340) - 5779$.

2. $16\,179 - 720 \cdot (15 + 19) : 12$.

3. $11\,088 : 132 \cdot 520 - 191\,151 : 951 \cdot 20$.

4. 8 ч 18 мин – 4 ч 49 мин 29 с.

5. $(10\text{ м } 6\text{ дм } 5\text{ см}) \cdot 3 + (20\text{ км } 5\text{ дм } 3\text{ см}) : 5$.

6. 13 т – 13 ц – 9 кг 135 г.

7. 60 км – 3 км 19 м + 25 км 364 м.

8. $(1\text{ ч } 55\text{ мин } 35\text{ с}) : 5 + 2007\text{ с}$.

9. 103 т 40 ц 2 кг + 5 ц 5 кг – 202 кг.

10. $8\text{ дм}^2\,96\text{ см}^2 - 802\text{ см}^2\,9400\text{ мм}^2$.

11. У Кати в сумке лежат 5 одинаковых красных ручек и 15 одинаковых красных колпачков к ним, а у Оли — 16 таких же ручек, но зелёных и 11 зелёных колпачков к ним. Дима решил пошалить: он вытащил все эти ручки с колпачками, перемешал и сложил в свой портфель. Какое наименьшее количество объектов Катя должна взять из портфеля у Димы наугад, чтобы среди них точно оказалась одноцветная пара «ручка с колпачком»?

12. В корзине лежат 46 плодов: персики и сливы. Известно, что среди любых 26 плодов имеется хотя бы один персик, а среди любых 22 плодов имеется хотя бы одна слива. Сколько слив в корзине?

13. Иван-царевич добыл ключи от нескольких комнат в подzemье, но не знал, какой ключ от какой комнаты. Сколько комнат в подzemье, если в худшем случае ему достаточно 21 пробы, чтобы выяснилось, какой ключ от какой комнаты?

14. В коробке лежат 100 шаров трёх цветов — синего, зелёного и белого. Сколько шаров надо вынуть из коробки не глядя, чтобы среди них оказалось 30 шаров одного цвета?

15. В мешке лежат варежки: правые и левые. Всего 12 пар: 10 пар красных, 2 пары синих. Сколько варежек нужно вытащить, чтобы гарантированно достать пару варежек, обе одного цвета?

16. В коробке лежат носки: 5 пар синих, 3 пары красных и 4 пары зелёных. Сколько носков нужно вытащить не глядя, чтобы гарантированно достать пару носков одного цвета?

17. В коробке лежат 10 мишек и 7 зайцев. Какое минимальное число игрушек надо вытащить не глядя, чтобы среди них точно было 2 мишки и 1 заяц?

18. На карточках выписаны все двузначные числа. Сколько карточек нужно взять не глядя, чтобы по крайней мере одно из чисел делилось: а) на 2; б) на 7; в) на 2 или на 7?

19. У братьев Марка и Богдана есть карточки с Тором, Локи и Таносом. Чтобы достать с закрытыми глазами карточку с Тором, придётся вытащить минимум 26 карточек, с Локи — 25 карточек, а с Таносом — 22 карточки.

а) Сколько карточек в коробке?

б) Сколько карточек с Таносом?

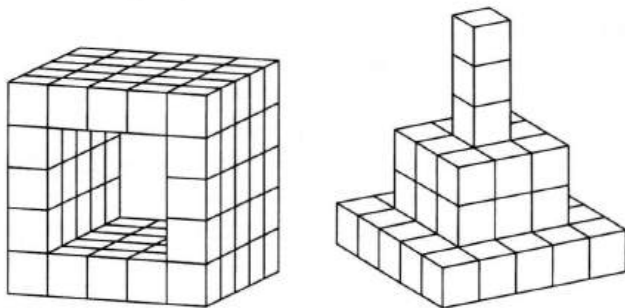
в) Сколько карточек с Локи?

г) Сколько карточек с Тором?

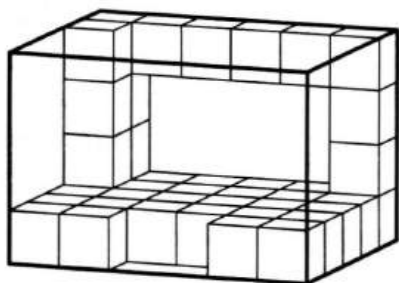
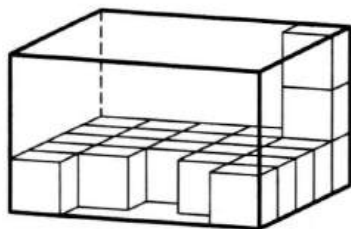
20. Словом «ПОНЬ» зашифровано некоторое четырёхзначное число. Выполните деление: $\text{ПОНЬПОНЬПОНЬ} : \text{ПОНЬ}$.

21. Трое братьев делили поровну наследство — дом и мельницу. Первый взял дом, второй взял мельницу, затем первый дал третьему 200 рублей, а второй дал третьему 400 рублей. По стоимости наследство поделили поровну. Сколько стоил дом?

22. Сначала Александра построила из всех своих кубиков тоннель. Потом она разобрала его и построила пирамиду. Сколько у неё осталось лишних кубиков?



23. Посчитайте количество кубиков в каждой фигуре.



Глава 2

2.1. Уравнения

Уровень 1

Решите уравнения.

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. $(524 - m) - 133 = 207.$ | 6. $25 \cdot (328 - 8 \cdot k) = 5400.$ |
| 2. $825 - (n + 176) = 493.$ | 7. $(91 - 3 \cdot z) : 4 = 16.$ |
| 3. $459 - 9 \cdot x = 0.$ | 8. $(y - 45) : 45 = 1.$ |
| 4. $98 - ((45 + z) - 38) = 42.$ | 9. $75 : (69 - 4 \cdot z) = 15.$ |
| 5. $78 + (84 - m) - 13 = 92.$ | 10. $205 \cdot x - 212 = 403.$ |

Уровень 2

Решите уравнения.

- | | |
|--|--|
| 1. $346 - x : 15 - 9 = 14 \cdot 23.$ | 6. $264 : (16 \cdot x - 20) = 6.$ |
| 2. $247 - x : 14 + 23 = 8 \cdot 32.$ | 7. $(x \cdot 12 - 48) : 6 = 18.$ |
| 3. $156 - (y \cdot 40 + 60) : 3 = 16.$ | 8. $(170 - 12 \cdot x) : 7 = 14.$ |
| 4. $1020 - (53 - x) \cdot 16 = 204.$ | 9. $342 - 42 \cdot (x - 12) = 18 \cdot 5.$ |
| 5. $54 \cdot (10 + 28 : x) = 648.$ | 10. $5028 - 3 \cdot x = 15075 : 15.$ |

Уровень 3

Решите уравнения.

- $(21 \cdot (72 : x - 3) + 216) : 27 = 15.$
- $(201 + (147 : x + 217) : 56) : 41 = 5.$
- $725 - (50 \cdot (17 \cdot x - 31) + 426) = 149.$
- $72 - (75 : x + 49) : 8 = 64.$
- $(72 - 24 : x) : 8 + 15 = 23.$
- $5 \cdot (9 + 318 : x) - 544 = 296.$
- $5 \cdot ((7 \cdot x + 8 \cdot x + 24) : 3 + 12) = 96 + 4.$
- $56 - (56 : x + 48) : 7 = 48.$
- $(63 - 24 \cdot x) : 7 + 8 \cdot 9 = 81.$
- $x \cdot (360 - 24 \cdot 15) = 0 \cdot 58.$
- $(140 - x \cdot 20) \cdot 50 - 1257 = 1743.$
- $3300 - x \cdot 350 + 50 = 3000.$
- $(36 \cdot 5 - 504 : y) \cdot 7 = 84.$

14. $(15 + x) \cdot 27 + 52 = 1213$.
15. $(24 \cdot 4 - 252 : b) \cdot 4 = 48$.
16. $(944 - 7 \cdot x) - 43 = 243$.
17. $(y - 15) \cdot 45 - 5 = 130$.
18. $23\,000 + 12 \cdot (2016 - 1963 : x) = 45\,380$.
19. $300 - (172 - x) : 4 = 279$.
20. $46 \cdot 17 + 86\,211 : x = 1061$.
21. $998 + 17 \cdot (171 - 1862 : x) = 2239$.

Уровень 4

Решите уравнения.

1. $((2009 + x) : 3 - 975) \cdot 25 - 371 = 254$.
2. $((2010 - x) : 3 + 31) : 25 + 429 = 457$.
3. $(240\,239 + 113 \cdot x) : 60 - 239 = 3797$.
4. $770 : (4 \cdot x + 18 \cdot x) - 12 = 23$.
5. $((239 + x) : 3 - 438) \cdot 25 - 116 = 2009$.
6. $((2010 + x) : 3 - 22) : 25 + 932 = 958$.
7. $3 \cdot (82 + (x - 5) : 20) - 27 = 327$.
8. $7777 : (111 - (11 \cdot (66 - x) + 45)) = 707$.
9. $74 - (45 - (12 - 48 : x)) = 35$.
10. $((2014 + x) : 40 - 8) \cdot 43 - 1308 = 584$.
11. $901 - (14 + (5 \cdot x - 28) \cdot 3) : 2 = 891$.

2.2. Головы и ноги

Уровень 1

1. На ферме есть овцы и куры. У овец и кур 36 голов и 100 ног. Сколько на ферме овец?

2. На поляне ребята пасут жеребят. Ног всего 74, а голов 22. Сколько на лугу ребят и сколько жеребят?

3. В мастерской отремонтировали 40 легковых автомобилей и мотоциклов без колясок. Сколько автомобилей и мотоциклов было отремонтировано в отдельности, если колёс всего было 100?

4. Десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой собаке досталось по 6 галет, а каждой кошке по 5 галет. Сколько было собак и сколько кошек?

5. Антошка собрал в коробочку жуков и пауков — всего 8 штук. Если всего в коробке 54 ноги, сколько там пауков? (У жука 6 ног, у паука — 8.)

6. Дети катались на двухколёсных и трёхколёсных велосипедах. Велосипедов было три, а колёс — восемь. Сколько было трёхколёсных велосипедов? Сколько было двухколёсных велосипедов?

7. В клетке сидят цыплята и кролики. Всего у них 10 голов и 24 ноги. Сколько в клетке цыплят и сколько кроликов?

8. У короля есть козы и единороги. Всего у этих животных 16 ног и 5 рогов. Сколько единорогов в королевском стаде?

9. По саванне бегают жирафы и страусы. У них 14 глаз и 20 ног. Кого больше — страусов или жирафов — и на сколько?

10. В банке сидят жуки и пауки, всего у них 10 туловищ и 68 ножек. У каждого жука 6 ног. У каждого паука 8 ног. Сколько в банке жуков и сколько пауков?

11. У ребят есть 10 велосипедов, которые имеют 27 колёс. Четырёхколёсных среди них нет. Сколько у ребят двухколёсных велосипедов и сколько трёхколёсных?

12. Около магазина стоят машины и двухколёсные велосипеды, всего их 10. Колёс всего 30. Сколько велосипедов и сколько машин около магазина?

13. В комнате стояли табуретки и стулья. У каждой табуретки 3 ножки, а у стула 4 ножки. Всего табуреток и стульев было 5, а ножек у них было 18. Сколько было табуреток? Сколько было стульев?

Уровень 2

1. У дроида 2 ноги и 2 руки, а у генерала Гривуса 2 ноги и 4 руки. На поле битвы находятся несколько дроидов и несколько клонов генерала. Всего видно 20 ног и 26 рук. Сколько там дроидов?

2. Мама купила детям 9 игрушек: несколько машинок по 10 рублей и несколько банок с раствором для мыльных пузырей по 7 рублей. Сколько машинок купила мама, если на всю покупку она потратила 78 рублей?

3. На лужайке пасутся сороконожки и трёхголовые драконы. Вместе у них 20 голов и 110 ног. У сороконожки 40 ног. Сколько ног у трёхголового дракона?

4. В инкубаторе лежало 12 яиц. Из некоторых вылупились цыплята, а из остальных — змеи. В сумме у детёнышей оказалось 16 ног. Сколько вылупилось змей?

5. В инкубаторе лежало 7 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных — крокодилчики. Всего из яиц вышли 18 ног. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодилчиков?

6. В инкубаторе лежало 20 яиц. Из некоторых вылупились гусята, а из остальных — крокодильчики. В сумме у детёнышей оказалось 54 ноги. Сколько вылупилось гусят и сколько крокодильчиков?

Уровень 3

1. Если работник выходил на работу, то получал за день 6 рублей, а если не выходил, то за этот день он не получал денег, а получал штраф 4 рубля. Через 30 дней оказалось, что он заработал ровно 20 рублей. Сколько дней он выходил на работу?

2. У утки есть две лапки. У утки, подогнувшей одну лапку, видна только одна лапка. У сидящей утки не видно ни одной лапки. Когда Роман пришёл на берег озера, там было 33 утки. Он посчитал все лапки, которые были видны. У него получилось 32 лапки. Сколько было уток, подогнувших одну лапку, если количество сидящих уток было вдвое меньше количества уток, подогнувших одну лапку, и уток, стоящих на двух лапках, вместе взятых.

3. В классе провели математическую олимпиаду, на которой было предложено для решения 10 задач. За каждую решённую задачу засчитывали 5 очков, а за нерешённую списывали 3 очка. Один из учеников класса получил 34 очка. Сколько задач он решил правильно?

4. На конкурсе юных, но очень сообразительных математиков было предложено 12 вопросов. За каждый правильный ответ участнику начисляли 10 баллов, а за неправильный ответ отнимали целых 8 баллов. Сколько правильных ответов дал один из участников конкурса, если он набрал 30 баллов?

2.3. Задачи на закрепление и повторение

Решите уравнения.

1. $33 + 1815 : (x - 888) = 66$.

2. $x \cdot 50 - 44 = 36\,072 : 12$.

3. $27 + 1971 : (x - 976) = 54$.

4. $(89\,315 - y) - 12\,974 = 46\,138$.

5. $210\,584 - x \cdot 112 = 165\,336$.

6. $464 : (124 - (12 \cdot x + 420) : 57) = 4$.

7. $((2014 - x) : 80 + 7) \cdot 57 + 606 = 2373$.

8. $230 + (14 - (5 \cdot x + 7) : 3) \cdot 2 = 240$.

Выполните действия.

9. $(1 \text{ ч } 29 \text{ мин } 51 \text{ с} - 1671 \text{ с}) \cdot 7$.

10. $17 \text{ т } 84 \text{ кг} - (43 \text{ ц } 5 \text{ кг} + 2484 \text{ кг})$.

11. $9 \text{ м}^2 7 \text{ см}^2 - 7 \text{ дм}^2 900 \text{ мм}^2$.

12. $(1 \text{ сут} - 9 \text{ ч } 42 \text{ с}) : 6$.

13. В инкубаторе лежало 21 яйцо. Из некоторых вылупились утята, а из остальных — утконосы, причём ног и у тех и у других оказалось поровну. Сколько вылупилось утят и сколько утконосов?

14. В морской пучине водолазы сражаются с осьминогами. Мы видим 36 конечностей. Из них 26 — ноги (конечности осьминога тоже считаем ногами). Сколько осьминогов участвует в битве?

15. На волшебном лугу пасутся кентавры и пони. Светлана Петровна дала каждому из них печенье: каждому кентавру 6 штук, а каждому пони — 5. Всего она раздала 38 печенек. Сколько на лугу кентавров, а сколько пони?

16. У дроидека 3 ноги. На Звезде Смерти находятся несколько дроидеков и людей, всех вместе их 30. Ног у всех дроидеков столько же, сколько у всех людей. Сколько там людей?

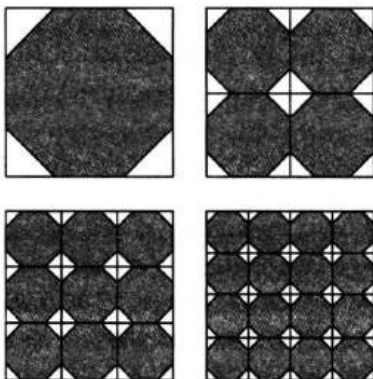
17. Сколько в зоопарке зверей и сколько птиц, если у них вместе 6000 ног и 2500 голов?

18. Во дворе гуляют курицы и овцы. Сколько во дворе овец, если фермер насчитал у всех животных 25 голов и 62 ноги?

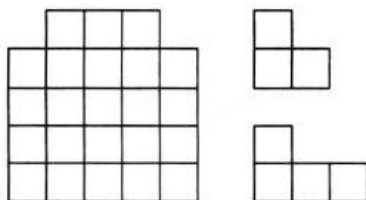
19. В выражении $(506*+8):65=**$ замените каждую звёздочку цифрой так, чтобы получилось верное равенство, и сделайте проверку.

20. Девочка заменила каждую букву в своём имени её номером в русском алфавите. Получилось число 2011533. Как её зовут?

21. На каком из рисунков закрашена большая площадь?



22. Разделите фигуру на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки, нарисованные справа от неё.



23. Валя выписала через запятую все натуральные числа от 50 до 150. Сколько чисел выписала Валя? А сколько цифр?

Глава 3

3.1. Дроби

1. Найдите:

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| а) $\frac{1}{2}$ от 34; | з) $\frac{1}{11}$ от 22; | п) $\frac{2}{7}$ от 42; | ч) $\frac{17}{21}$ от 63; |
| б) $\frac{1}{3}$ от 18; | и) $\frac{1}{17}$ от 68; | р) $\frac{3}{7}$ от 14; | ш) $\frac{34}{49}$ от 980; |
| в) $\frac{1}{4}$ от 40; | й) $\frac{1}{57}$ от 57; | с) $\frac{5}{7}$ от 21; | щ) $\frac{35}{57}$ от 114; |
| г) $\frac{1}{5}$ от 35; | к) $\frac{1}{2}$ от 124; | т) $\frac{3}{8}$ от 32; | ъ) $\frac{31}{100}$ от 700; |
| д) $\frac{1}{5}$ от 100; | л) $\frac{2}{3}$ от 15; | у) $\frac{5}{9}$ от 45; | ы) $\frac{18}{91}$ от 273; |
| е) $\frac{1}{5}$ от 105; | м) $\frac{1}{4}$ от 28; | ф) $\frac{3}{10}$ от 70; | ь) $\frac{8}{13}$ от 39; |
| ё) $\frac{1}{5}$ от 245; | н) $\frac{2}{5}$ от 25; | х) $\frac{4}{11}$ от 22; | э) $\frac{9}{19}$ от 95; |
| ж) $\frac{1}{5}$ от 575; | о) $\frac{5}{6}$ от 24; | ц) $\frac{5}{12}$ от 36; | ю) $\frac{11}{101}$ от 707. |

2. Найдите целое, если

- | | |
|---|--|
| а) $\frac{1}{4}$ от него составляет 4; | к) $\frac{11}{19}$ от него составляет 33; |
| б) $\frac{1}{5}$ от него составляет 5; | л) $\frac{2}{3}$ от него составляет 12; |
| в) $\frac{1}{6}$ от него составляет 7; | м) $\frac{2}{3}$ от него составляет 20; |
| г) $\frac{1}{8}$ от него составляет 6; | н) $\frac{2}{3}$ от него составляет 122; |
| д) $\frac{2}{3}$ от него составляет 14; | о) $\frac{5}{7}$ от него составляет 25; |
| е) $\frac{3}{4}$ от него составляет 21; | п) $\frac{3}{11}$ от него составляет 33; |
| ё) $\frac{1}{3}$ от него составляет 6; | р) $\frac{4}{5}$ от него составляет 16; |
| ж) $\frac{1}{7}$ от него составляет 8; | с) $\frac{12}{13}$ от него составляет 48; |
| з) $\frac{2}{5}$ от него составляет 18; | т) $\frac{8}{13}$ от него составляет 64; |
| и) $\frac{3}{5}$ от него составляет 51; | у) $\frac{10}{25}$ от него составляет 200; |
| й) $\frac{7}{8}$ от него составляет 35; | ф) $\frac{12}{47}$ от него составляет 96; |

- х) $\frac{34}{41}$ от него составляет 340; ш) $\frac{78}{145}$ от него составляет 78;
ц) $\frac{23}{99}$ от него составляет 69; ъ) $\frac{134}{257}$ от него составляет 268;
ч) $\frac{24}{49}$ от него составляет 264; ы) $\frac{98}{99}$ от него составляет 196;
ш) $\frac{31}{37}$ от него составляет 124; ь) $\frac{67}{135}$ от него составляет 201.

3. Найдите от числа 36:

- а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{6}$; г) $\frac{4}{9}$; д) $\frac{5}{12}$; е) $\frac{11}{18}$.

4. Найдите от числа 28:

- а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{9}{14}$; г) $\frac{19}{28}$.

3.2. Задачи на дроби

Уровень 1

1. Андрей прочитал $\frac{4}{9}$ книги, в которой 180 страниц. Сколько страниц прочитал Андрей?

2. Галя сделала 160 вареников с творогом и картошкой, причём вареники с творогом составляли $\frac{5}{8}$ всех вареников. Сколько вареников с творогом сделала Галя?

3. Сколько минут содержится в половине, в трети, в четверти часа?

4. Сколько сантиметров содержится в половине, в четверти, в пятой части метра?

5. В первый день туристы проехали на автобусе 48 км, а во второй день они прошли пешком половину того расстояния, что проехали на автобусе. Какое расстояние преодолели туристы за два дня?

6. В тетради 24 страницы. Сколько чистых страниц осталось в тетради, если исписали четверть всех страниц?

7. У Алёши 80 марок, у Бори на 20 марок больше, а количество марок у Вовы составляет третью часть числа всех марок первых двух мальчиков. Сколько марок у Вовы?

8. В книге 60 страниц. Девочка прочитала в первый день половину, а во второй день треть всех страниц. Сколько страниц ей осталось прочитать?

9. В мастерской было 960 м ткани. За месяц израсходовали треть всей ткани, причём на пошив платьев пошла половина израсходованной ткани. Сколько метров ткани пошло на пошив платьев?

10. Человек прошёл $\frac{2}{3}$ дороги. Какова длина всей дороги, если он прошёл 4 км?
11. Велосипедист проехал $\frac{2}{9}$ дороги. Какова длина дороги, если он проехал 40 км?
12. Иван исписал 10 страниц тетради, что составляет $\frac{5}{6}$ всей тетради. Сколько страниц в тетради?
13. До перерыва шахматисты сыграли $\frac{4}{5}$ всего времени партии. Сколько времени продолжалась партия, если до перерыва шахматисты играли 2 часа?
14. До обеда выгрузили $\frac{7}{10}$ зерна, находившегося в товарном вагоне. Сколько тонн зерна было в вагоне, если выгрузили 42 т?
15. Турист прошёл в первый день 24 км, что составляет $\frac{3}{8}$ всего пути. Каков путь туриста?
16. Марк израсходовал 63 рубля, что составляет $\frac{7}{9}$ всех его денег. Сколько денег было у Марка?
17. Дочери 16 лет, её возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста матери. Сколько лет матери?
18. Сыну 10 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Сколько лет отцу?
19. Велосипедисты за два дня проехали 48 км. В первый день они проехали $\frac{2}{3}$ всего пути. Сколько километров они проехали во второй день?

Уровень 2

1. До обеда токарь изготовил 28 деталей, а после обеда — оставшиеся $\frac{3}{7}$ дневной нормы. Какова дневная норма токаря?
2. В первый день турист прошёл $\frac{2}{5}$ намеченного пути, а во второй — оставшиеся 15 км. Каков путь туриста?
3. Машинистка перепечатала $\frac{1}{7}$ рукописи, а затем оставшиеся 42 страницы. Сколько страниц в рукописи?
4. Токарь обработал $\frac{1}{9}$ всех деталей, а затем оставшиеся 72 детали. Сколько было деталей?
5. Для школьного праздника надули $\frac{3}{7}$ всех воздушных шаров, после чего осталось надуть 32 шара. Сколько всего воздушных шаров украсят школу во время праздника?
6. На перемене 4 ученика остались работать в кабинете за своими компьютерами, а $\frac{7}{9}$ всех компьютеров освободились. Сколько всего компьютеров в кабинете?

7. Тарас принёс $\frac{17}{18}$ ведра родниковой воды. Мама взяла $\frac{5}{18}$ ведра для полива цветов, а затем ещё $\frac{7}{18}$ ведра для приготовления обеда. Какая часть ведра осталась заполненной водой?

8. Мама принесла $\frac{15}{17}$ бидона молока. За завтраком выпили $\frac{6}{17}$ бидона, а затем $\frac{5}{17}$ бидона мама взяла для приготовления манной каши. Какая часть бидона осталась заполненной молоком?

9. Автотуристы за три дня проехали 360 км; в первый день они проехали $\frac{2}{5}$, а во второй день — $\frac{3}{8}$ всего пути. Сколько километров проехали автотуристы в третий день?

10. Уменьшите 90 рублей на $\frac{1}{10}$ этой суммы.

11. Увеличьте 80 рублей на $\frac{2}{5}$ этой суммы.

12. В школьной библиотеке 2750 учебников. Из них по математике — $\frac{3}{25}$ всех учебников, а $\frac{5}{11}$ остатка — учебники по литературе. Сколько учебников по литературе в библиотеке?

13. В новом жилом комплексе построили 3 школы. Первая школа рассчитана на 1125 учащихся, вторая — на $\frac{7}{9}$ количества учащихся первой, а третья — на $\frac{19}{40}$ всех учащихся первой и второй школ. Сколько учащихся ходит в третью школу?

14. На покупку овощей хозяйка израсходовала 30 рублей, что составило $\frac{1}{6}$ имевшихся у неё денег. Затем она купила 2 кг яблок по 35 рублей за килограмм. Сколько денег у неё осталось после этих покупок?

15. Отец купил сыну костюм за 240 рублей, на что израсходовал $\frac{1}{3}$ своих денег. После этого он купил несколько книг, и у него осталось 390 рублей. Сколько книг он купил, если известно, что книга стоит 30 рублей?

16. Сыну 8 лет, его возраст составляет $\frac{2}{9}$ возраста отца. А возраст отца составляет $\frac{3}{5}$ возраста дедушки. Сколько лет дедушке?

17. Длина лох-несского чудовища составляет 20 м и ещё половину его длины. Какова его длина?

Уровень 3

1. Сейчас у Лёвы в коллекции 250 марок. За последний год число марок в его коллекции увеличилось на $\frac{1}{4}$. Сколько марок было в коллекции год назад?

2. Вася сказал, что у них в классе 35 учащихся, причём $\frac{2}{3}$ всех учащихся — девочки. Папа сказал, что такого не может быть. Почему?

3. Известно, что $\frac{8}{15}$ учащихся класса учится на «4» и «5». Сколько учащихся может быть в классе?

4. Известно, что $\frac{1}{8}$ учащихся класса — отличники, а $\frac{3}{5}$ учащихся класса — девочки. Сколько учащихся может быть в классе?

5. Известно, что $\frac{3}{5}$ учащихся класса — девочки и $\frac{1}{7}$ из них — отличницы. Сколько учащихся может быть в классе?

6. Найдите число, $\frac{2}{3}$ которого равны $\frac{3}{7}$ числа 210.

7. Найдите $\frac{5}{8}$ числа, $\frac{5}{12}$ которого равны 160.

8. Одно из слагаемых равно 324, и оно составляет $\frac{12}{25}$ суммы. Найдите второе слагаемое.

9. Найдите разность двух чисел, если вычитаемое равно 658 и оно составляет $\frac{7}{15}$ уменьшаемого.

10. На рынок привезли арбузы и дыни. Дынь было 180, четверть их продали в первый день. Оставшиеся дыни составляют $\frac{1}{5}$ часть от числа оставшихся арбузов. На сколько больше осталось арбузов, чем дынь?

11. Гончары приготовили для обжига в печи вазы и кувшины. Кувшинов было 60, что составило $\frac{1}{12}$ часть от числа ваз. Пятую часть приготовленных изделий уже обожгли. Сколько ваз и кувшинов, вместе взятых, осталось обжечь?

3.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Какую часть составляют:

- а) 20 минут от часа; г) 12 минут от часа;
б) 30 минут от часа; д) 10 минут от часа;
в) 15 минут от часа; е) 6 минут от часа?

2. Найдите число, $\frac{2}{5}$ которого равны 60.

3. Найдите число, $\frac{3}{11}$ которого равны 99.

4. На стоянке автомашин было 15 «Жигулей». Они составляли $\frac{3}{5}$ всех автомашин. Сколько всего автомашин было на стоянке?

5. Пьеро нужно сочинить для Мальвины 320 стихов. В первый день он сочинил четверть всех нужных стихов и ещё 12 стихов. Во

второй день он сочинил треть оставшихся стихов и ещё 7 стихов. Сколько ещё стихов осталось сочинить Пьеро?

6. У мальчика было 24 рубля. Он потратил $\frac{1}{4}$ этой суммы и $\frac{1}{2}$ остатка. Сколько денег он потратил?

7. Туристы отправились в поход. За три дня они прошли 48 км. В первый день туристы прошли $\frac{1}{4}$ всего расстояния, а во второй день — $\frac{5}{9}$ остатка. Сколько километров они прошли в третий день?

8. В детский санаторий завезли бананы, апельсины и мандарины. Масса апельсинов составляет $\frac{12}{35}$ массы бананов, а масса мандаринов — $\frac{7}{12}$ массы апельсинов. Сколько килограммов апельсинов и мандаринов, вместе взятых, завезли в санаторий, если бананов завезли 245 кг?

9. Путешествуя на катере по Волге, турист в первый день проплыл 72 км, во второй день — $\frac{7}{8}$ того, что проплыл в первый день, а в третий — $\frac{8}{9}$ того, что проплыл во второй. На сколько километров меньше проплыл турист в третий день, чем во второй?

10. Мартышка, Удав, Слононок и Попугай съели вместе 70 бананов, причём каждый из них съел хотя бы один банан. Мартышка съела больше, чем кто-либо из них. Попугай и Слононок съели вместе 45 бананов. Сколько бананов съел Удав?

11. У фермера Петра Грушина есть участок земли прямоугольной формы. Длина участка равна 28 м, что составляет $\frac{7}{4}$ его ширины. На площади, равной $\frac{30}{56}$ площади всего участка, фермер разбил яблоневый сад. Найдите площадь сада.

12. На один грузовик можно погрузить 3 т груза. Сколько надо грузовиков, чтобы перевезти 28 т груза?

13. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы сложение было выполнено верно:

а) $17*6 + 4*5* = *082$;

г) $** + ** = 197$;

б) $253* + *79*8 = 4**97$;

д) $*62* + 84*7 = *2*62$;

в) $8*56 + *36*7 + 219* = 6*093$;

е) $294* + *76*1 = 6**24$.

14. Какая из величин больше и на сколько? Укажите все промежуточные действия:

а) 25 ч 222 с и 1503 мин 40 с;

б) $30 \text{ дм}^2 5 \text{ см}^2$ и $2983 \text{ см}^2 2200 \text{ мм}^2$;

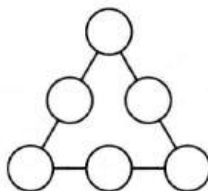
в) 438 ц 964 кг и 42 т 2394 кг.

15. Во сколько раз путь по лестнице с первого этажа на десятый длиннее, чем путь с первого этажа на второй?

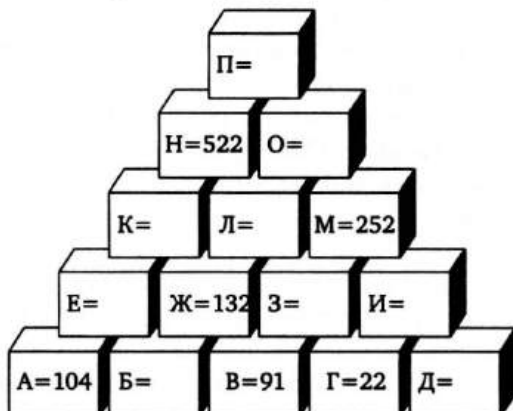
16. Кабинки развлекательного аттракциона «Колесо обозрения» последовательно пронумерованы числами 1, 2, 3 и т. д. Сколько всего кабинок, если известно, что в тот момент, когда кабинка с номером 24 занимает самую высокую позицию, кабинка с номером 10 занимает самую низкую?

17. Каждый учащийся гимназии изучает по крайней мере один из двух иностранных языков. Английский язык изучают 328 учеников, французский язык — 246 учеников, а английский и французский одновременно — 109 учеников. Сколько всего учеников учится в гимназии?

18. Расставьте числа 1, 2, 4, 5, 6, 8 в кружочки так, чтобы сумма чисел на каждой стороне была равна 11.



19. Заполните пирамиду, если известно, что число на каждом кирпичике является суммой двух чисел под ним.



20. В трёх ящиках лежат шарики: в первом ящике — два белых, во втором — два чёрных, в третьем — белый и чёрный. На ящики наклеены этикетки ББ, ЧЧ и БЧ так, что содержимое каждого из них не

соответствует этикетке. Как, вынув один шарик, узнать, что в каком ящике лежит?

21. Отличница Маша живёт в доме с одним подъездом в квартире № 57. На каком этаже живёт Маша, если на каждом этаже по 7 квартир?

22. Пять лет назад брату и сестре вместе было 8 лет. Сколько лет им будет вместе через 5 лет?

23. Сумма цифр двузначного числа равна наибольшему из однозначных чисел, а число десятков на два меньше этой суммы. Какое это число?

Глава 4

4.1. Текстовые задачи на части

Уровень 1

1. Сплав состоит из 2 частей меди и 3 частей олова. Сколько олова в сплаве массой 225 г?

2. Для приготовления бетона берут 4 части песка и 3 части цемента. Сколько нужно взять цемента для приготовления 238 кг бетона?

3. Тесто для пельменей состоит из 2 частей молока, 1 части маргарина и 10 частей муки. Сколько молока, маргарина и муки содержится в тесте массой 910 г?

4. Ёжик Клод состоит из 5 частей колючести, 6 частей нежности и 9 частей милоты. Сколько граммов колючести, нежности и милоты содержится в упитанном 800-граммовом ёжике?

5. Зелье состоит из 2 частей корней мандрагоры и 3 частей фиалковых лепестков.

а) Найдите массу зелья, если корней мандрагоры в нём 130 г.

б) Сколько фиалковых лепестков содержится в таком зелье?

6. Слиток состоит из 3 частей золота, 2 частей платины и 11 частей серебра.

а) Найдите массу слитка, если платины в нём 30 г.

б) Сколько золота содержится в таком слитке? А сколько серебра?

7. Статуэтка состоит из 57 частей золота и 49 частей серебра.

а) Найдите массу статуэтки, если серебра в ней на 88 г меньше, чем золота.

б) Сколько золота содержится в такой статуэтке? А сколько серебра?

8. Сплав состоит из 4 частей золота, 3 частей платины и 8 частей серебра.

а) Найдите массу сплава, если серебра в этом сплаве на 40 г больше, чем золота и платины, вместе взятых.

б) Сколько золота, платины и серебра содержится в таком сплаве?

9. Для приготовления варенья на 3 части ягод берут 5 частей сахара.

- а) Сколько надо взять ягод, чтобы получилось 5 кг 600 г варенья?
- б) Сколько сахара следует взять для 1 кг 200 г ягод?
- в) Какова масса варенья, если сахара в нём на 3 кг больше, чем ягод?

Уровень 2

1. В двух автобусах 72 человека, причём в одном из них в 3 раза меньше людей, чем в другом. Сколько человек в каждом автобусе?

2. Один отрезок в 12 раз короче другого. Найдите их длины, если сумма их длин равна 52 см.

3. Сумма двух чисел равна 228, а одно из этих чисел в 3 раза больше другого. Найдите эти числа.

4. Учитель истории поставил в 4 раза больше пятёрок, чем учитель математики. Сколько пятёрок поставил учитель истории, если вместе они поставили 75 пятёрок?

5. Ученик купил тетрадей в клетку в 3 раза больше, чем тетрадей в линейку, причём их было на 18 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько всего тетрадей купил ученик?

6. На первой полке стояло в четыре раза больше книг, чем на второй. Это на 12 книг больше, чем на второй полке. Сколько книг стояло на каждой полке?

7. Одно число в 7 раз больше другого, а разность этих чисел равна 420. Найдите эти числа.

8. Топор, молоток и пила весят 7 кг. Топор весит в 4 раза больше пилы, а молоток — в 2 раза больше пилы. Сколько весит топор?

9. На трёх полках 91 книга, причём на первой полке в 4 раза больше книг, чем на второй, а на третьей — в 2 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

10. В трёх ящиках 136 кг яблок. Сколько яблок в каждом ящике, если в первом ящике в 3 раза больше яблок, чем в третьем, а во втором — в 4 раза больше, чем в третьем?

11. Верёвку длиной 140 м разрезали на три части так, что первая часть втрое короче второй и в 6 раз короче третьей. Найдите длину каждой части.

12. В поезде ехали 672 пассажира, причём мужчин было вчетверо, а женщин — вдвое больше, чем детей. Сколько женщин ехало в поезде?

13. Дедушка в 2 раза старше отца, а отец в 5 раз старше сына. Сколько лет каждому, если вместе им 80 лет?

14. Учитель словесности поставил 32 отметки, причём четвёрок было в 5 раз больше, чем троек, а пятёрок — вдвое больше, чем четвёрок. Сколько пятёрок поставил учитель словесности, если двое он не ставил?

15. Мать в 3 раза старше дочери, а отцу столько лет, сколько матери и дочери вместе. Сколько лет каждому, если им вместе 104 года?

16. Можно ли 74 книги расставить на трёх полках так, чтобы на первой полке было в 2 раза больше книг, чем на второй, а на второй в 3 раза больше, чем на третьей?

Уровень 3

1. У Васи на 17 марок больше, чем у Коли. Сколько марок у каждого мальчика, если всего у них 73 марки?

2. Учитель математики поставил на 16 пятёрок больше, чем учитель словесности. Сколько пятёрок поставил учитель математики, если вдвоём они поставили 54 пятёрки?

3. За два дня турист прошёл 57 км, причём за первый день он прошёл на 3 км больше, чем за второй. Сколько километров прошёл турист во второй день?

4. В двух ящиках 97 кг яблок. Сколько яблок в каждом ящике, если в одном из них на 11 кг яблок меньше, чем в другом?

5. Путешественник проехал за два дня 593 км, причём в первый день он проехал на 19 км меньше, чем во второй. Сколько километров проехал путешественник в каждый из дней?

6. Журнал дешевле книги на 45 рублей, а вместе они стоят 173 рубля. Сколько стоит книга?

7. Гриша, Яша и Лёва вместе получили за четверть 102 пятёрки. Гриша получил на 4 пятёрки больше, чем Яша, а Яша — на 1 пятёрку больше, чем Лёва. Сколько пятёрок получил каждый из учеников?

8. Вася, Лёва и Коля собрали 97 грибов. Вася собрал на 7 грибов больше, чем Коля, а Лёва — на 5 грибов больше, чем Вася. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

9. Мама на 21 год старше сына и на 2 года младше отца. Сколько лет каждому, если вместе им 80 лет?

10. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 144.

11. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 435.

12. В двух банках 7 литров молока. Если в одну из них добавить 1 литр, то в ней станет в 3 раза больше молока, чем в другой. Сколько литров молока в каждой банке?

13. В двух коробках было 43 карандаша. Когда в одну из них положили 7 карандашей, в ней стало в 4 раза больше карандашей, чем в другой. Сколько карандашей было в каждой корзине первоначально?

14. В двух корзинах было 76 яблок. Когда в одну из них добавили 4 яблока, в ней стало втрое больше яблок, чем в другой. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

15. У Ромы и Коли 66 марок. Если бы у Ромы было на 3 марки меньше, то у Коли было бы в 6 раз больше марок, чем у Ромы. Сколько марок у Ромы?

16. Рабочий и его ученик изготовили 58 деталей. Если бы ученик изготовил на 4 детали меньше, то число деталей, изготовленных рабочим, было бы в 5 раз больше числа деталей, изготовленных учеником. Сколько деталей изготовил рабочий?

17. У Маши вдвое больше конфет, чем у Ильи, а у Веры на 3 конфеты больше, чем у Ильи. Сколько конфет у каждого, если всего у них 31 конфета?

18. Учитель истории поставил в 3 раза больше пятёрок, чем учитель математики, а учитель словесности — на 9 пятёрок больше, чем учитель математики. Сколько пятёрок поставил каждый учитель, если всего они поставили 74 пятёрки?

19. В семи больших бутылках и четырёх маленьких 25 литров молока. Сколько молока в каждой бутылке, если в одной большой бутылке на 2 литра молока больше, чем в одной маленькой?

20. Буратино, Мальвина и Пьеро собирали в лесу шишки, чтобы дать отпор Карабасу-Барабасу. Вместе они собрали 56 шишек. Пьеро нашёл на 4 шишки меньше, чем Буратино, а Мальвина собрала столько, сколько Буратино и Пьеро вместе. Сколько шишек собрал каждый из друзей?

21. При изготовлении кофейного напитка «Ячменный» на 4 части ячменя берут 1 часть цикория. Сколько пачек напитка изготовлено, если каждая пачка весит 250 г и на изготовление всей партии напитка израсходовано ячменя на 36 кг больше, чем цикория?

4.2. Задачи на закрепление и повторение

1. В книге 60 страниц. Прочитали в 2 раза больше страниц, чем осталось прочитать. Сколько страниц осталось прочитать?

2. На автостоянке 24 автомобиля, причём легковых автомобилей в 3 раза больше, чем грузовых. Сколько грузовых автомобилей на автостоянке?

3. На двух полках 72 книги, причём на первой полке в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг на первой полке?

4. Василиса прочитала в 3 раза больше страниц, чем ей осталось прочитать. Известно также, что она прочитала на 78 страниц больше, чем ей осталось прочитать. Сколько страниц прочитала Василиса?

5. Для приготовления салата взяли 2 части перца, 3 части огурцов и 3 части помидоров (по массе). Сколько килограммов перца понадобится для приготовления 3200 г салата?

6. При изготовлении кофейного напитка на 7 частей кофе берут 6 частей цикория, 5 частей желудей и 2 части каштанов. Сколько пачек напитка изготовлено, если каждая пачка весит 200 г, а кофе и цикория вместе израсходовано 26 кг?

7. Никита, Витя и Шурик подготовили детали для сборки автомобиля. Все вместе они сделали 40 деталей. Никита сделал на 8 деталей меньше, чем Шурик, а Витя приготовил столько деталей, сколько Никита и Шурик вместе. Сколько деталей для сборки автомобиля приготовил каждый из друзей?

8. Раствор для предохранения оконных стёкол от замерзания содержит 9 частей глицерина, 5 частей поваренной соли и 6 частей воды. Какова масса раствора, в котором общая масса глицерина и соли равна 109200 г?

9. Мама принесла два десятка пирожных. Вера съела в два раза больше пирожных, чем Юля, а Леся съела больше Юли, но меньше Веры. Маме, папе и бабушке осталось по одному пирожному. Сколько пирожных съела Юля?

10. В супермаркет завезли одинаковое число поп-ит и симпл-димл. После того как продали 146 поп-ит и 110 симпл-димл, симпл-димл осталось в 3 раза больше, чем поп-ит. Сколько всего было завезено игрушек каждого вида?

11. Вычислите $249\,172 : 809 - 110$.

12. Вычислите $7567 - 7245 : (416 - 15 \cdot 17) + 78$.

13. Решите уравнение $(294 : x - 14 \cdot 6) : 3 = 21$.

14. В числе 4321 цифры переставили так, что каждая из них оказалась не на своём месте. Полученное число сложили с первоначальным числом. В сумме получилось чётное число, все цифры которого различны. Найдите эту сумму.

15. В классе Светланы Викторовны учатся только отличники и хорошисты. Известно, что мальчиков-отличников в классе столько же, сколько девочек-хорошисток. Кого в классе больше: мальчиков или хорошистов?

16. Светлана Викторовна и ребята вырезали снежинки. Каждый из двух мальчиков вырезал седьмую часть всех снежинок. Каждая из четырёх девочек вырезала по 27 снежинок. Светлана Викторовна вырезала 7 снежинок. Сколько всего снежинок они вырезали?

17. Сумма двух чисел равна 374. Одно из них заканчивается нулём. Если этот ноль зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.

18. Внучке 21 год, бабушке 66 лет. Сколько лет назад внучка была в 10 раз моложе бабушки?

19. Решите ребус:

$$\begin{array}{r} * 6 * \\ + \quad * 7 \\ \hline * * 2 4 \end{array}$$

20. Было 50 листов бумаги. Несколько из них разорвали на 4 части. Всего стало 95 больших и малых листов. Сколько листов разорвали?

21. Запишите выражение и найдите его значение.

К разности чисел 300 002 и 170 315 прибавить произведение чисел 40 080 и 205.

22. Вычислите $16 \text{ т } 82 \text{ кг} - (41 \text{ ц } 5 \text{ кг} + 2482 \text{ кг})$.

23. Глеб и Филипп, встретившись на улице, увидели написанное мелом на асфальте двузначное число. Глеб прибавил к нему 4 и затем поделил на 7, а Филипп поделил его на 9 и затем отнял 1. Результаты совпали. Какое число было написано? (Подсказка. Подумайте, одинаковое ли число видят ребята.)

Глава 5

5.1. Быстрый счёт

Уровень 1

Выполните действия.

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $43 \cdot 86 + 43 \cdot 14$. | 6. $135 \cdot 12 - 2 \cdot 135$. |
| 2. $85 \cdot 44 + 85 \cdot 56$. | 7. $17 \cdot 11 + 17 \cdot 19$. |
| 3. $63 \cdot 7 - 23 \cdot 7$. | 8. $23 \cdot 16 + 16 \cdot 27$. |
| 4. $51 \cdot 78 + 51 \cdot 22$. | 9. $41 \cdot 19 + 21 \cdot 41$. |
| 5. $40 \cdot 87 - 40 \cdot 86$. | 10. $73 \cdot 25 + 25 \cdot 27$. |

Уровень 2

Выполните действия.

- | | |
|--|---|
| 1. $15 \cdot 34 - 15 \cdot 14 + 15 \cdot 80$. | 6. $23 \cdot 17 + 80 \cdot 23 - 23 \cdot 97$. |
| 2. $18 \cdot 9 + 18 \cdot 11 + 20 \cdot 82$. | 7. $14 \cdot 32 + 14 \cdot 13 + 45 \cdot 6$. |
| 3. $25 \cdot 17 + 17 \cdot 15 + 40 \cdot 83$. | 8. $27 \cdot 32 + 27 \cdot 18 + 50 \cdot 13$. |
| 4. $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$. | 9. $32 \cdot 13 + 43 \cdot 17 + 13 \cdot 11$. |
| 5. $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$. | 10. $56 \cdot 23 - 38 \cdot 13 - 23 \cdot 18$. |

Уровень 3

Выполните действия.

- $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$.
- $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$.
- $218 \cdot 367 - 600 \cdot 111 + 233 \cdot 218 - 107 \cdot 500$.
- $317 \cdot 308 + 83 \cdot 192 - 308 \cdot 234$.
- $162 \cdot 54 + 12 \cdot 18 + 88 \cdot 18 + 162 \cdot 46$.
- $2018 \cdot 31 - 18 \cdot 207 + 176 \cdot 2018$.
- $856 \cdot 321 + 64 \cdot 856 + 144 \cdot 210 + 144 \cdot 175$.
- $339 \cdot 378 + 22 \cdot 339 + 513 \cdot 138 + 513 \cdot 262$.
- $164 \cdot 189 + 109 \cdot 164 + 336 \cdot 276 + 336 \cdot 22$.
- $686 \cdot 132 + 868 \cdot 686 + 207 \cdot 202 + 207 \cdot 798$.

Уровень 4

1. Вычислите $210 \cdot 181 + 124 \cdot 302 - 398 \cdot 86 + 217 \cdot 210$.
2. Вычислите $240 \cdot 135 + 112 \cdot 240 - 247 \cdot 132 + 108 \cdot 153$.
3. Ваня вычислил $239 \cdot 600 - 128 \cdot 489 - 600 \cdot 111$, а Таня вычислила $129 \cdot 112$. У кого результат получился больше и почему?
4. Вычислите $478 \cdot 329 - 500 \cdot 112 + 171 \cdot 478 - 400 \cdot 366$.
5. Вычислите $281 \cdot 323 + 281 \cdot 227 + 119 \cdot 550$.
6. Вычислите $345 \cdot 367 - 600 \cdot 211 + 233 \cdot 345 - 134 \cdot 600$.
7. Костя вычислил $239 \cdot 2478$, а Женя вычислила $478 \cdot 1241$. У кого из них результат получился больше?
8. Вычислите $1004 + 498 \cdot 243 - 996 + 502 \cdot 239$.
9. Вычислите $1112 + 444 \cdot 132 - 888 + 556 \cdot 128$.
10. Вычислите $516 + 742 \cdot 421 - 1484 + 258 \cdot 417$.

5.2. Плюс-минус 1

Уровень 1

1. Зайцы нашли в лесу бревно длиной 6 м. Чтобы отнести его домой, они распилили его на части длиной по 1 метру. Сколько зайцы сделали распилов?
2. Теперь у зайцев уже несколько брёвен. Они распилили все брёвна, сделав 20 распилов, и получили 27 чурбачков. Сколько брёвен было у зайцев?
3. Выписали все натуральные числа от 485 до 1234. Сколько чисел выписали?
4. Сколько натуральных чисел расположено между числами 485 и 1234?
5. Сколько натуральных чисел расположено между числами 17 и 43?
6. Сколько натуральных чисел расположено между числами 19 и 53?
7. Сколько всего существует двузначных чисел? А трёхзначных?
8. Улитке надо подняться на столб высотой 10 м. Каждый день она поднимается на 4 м, а каждую ночь сползает на 3 м. Когда улитка доползёт до цели, если она стартовала в понедельник утром?
9. В субботу бобры распилили одно бревно. За день они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?
10. Юные волшебники резали батон волшебной икательной колбасы. Они сделали 5 разрезов. Сколько получилось кусков колбасы?

11. Теперь они взяли батон хихикательной колбасы, сделали несколько разрезов и получили 10 кусков. Сколько разрезов они сделали?
12. На сей раз наши герои взяли несколько батонов щекотательной колбасы, сделали 8 разрезов и получили 13 кусков. Сколько батонов они взяли?
13. Сколько пролётов между вторым и пятым этажами?
14. Кролик бежит марафон. Пробегая мимо флажка, он слышит: «Беги, Кролик, беги!» Сколько раз Кролик услышит эту фразу, если он стартует около первого флажка, а финиширует около десятого?
15. Листочек разрезали на 5 частей, а одну из них — ещё на 5 частей. Сколько частей получилось?
16. Во вторник на лесопилке было сделано 98 распилов и получено 113 чурбачков. Сколько брёвен распилили на лесопилке во вторник?
17. Во сколько раз лестница на седьмой этаж дома длиннее, чем лестница на третий этаж этого же дома?
18. Лифт поднимается с первого этажа на третий за 6 секунд. За какое время он поднимется с первого этажа на девятый?
19. На трассе через равные промежутки установлены фонари. Маша проезжает от первого фонаря до четвёртого за 12 секунд. За какое время она проедет от первого фонаря до шестнадцатого, если не изменит скорость?

Уровень 2

1. Из книги выпал кусок, у первой страницы которого номер 35, а у последней — 74. Сколько листов выпало?
2. У Маши есть 10 палочек длиной 50 см. Она хочет распилить их так, чтобы получилось 50 палочек длиной 10 см. Сколько распилов ей придётся сделать?
3. На прямой отмечено 200 точек так, что расстояние между любыми соседними точками равно 2 см. Чему равно расстояние между крайними точками?
4. Сколько чисел от 1 до 900 не делятся на 30?
5. Гном Торин положил в ряд несколько золотых монет. Гном Балин положил в ряду между каждыми двумя соседними золотыми монетами по две серебряные монеты. Затем гном Бофур положил между каждыми двумя соседними монетами по одной медной монете. Всего получилось 25 монет. Сколько среди них было золотых монет?

6. На полоске бумаги отмечены вертикальные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если разрезать полоску по красным линиям, то получится 7 кусков, если по жёлтым — 6 кусков, а если по зелёным — 13 кусков. Сколько кусков получится, если полоску разрезать по линиям красного и зелёного цвета?

7. Девочки пришли на праздник в платьях двух цветов: белых и розовых. Фотограф сначала расставил девочек в белых платьях, а затем в каждый промежуток между ними поставил по одной девочке в розовых платьях. В итоге сфотографировалось 63 девочки. Сколько девочек пришли на праздник в белых платьях?

8. В одном ряду лежат 8 камешков на расстоянии 2 см один от другого, в другом — 15 камешков на расстоянии 1 см один от другого. Какой ряд длиннее?

9. Двенадцатиметровую колбасу распилили на 3-метровые куски за 12 минут. А за сколько времени 12-метровую колбасу можно распилить на 1-метровые куски?

10. Сколько нечётных чисел заключено между 300 и 700?

11. В четверг знакомые зайцы привезли бобрам 60 трёхметровых брёвен. Их нужно было распилить на куски по 5 дм. Сколько распилов пришлось для этого сделать?

12. На волшебном жезле есть несколько колец трёх цветов: пурпурного, синего и зелёного. Волшебник посчитал, что если он разрежет жезл по пурпурным кольцам, то у него получится 8 частей. Если он разрежет жезл по синим кольцам, то 14 частей, а если по зелёным, то 20 частей. На сколько частей распадётся жезл, если разрезать его по кольцам всех трёх цветов?

13. Вдоль беговой дорожки расставлено 25 флажков на одинаковом расстоянии друг от друга. Василиса стартует у первого флажка и бежит с постоянной скоростью. Через 20 секунд она оказывается у 5-го флажка. За какое время Василиса добежит от первого до 25-го флажка?

Уровень 3

1. На глобусе проведены 17 параллелей и 25 меридианов. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридианом называется дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель — это окружность, параллельная экватору. Экватор также является параллелью.

2. Сколько раз за сутки на часах минутная стрелка обгонит часовую?

3. Бобры пилили одно бревно длиной двадцать пять метров на куски длиной 1 дм каждый. Распиловка бревна поперёк занимает 3 минуты. За какое время бобры распилили всё бревно?

4. Из книги выпал кусок, первая страница которого имеет номер 439, а номер последней записывается теми же цифрами в каком-то другом порядке. Сколько листов в выпавшем куске?

5. На каждой перемене Олаф съедает по шипучке. За неделю (с понедельника по субботу) было 30 уроков. Сколько всего шипучек съел Олаф? (Количество уроков в день вовсе не обязательно одинаковое!)

6. Офицер очень любит пончики. Поэтому во время работы в перерывах между телефонными звонками он съедает по одному пончику. За пять рабочих дней офицер сделал 105 звонков. Сколько пончиков съест офицер за пять рабочих дней? Офицер очень ответственно относится к звонкам и в любое другое время, отличное от перерывов между звонками, пончики не ест. Каждый день он делает хотя бы один звонок.

7. Садовник решил огородить участок изгородью. Для этого ему необходимо поставить столбы на расстоянии 5 метров друг от друга. Участок имеет прямоугольную форму, в длину 30 метров, а в ширину — 20 метров. При этом в углах участка обязательно нужно поставить столбы. Сколько всего столбов нужно будет поставить садовнику?

8. Какие 500 идущих подряд натуральных чисел надо выписать, чтобы всего было выписано 2022 цифры?

5.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Дима вычислил $239 \cdot 500 - 127 \cdot 389 - 500 \cdot 112$, а Катя вычислила $128 \cdot 112$. У кого получилось больше и почему?

Выполните действия.

2. $319 \cdot 233 + 319 \cdot 217 + 181 \cdot 450$.

3. $215 \cdot 407 + 92 \cdot 193 - 407 \cdot 123$.

4. $178 \cdot 144 - 38 \cdot 56 + 178 \cdot 56 - 38 \cdot 144$.

5. $345 \cdot 73 + 23 \cdot 25 + 345 \cdot 27 + 77 \cdot 25$.

6. $1002 + 499 \cdot 243 - 998 + 501 \cdot 239$.

7. У ковбоя Джо было 20 пятицентовых и десятицентовых монет на общую сумму 1 доллар 45 центов. Сколько пятицентовых монет было у ковбоя Джо?

8. Вычислите $10 \text{ ч } 26 \text{ мин} - 3 \text{ ч } 55 \text{ мин} + 19 \text{ ч } 48 \text{ мин}$.

9. Кусок полотна длиной 124 м надо разрезать на две части так, чтобы длина одной части была на 12 м больше другой. По сколько метров полотна будет в каждой части?

10. Света прошла $\frac{5}{8}$ км, а Тарас за это же время прошёл $\frac{7}{8}$ км. На сколько километров больше прошёл Тарас? Выразите это расстояние в метрах.

11. Двум рабочим нужно перенести коробки общей массой 380 кг из грузовика в магазин. Первый грузчик каждый раз переносит по 45 кг, а второй — по 50 кг. Известно, что грузчики сходили от грузовика до магазина одинаковое количество раз. Сколько раз сходил каждый?

12. На уроке физкультуры, который длился 45 минут, дети играли в футбол, баскетбол и вышибалу. В вышибалу и футбол играли одинаковое время, а в баскетбол — на 15 минут дольше. Сколько времени играли в баскетбол?

13. Папа, мама и сын пекут блины на Масленицу. Папа и сын испекли поровну блинов, а мама на 12 больше, чем каждый из них. Всего получилось 57 блинов. Сколько блинов испекла мама?

14. $2024 - x : (111 - 9785 : 95) = 1907$.

15. Три Толстяка разделили между собой торт массой 1 кг 700 г. Первому и второму торта досталось поровну, а третьему на 200 г больше, чем первому. Сколько торта досталось третьему Толстяку?

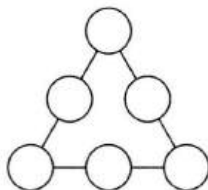
16. Мама в 6 раз старше сына, а сын на 25 лет моложе мамы. Сколько лет маме?

17. Расставьте в кружочках числа 11, 12, 13, 14, 15 и 16 так, чтобы сумма чисел на каждой из сторон треугольника была одинаковой.

18. Вали подарил Зеве книжку про зелёные растения, страницы которой пронумерованы числами от 1 до 104. Сколько цифр использовано для нумерации страниц?

19. Шоколадка состоит из 24 долек. Сколько разломов потребуется сделать, чтобы разделить её на 24 части?

20. Было 40 брёвен. Некоторые из них распилили на 3 полена. Всего стало 86 брёвен и поленьев. Сколько брёвен распилили?



21. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2022 чудодейственные таблетки. Носорог получил на одну больше, чем крокодил, бегемот — на две больше, чем носорог, а слон — на три больше, чем бегемот. Сколько таблеток придётся съесть слону?

22. Пять победителей конкурса? Кто решит больше всех задач? получили в награду по одинаковому количеству шоколадных вафель. Трое из них сразу съели по 5 вафель и увидели, что у них вместе осталось столько вафель, сколько было выдано двум другим. Сколько всего шоколадных вафель было выдано всем пятерым?

23. Осёл разрезает круглый бублик на 17 частей. Сколько разрезов он сделает?

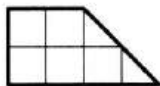
Глава 6

6.1. Разрезания

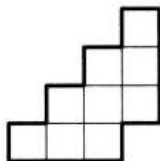
Во всех задачах на разрезание, если не оговорено противное, предполагается, что фигуры можно поворачивать и переворачивать.

Уровень 1

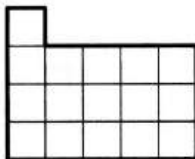
1. Разрежьте квадрат на: а) 4; б) 9; в) 16; г) 17 квадратов.
2. Арбуз разрезали на четыре части и съели. Получилось пять корок. Как такое могло быть?
3. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на четыре равные части.



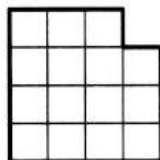
4. Разрежьте фигуру по линиям сетки на три одинаковые части.



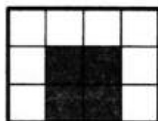
5. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части двумя способами.



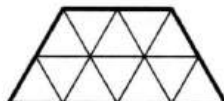
6. Разрежьте фигуру по линиям сетки на три одинаковые части.



7. Дана фигура, в которой часть квадратов закрашена. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала закрашенный квадрат.



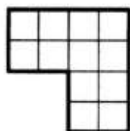
8. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части.



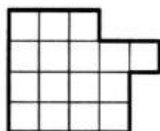
9. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой части был закрашенный шестиугольник.



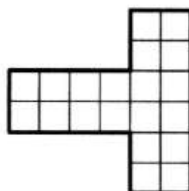
10. Разрежьте фигуры на рисунке по линиям сетки на четыре одинаковые части.



а)

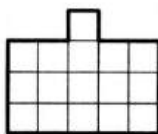


б)

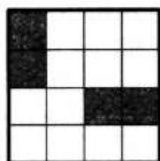


в)

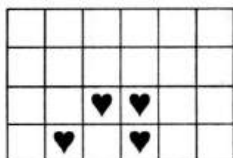
11. Разрежьте фигуру по линиям сетки на четыре одинаковые части двумя способами.



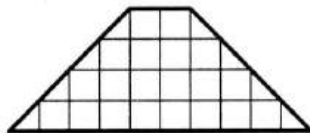
12. Разрежьте квадрат по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала по одной закрашенной клетке.



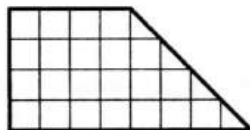
13. Разрежьте прямоугольник по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала одно сердечко.



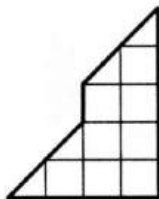
14. Разрежьте трапецию на шесть одинаковых частей. Резать можно по сторонам и диагоналям клеток.



15. Разрежьте трапецию на четыре одинаковые части. Резать можно по сторонам и диагоналям клеток.



16. Разрежьте нарисованную фигуру на две одинаковые части.



17. Можно ли пять бумажных колец склеить так, чтобы при разрезании только одного звена получалось пять отдельных частей?

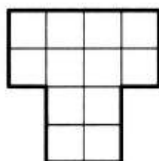
18. Можно ли разрезать квадрат на квадратики двух размеров так, чтобы маленьких было столько же, сколько и больших?

19. Разрежьте циферблат на две части так, чтобы:

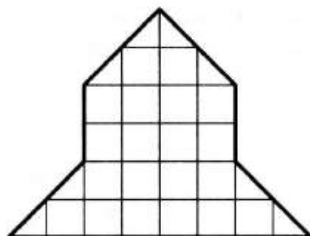
а) сумма чисел в каждой части была одинаковой;

б) сумма цифр в каждой части была одинаковой.

20. Разрежьте фигуры а) и б) на рисунке по линиям сетки на четыре одинаковые части.

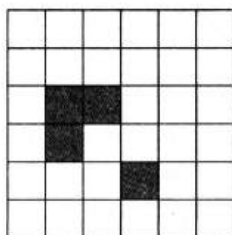


а)

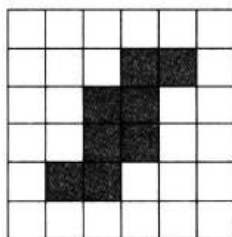


б)

21. Разрежьте квадрат 6×6 клеток по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала закрашенную клетку.

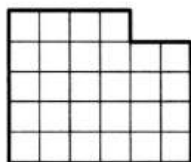


22. Разрежьте квадрат 6×6 клеток по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы каждая часть содержала две закрашенные клетки.

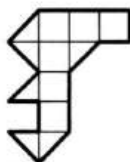


23. Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов.

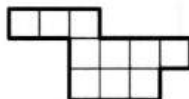
24. Разрежьте каждую из фигур на рисунке на две равные по площади и по форме части.



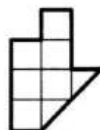
а)



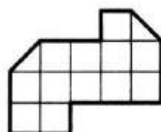
б)



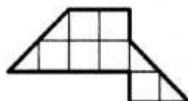
в)



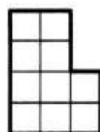
г)



д)

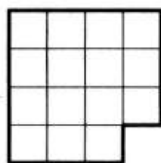


е)

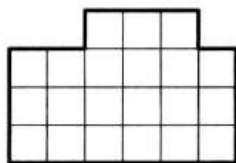


ё)

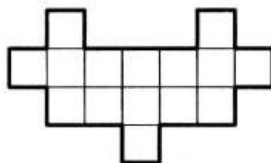
25. Разрежьте каждую из фигур на рисунке на три равные по площади и по форме части.



а)

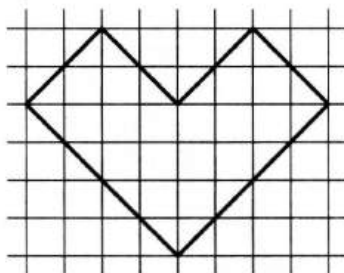


б)



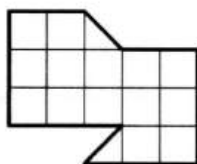
в)

26. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две части, из которых можно сложить прямоугольник.

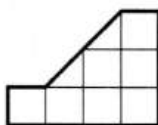


Уровень 2

1. Фигуры а) и б) на рисунке разрежьте на две одинаковые части. Резать можно по сторонам и диагоналям клеток.

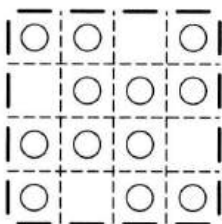


а)



б)

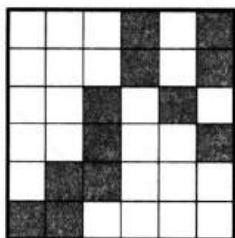
2. Четыре гнома получили от дяди в наследство сад, обнесённый 16 спичками, в котором растут 12 плодовых деревьев. Расположение деревьев указано на рисунке. Разделите сад с помощью 12 спичек на четыре равные части, содержащие по равному числу деревьев. (Равные части должны иметь одинаковую форму и размер.)



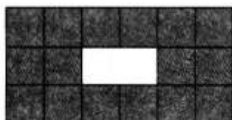
3. Квадратную салфетку сложили пополам, полученный прямоугольник сложили пополам ещё раз. Получившийся квадратик разрезали ножницами по прямой. Могла ли салфетка распасться на:

а) 2 части; б) 3 части; в) 4 части; г) 5 частей?

4. Разрежьте квадрат 6×6 клеток по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой части было три закрашенные клетки.

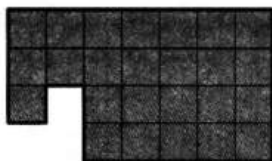


5. Прямоугольник размером 3×6 клеток, из которого вырезан прямоугольник размером 1×2 клетки, разрежьте на две части и составьте из них квадрат.

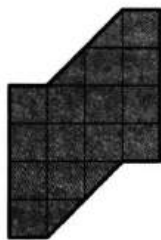


6. Прямоугольник размером 4×9 клеток разрежьте на две одинаковые части и составьте из них квадрат.

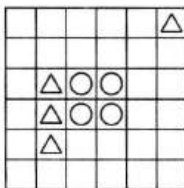
7. Фигуру, изображённую на рисунке, разрежьте на две части и составьте из них квадрат.



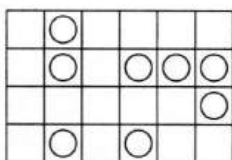
8. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две одинаковые части, из которых можно составить квадрат. Сделайте это двумя способами.



9. Разрежьте квадрат 6×6 клеток по линиям сетки на четыре одинаковые части так, чтобы в каждой был треугольник и круг.

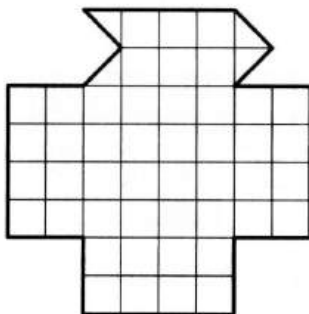


10. Разрежьте фигурку на восемь одинаковых частей, чтобы в каждой части оказался ровно один кружок.

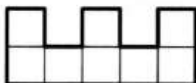


Уровень 3

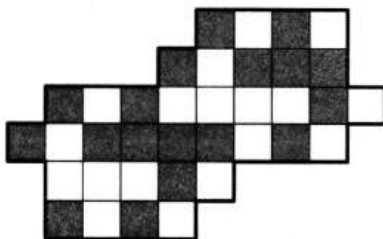
1. Разрежьте фигуру на двенадцать одинаковых частей.



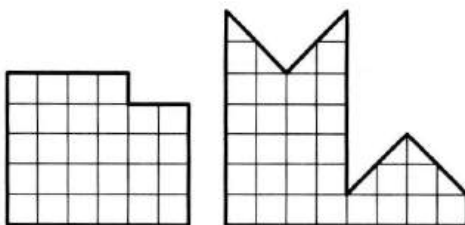
2. В фигуре, изображённой на рисунке, расставьте числа от 1 до 8 так, чтобы при любом разрезании на две связанные части сумма чисел в одной из частей делилась на сумму чисел в другой.



3. Разрежьте изображённую на рисунке фигуру на четыре одинаковые части так, чтобы из них можно было сложить квадрат размером 6×6 с шахматной раскраской.

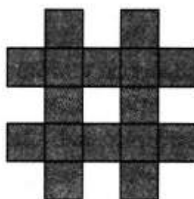


4. Разрежьте каждую из следующих фигур на две одинаковые части.



5. Существует ли разбиение доски 8×8 на доминошки, в котором ровно одна пара доминошек образует квадрат 2×2 ?

6. Разрежьте по клеточкам на четыре части фигуру, изображённую на рисунке, и сложите из них квадрат.



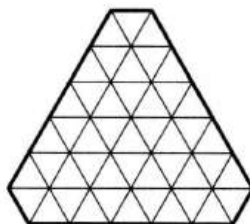
7. а) Можно ли шахматную доску разрезать на доминошки 1×2 ?

б) А если из шахматной доски вырезали одну угловую клетку, то получится разрезать?

в) А если вырезали две клетки: левую нижнюю и левую верхнюю?

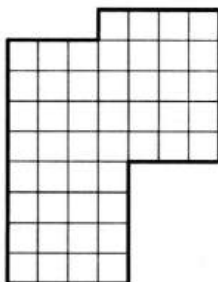
г) А если левую нижнюю и правую верхнюю?

8. Можно ли шестиугольный торт разрезать на 23 равных куса по указанным линиям?

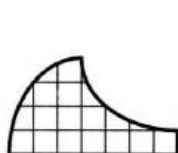


9. На клетчатой бумаге нарисован квадрат со стороной 5. Можно ли его разрезать на пять частей одинаковой площади, проводя разрезы только по линиям сетки, так, чтобы суммарная длина разрезов была не больше 16?

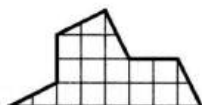
10. Разделите фигуру на рисунке на две одинаковые части.



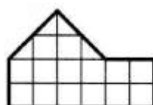
11. Разрежьте каждую из фигур на рисунке на две части так, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат. Покажите, как сложить квадрат из полученных частей.



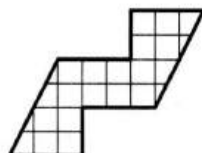
а)



б)

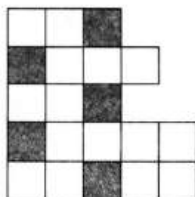


в)

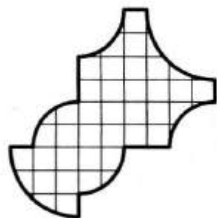


г)

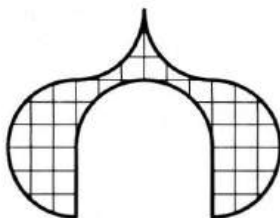
12. Разрежьте фигуру на рисунке на пять четырёхклеточных фигурок различной формы таким образом, чтобы в каждой из пяти фигурок была ровно одна закрашенная клетка. В этой задаче фигурки считаются одинаковыми, если они совмещаются при повороте, но не при переворачивании.



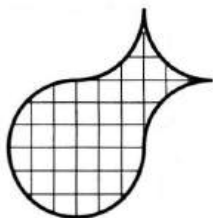
13. Разрежьте квадрат 6×6 на части, из которых можно было бы сложить фигуры, изображённые на рисунке. (Для каждой из фигур набор частей свой.) Покажите, как их сложить из этих частей.



а)



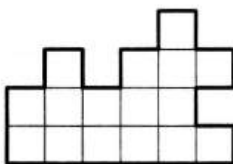
б)



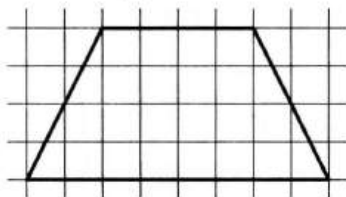
в)

14. Разрежьте квадрат 4×4 на две равные по площади и по форме части по линиям сетки. Перечислите как можно больше различных способов сделать это! Два способа считаются различными, если получающиеся части не становятся одинаковыми после поворота или переворота.

15. Разрежьте фигуру на наименьшее число частей, из которых можно было бы сложить квадрат. (Подсказка. Достаточно двух частей.)



16. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две части, из которых можно сложить треугольник.

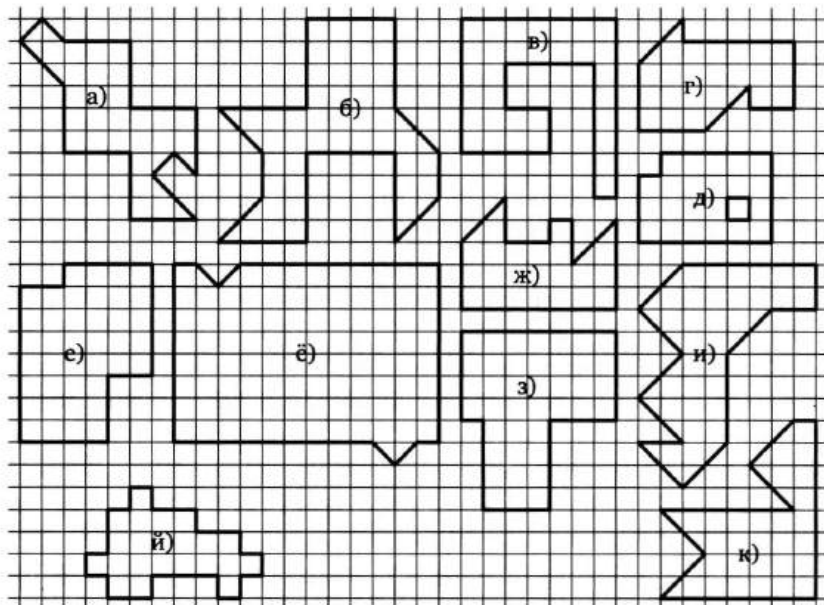


6.2. Задачи на закрепление и повторение

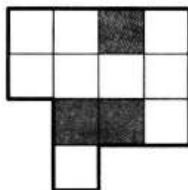
1. В трёх ящиках лежат орехи. В первом на 6 орехов меньше, чем в двух других вместе, а во втором на 10 орехов меньше, чем в первом и третьем. Сколько орехов в третьем ящике?

2. Прямоугольник длиной 8 см и шириной 4 см разделили на четыре одинаковые части, из которых сложили квадрат (при этом части не накладываются друг на друга). Покажите, как это смогли сделать. Найдите площадь получившейся фигуры.

3. Разрежьте фигуры на две равные части.

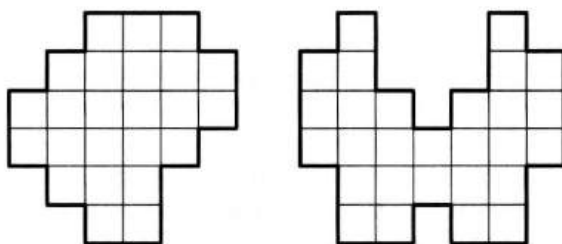


4. Разрежьте фигуру на три равные части так, чтобы в каждой было по одной закрашенной клетке.

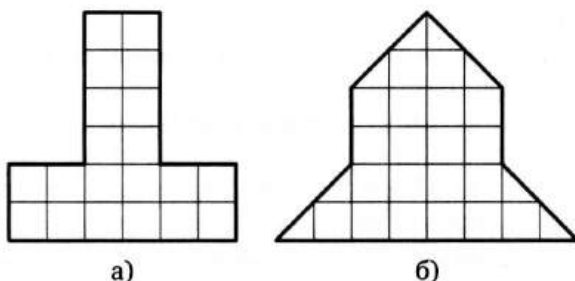


5. Можно ли из квадрата 7×7 вырезать по линиям сетки 8 пятиклеточных букв «Т»? (Буквы «Т» можно поворачивать.)

6. Разрежьте каждую из следующих фигур на четыре одинаковые части.

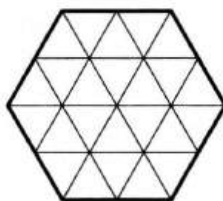


7. Разрежьте каждую из фигур на рисунке на четыре равные по площади и по форме части.



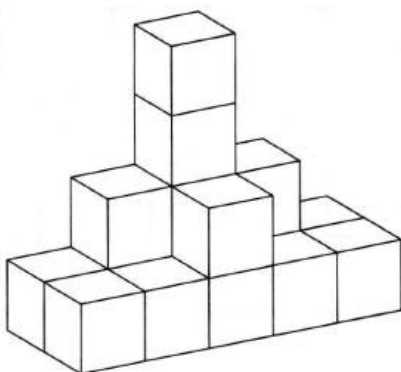
8. Можно ли разрезать квадрат на четыре части так, чтобы каждая часть соприкасалась (т. е. имела общие участки границы — одной общей точки не хватит!) с тремя другими?

9. Разрежьте шестиугольник на четыре одинаковые фигуры. Резать можно только по линиям сетки.



10. Запишите пример, в котором частное в 14 раз меньше делимого и на 3 больше делителя.

11. Марк построил такую башню из одинаковых кубиков. Сколько кубиков он использовал?



12. Напишите наименьшее 12-значное число, в котором встречаются все цифры.

13. Оля, Таня, Юля и Ира варили варенье. Две девочки варили варенье из смородины, две другие — из крыжовника. Таня и Ира варили из разных ягод, Ира и Оля тоже. Ира варила из крыжовника. Какое варенье варила каждая девочка?

14. В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на 8-й?

15. Трое братьев делили поровну наследство — дом, мельницу и 100 рублей. Сначала Иван взял дом, Пётр — мельницу, а Клим — 100 рублей. Потом Иван дал Климу 800 рублей, а Пётр дал Климу 300 рублей. По деньгам наследство поделили поровну. Сколько стоил дом?

16. Три приятеля увлекались плаванием. Первый тренировался регулярно через 3 дня, второй — через 4, а третий — через 5. В те дни, когда не было тренировок, они вместе выходили на прогулку. Какое наибольшее число дней подряд они могли выходить на прогулку?

17. В школьную столовую привезли 5 ящиков яблок, в каждом ящике было одинаковое количество яблок. Арина Родионовна достала из первого ящика 1 яблоко, из второго ящика 2 яблока, из третьего ящика 3 яблока, из четвертого ящика 4 яблока, из пятого

ящика 5 яблок и затем положила все эти яблоки в вазу. На завтрак ребятам из каждого ящика она взяла ещё по 60 яблок. После этого во всех ящиках осталось столько же яблок, сколько было изначально в двух ящиках. Сколько яблок было изначально в каждом ящике?

18. Некоторое число зашифровано словом АПЕЛЬСИНЧИК, при этом одинаковым цифрам соответствуют одинаковые буквы, разным цифрам — разные буквы. Определите, какая цифра заменена буквой «И», если сумма цифр числа равна 54.

19. На деревья под номерами с первого по шестой сели соответственно 2, 6, 20, 14, 22 и 26 птиц. С каких-то трёх из этих деревьев улетела ровно половина птиц. Могло ли улететь в общей сложности 24 птицы? Обоснуйте своё решение.

20. а) Сумма цифр двузначного числа равна 12, а произведение равно 35. Назовите все возможные числа.

б) Сумма цифр трёхзначного числа равна 17, а произведение равно 64. Назовите все возможные числа.

21. В чемпионате участвуют 1024 команды. Играют по олимпийской системе (проигравшая команда выбывает). Сколько состоится матчей?

22. В ящике шкафа лежат 24 красных и 24 синих носка. Сколько носков следует взять из ящика с закрытыми глазами, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?

23. Хозяин обещал работнику за 30 дней работы 9 рублей и кафтан. Через три дня работник уволился и получил за отработанное время кафтан. Сколько стоил кафтан?

Глава 7

7.1. Задачи на движение. Скорость, время, расстояние

1. Черепаха за 6 минут проползает 78 м, а змея проползает 160 м за 10 минут. Сколько метров проползает черепаха за 1 минуту? Сколько метров проползает змея за 1 минуту? Кто ползёт быстрее, черепаха или змея?

2. Медленно бредущее стадо слонов прошло оставшиеся до водопоя 1200 м за 10 минут. С какой скоростью стадо слонов двигалось до водопоя?

3. Серый журавль пролетает 150 км за 3 часа, а городская ласточка — 90 км за 2 часа. Сколько километров пролетает журавль за 1 час? Сколько километров пролетает ласточка за 1 час? Кто летит быстрее, серый журавль или городская ласточка?

4. Гусь за 4 часа пролетел 280 км. С какой скоростью летел гусь?

5. В Японии на линии Токио — Нагасаки курсирует поезд «Хитари», проходящий 340 км за 2 часа. С какой скоростью движется поезд «Хитари»?

6. Скорость современного пассажирского авиалайнера равна 900 км/ч. За какое время он преодолеет расстояние от Санкт-Петербурга до Хабаровска, равное 6300 км?

7. Скорость современного истребителя равна 2500 км/ч. Какое расстояние может пролететь истребитель за 5 часов?

8. Автогонщик преодолел дистанцию за 3 часа, двигаясь со скоростью 170 км/ч. Найдите длину дистанции.

9. Самолёт пролетел 1600 км со скоростью 800 км/ч. Сколько времени продолжался полёт?

10. Игорь пробежал 100 м за 20 секунд. С какой скоростью бежал Игорь?

11. Туристский маршрут состоит из пешей и конной частей. В пешей части маршрута туристы идут 4 часа со скоростью 5 км/ч, а в конной едут 2 часа верхом на лошадях со скоростью 8 км/ч. Какова протяжённость маршрута?

12. Бурокрылые ржанки, обитающие на Чукотке, зимуют на Гаванских островах. Они совершают беспосадочный перелёт на расстояние 3000 км за 40 часов. С какой скоростью бурокрылые ржанки совершают этот перелёт?

13. Голубая акула плывёт со скоростью 600 м/мин. За какое время она достигнет берега, если находится на расстоянии 3 км от него?

14. Автомобилист проехал 180 км за 3 часа, а мотоциклист преодолел такое же расстояние за 2 часа. Чья скорость движения больше и на сколько?

15. Скорый поезд, двигаясь со скоростью 70 км/ч, проходит расстояние между двумя городами за 18 часов. За какое время пройдёт это расстояние пассажирский поезд, если его скорость равна 60 км/ч?

16. Туристы в первый день прошли на байдарках 30 км, двигаясь со скоростью 6 км/ч, а во второй день — 35 км со скоростью 7 км/ч. Сколько времени туристы шли на байдарках эти два дня?

17. Туристы ехали 8 часов на автобусе со скоростью 54 км/ч. После этого им осталось проехать ещё 339 км. Чему равно всё расстояние, которое должны были проехать туристы?

18. Расстояние между двумя пристанями теплоход прошёл за 2 часа со скоростью 24 км/ч. Обратно он шёл 3 часа. С какой скоростью шёл теплоход в обратном направлении?

19. Путешественники пролетели на воздушном шаре до остановки 54 км, а после остановки на 36 км больше. Всего шар находился в полёте 8 часов и всё это время летел с одной и той же скоростью. Сколько времени воздушный шар летел до остановки и сколько после остановки?

20. После того как самолёт пролетел 30 км за 3 минуты, его скорость увеличилась на 5 км/мин. С такой скоростью самолёт летел 40 минут. Какое расстояние он пролетел за эти 40 минут?

21. Водитель едет из пункта А в пункт В. Чтобы приехать вовремя, ему нужно было ехать 9 часов со скоростью 80 км/ч, но он ехал первые 4 часа со скоростью 70 км/ч. На сколько километров в час нужно увеличить скорость водителю, чтобы приехать вовремя?

7.2. Задачи на переливание

Уровень 1

1. Есть два ведра: одно ёмкостью 4 литра, другое — 9 литров. Можно ли только с их помощью набрать из реки ровно 6 литров воды?

2. Можно ли, имея две банки ёмкостью 3 литра и 5 литров, набрать из водопроводного крана 4 литра воды?

3. Можно ли, имея две банки ёмкостью 6 литров и 9 литров, набрать из водопроводного крана 4 литра воды?

4. Отлейте из цистерны 13 литров воды, пользуясь бидонами в 5 литров и 17 литров.

5. Можно ли набрать из реки 8 литров воды с помощью двух вёдер вместимостью 15 литров и 16 литров?

6. Как из полного сосуда ёмкостью в 12 литров отлить половину, пользуясь двумя пустыми сосудами ёмкостью в 8 и 5 литров?

7. Как, имея пятилитровое и девятилитровое ведро, набрать из крана ровно 3 литра воды?

8. Винодел обычно продаёт своё вино по 30 и по 50 литров и использует для этого кувшины только такого размера. Один из покупателей захотел купить 10 литров. Как винодел отмерил 10 литров, пользуясь своими кувшинами?

Уровень 2

1. Есть три кастрюли: восьмилитровая — с компотом, трёхлитровая и пятилитровая — пустые. Как разделить компот пополам? (Компот, в отличие от воды, выливать нельзя.)

2. Можно ли разлить 50 литров бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 литров больше, чем во втором, а во втором на 21 литр больше, чем в третьем?

3. Есть двое песочных часов: на 7 минут и на 11 минут. Каша варится 15 минут. Как с помощью этих часов отмерить нужное время?

4. Три человека купили сосуд, полностью заполненный 24 унциями мёда. Позже они приобрели три пустых сосуда объёмом 5, 11 и 13 унций. Как они могли бы поделить мёд на равные части, используя эти четыре сосуда? Постарайтесь решить задачу за наименьшее количество переливаний.

5. Имеются 3 бочонка ёмкостью 6, 3 и 7 вёдер. В первом содержится 4 ведра кваса, в третьем содержится 5 вёдер кваса. Пользуясь только этой тарой, разлейте квас на три равные части.

6. Имеются трёхлитровая банка сока и две пустые банки: одна литровая, другая — двухлитровая. Как разлить сок так, чтобы во всех трёх банках было по одному литру?

7. Есть 3 бидона ёмкостью 14, 9 и 5 литров. В большем — 14 литров молока, остальные пусты. Как с помощью этих сосудов разлить 14 литров пополам за 14 переливаний?

Уровень 3

1. Есть две одинаковые чашки: одна с кофе, другая с молоком. Из первой чашки во вторую перелили ложку кофе. Затем ложку получившейся смеси перелили обратно из второй чашки в первую. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

2. Есть три сосуда ёмкостью 3 литра, 4 литра и 5 литров, кран с водой и 3 литра сиропа в самом маленьком сосуде. Можно ли с помощью переливаний получить 6 литров смеси воды с сиропом так, чтобы в каждом сосуде воды и сиропа было поровну?

3. Саша стоит на берегу речки. У неё есть два глиняных кувшина: один на 5 литров, а про второй Саша помнит лишь то, что он вмещает то ли 3, то ли 4 литра. Помогите Саше определить ёмкость второго кувшина. (Заглядывая в кувшин, нельзя понять, сколько в нём воды.)

4. Кувшин объёмом 9 литров заполнен водой. Имеются также пустые кувшины объёмом 5, 4 и 2 литра. Как получить в трёх больших кувшинах по 3 литра воды?

5. Имеются три сосуда без делений объёмами 6 литров, 7 литров, 8 литров, кран с водой, раковина и 6 литров малинового сиропа в самом маленьком сосуде. Можно ли с помощью переливаний получить 12 литров смеси воды с малиновым сиропом так, чтобы в каждом сосуде воды и сиропа было поровну?

7.3. Задачи на закрепление и повторение

1. У троих братьев оказалось вместе 9 карандашей. У младшего — на один карандаш меньше, а у старшего — на 1 карандаш больше, чем у среднего брата. Сколько карандашей у каждого из братьев?

2. У Алисы братьев в 3 раза меньше, чем сестёр. Сколько братьев у Алисы, если всего в семье 9 детей?

3. В четырёх мешках вместе 215 камней. В первом мешке в 2 раза больше камней, чем в четвёртом. Во втором, третьем и четвёртом мешках вместе 143 камня. В третьем на 28 камней меньше, чем в первом. Сколько камней во втором мешке?

4. У троих друзей 120 почтовых марок. У Саши на 13 марок меньше, а у Димы на 10 больше, чем у Андрея. Сколько марок у каждого мальчика?

5. Бидон ёмкостью 10 литров наполнен парным молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров молока в семилитровый бидон, используя при этом трёхлитровый бидон.

6. Дядя Фёдор собрался ехать к родителям в гости и попросил у кота Матроскина 4 литра простоквашинского молока. А у Матроскина только 2 пустых бидона: трёхлитровый и пятилитровый — и восьмилитровое ведро, наполненное молоком. Как Матроскину отлить 4 литра молока с помощью имеющихся сосудов?

7. У подножия высокого холма, на берегу тихой речки был небольшой аул. Жили в нём два брата. Старшего брата звали Аючи, младшего — Буланчи. Отправил старший брат младшего за водой, дал ему два бурдюка вместимостью 8 литров и 5 литров и попросил принести ровно 7 литров воды. Сможет ли Буланчи выполнить просьбу старшего брата?

8. Тому Сойеру нужно покрасить забор. Он имеет 12 литров краски и хочет отлить из этого количества половину, но у него нет сосуда вместимостью 6 литров. У него два сосуда: один вместимостью 8 литров, а другой — вместимостью 5 литров. Каким образом налить 6 литров краски в восьмилитровый сосуд? Какое наименьшее число переливаний необходимо при этом сделать?

9. Губке Бобу срочно нужно налить из водопроводного крана 6 литров воды. Но он имеет лишь два сосуда: пятилитровый и семилитровый. Как ему это сделать?

10. Во дворе школы играют 19 девочек и 12 мальчиков. Какое количество школьников должно к ним присоединиться, чтобы все они могли разбиться на 6 равных команд?

11. Пятеро друзей выясняли, какой сегодня день недели.

Андрей сказал: «Позавчера была пятница».

Володя сказал: «Послезавтра будет вторник».

Серёжа сказал: «Вчера была суббота».

Дима сказал: «Завтра будет понедельник».

Егор сказал: «Сегодня четверг».

Один из них ошибся. Кто?

12. У сладкоежки 2028 фантиков. Половина из них синие, четверть — красные, третья часть остальных — зелёные. Сколько у него зелёных фантиков?

13. В полдень на детскую площадку пришёл Вася, через два часа после него — Маша, а через полтора часа после неё — Никита. Вася играл четыре часа, Маша — три, а Никита — два часа. Как долго Маша и Никита были на площадке вдвоём?

14. У Юры есть калькулятор, который позволяет умножать число на 3, прибавлять к числу 3 или (если число делится на 3 нацело) делить на 3. Как на этом калькуляторе получить из числа 1 число 11?

15. В примере одну цифру, встречающуюся несколько раз, заменили звёздочкой. Получили такую запись: $**3 - *8 = 49*$. Какую цифру заменили звёздочкой?

16. Весь класс, в котором учатся Маша и Даша, выстроился в колонну по одному. Позади Маши стоит 16 человек, включая Дашу, а впереди Даши стоит 14 человек. Сколько учеников в классе, если между Машей и Дашей стоит 7 человек?

17. Серёжа любит подсчитывать сумму цифр на табло электронных часов. Например, если часы показывают 21:17, он получает сумму 11. Какую наибольшую сумму он может получить?

18. В стране три города: Правдин, Лгунов и Переменск. Жители Правдина всегда говорят правду, жители Лгунова лгут, а жители Переменска строго попеременно лгут и говорят правду. Пожарным позвонили:

— У нас пожар!

— Где горит?

— В Переменске.

Куда ехать пожарным?

19. В пять горшков, стоящих в ряд, Кролик собирается налить 10 килограммов мёда (не обязательно в каждый и не обязательно поровну). Кролик обещал Винни-Пуху, что после этого Пух сможет взять любые два горшочка, стоящие рядом. Как экономному Кролику разлить весь мёд так, чтобы Пух смог унести как можно меньше мёда?

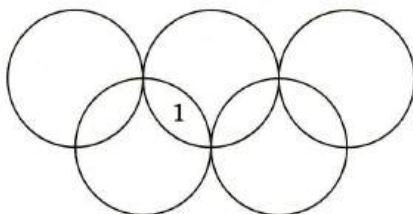
20. На столе лежат три яблока весом 200 г, 300 г и 400 г. Малыш выбирает любое яблоко, а затем яблоко берёт Карлсон. После этого они одновременно начинают есть свои яблоки (с одинаковой скоростью). Тот, кто доел яблоко, берёт следующее; каждый хочет съесть как можно больше.

а) Какое яблоко выбрать Малышу вначале?

б) А если есть ещё яблоко весом 450 г?

21. Какое число нужно поставить вместо * в последовательности 7; 17; 37; 77; *; 317; ...?

22. Расположите в каждой замкнутой области числа от 2 до 9 так, чтобы сумма чисел в каждом из 5 колец была одной и той же.



23. На заводе три цеха. В первом цехе работает в 3 раза меньше рабочих, чем работников на всём заводе. Во втором цехе работников в два раза меньше, чем в первом. А в третьем — на 128 рабочих больше, чем во втором цехе. Сколько всего рабочих трудится на заводе?

Глава 8

8.1. Задачи на движение. Движение навстречу и в противоположных направлениях

1. Из городов A и B , находящихся на расстоянии 360 км друг от друга, одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса, скорости которых равны 40 км/ч и 50 км/ч соответственно.

а) Через какое время после выезда автобусы встретятся?

б) На каком расстоянии от каждого из городов A и B произойдёт встреча?

в) Найдите расстояние между автобусами через 3 часа после выезда.

г) Найдите расстояние между автобусами через 7 часов после выезда.

2. Из городов A и B , находящихся на расстоянии 840 км друг от друга, одновременно навстречу друг другу выехали два поезда, скорости которых равны 75 км/ч и 65 км/ч соответственно.

а) Через какое время после выезда поезда встретятся?

б) На каком расстоянии от каждого из городов A и B произойдёт встреча?

в) Найдите расстояние между поездами через 1 час после выезда.

г) Найдите расстояние между поездами через 4 часа после выезда.

д) Найдите расстояние между поездами через 8 часов после выезда.

е) Найдите расстояние между поездами через 11 часов после выезда.

3. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода, скорости которых равны 6 км/ч и 5 км/ч соответственно. Пешеходы встретились через 3 часа. Найдите расстояние между пунктами.

4. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два поезда, скорости которых равны 78 км/ч и 85 км/ч соответственно. Поезда встретились через 11 часов. Найдите расстояние между городами.

5. Из двух городов, расстояние между которыми равно 600 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 5 часов. Скорость одного из них равна 75 км/ч. Найдите скорость другого автомобиля.

6. Из городов A и B , расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города B . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A .

7. Расстояние между городами A и B равно 390 км. Из города A в город B выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. А через час из города B в город A выехал другой автомобиль со скоростью 50 км/ч. На каком расстоянии от каждого города автомобили встретятся? Через какое время после начала движения первого автомобиля это произойдёт?

8. Из двух портов, расстояние между которыми равно 576 миль, одновременно навстречу друг другу вышли яхта капитана Врунгеля и корабль юнги Солнышкина. Яхта капитана Врунгеля проходила за день 42 мили, что составляет $\frac{7}{9}$ того, что проплывал за день корабль Солнышкина. Через сколько дней после начала движения встретятся мореплаватели?

9. Из Цветочного и Солнечного городов выехали одновременно навстречу друг другу Знайка и Незнайка. Знайка ехал со скоростью 56 км/ч, что составляло $\frac{8}{11}$ скорости движения Незнайки. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между городами равно 532 км?

10. Расстояние между Солнечным городом и Лунным городом равно 525 км. Из Солнечного города к Лунному городу со скоростью 60 км/ч отправился луноход, а через два часа после этого навстречу ему из Лунного города выехала флотилия лунолётов со скоростью 75 км/ч. На каком расстоянии от Солнечного города луноход встретится с лунолётами?

11. Расстояние между Сказочным лесом и Медной горой равно 620 км. Из Сказочного леса на Медную гору вылетел первый волшебный дракон, а через два часа после этого навстречу ему вылетел со скоростью 90 км/ч второй волшебный дракон. Найдите скорость первого дракона, если они встретились на расстоянии 350 км от Сказочного леса.

12. Папа выехал на машине в 6:00 из дома на дачу со скоростью 120 км/ч. В 8:00 с дачи домой на своей машине выехала мама со скоростью 60 км/ч. В 11:00 папа приехал на дачу.

а) Какое расстояние осталось ехать маме, когда папа приехал на дачу?

б) В какое время мама и папа встретились в пути?

8.2. Три рыбака — три судака

Уровень 1

1. Три рыбака поймали 3 судака за 3 дня. За сколько дней 6 рыбаков поймают 6 судаков?

2. Мы знаем, что 1 кошка за 1 день ловит 1 мышку.

а) За сколько дней 1 кошка поймает 2 мышек?

б) За сколько дней 2 кошки поймают 2 мышек?

в) За сколько дней 5 кошек поймают 5 мышек?

г) За сколько дней 5 кошек поймают 15 мышек?

3. Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца.

а) Сколько яиц снесёт 1 курица за 3 дня?

б) Сколько яиц снесёт 1 курица за 12 дней?

в) Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

4. Три землекопа за 2 часа выкопали 3 ямы. Сколько ям выкопают 6 землекопов за 6 часов?

5. Сто синиц за 100 дней съедают 100 кг зерна. Сколько килограммов зерна съедят 10 синиц за 10 дней?

6. Два землекопа за 2 часа выкопают 2 м канавы. Сколько землекопов за 5 часов выкопают 5 м канавы?

7. Десять насосов за 10 минут выкачивают 10 т воды. За сколько минут 25 насосов выкачают 25 т воды?

8. Четыре робота за 4 часа собирают 10 компьютеров. Сколько компьютеров соберут 8 роботов за 8 часов?

9. Три робота за 4 часа собирают 5 компьютеров. Сколько компьютеров соберут 6 роботов за 12 часов?

10. Шесть котов за 6 минут съедают 6 мышей. Сколько понадобится котов, чтобы за 100 минут съесть 100 мышей?

11. Три робота за 4 дня собирают 11 компьютеров. Сколько компьютеров соберут 9 роботов за 8 дней?

12. Три курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 9 кур за 9 дней?

Уровень 2

1. Известно, что 4 кролика и 3 зайца за 5 дней съедают столько моркови, сколько съедают 3 кролика и 4 зайца за 4 дня. Кто быстрее ест морковку: зайцы или кролики — и почему?

2. Три маляра за 5 дней могут покрасить 60 окон.

а) Сколько маляров надо поставить на покраску окон, чтобы они за 2 дня покрасили 64 окна?

б) Сколько окон покрасят 5 маляров за 4 дня?

в) За сколько дней 2 маляра покрасят 48 окон?

3. Полторы курицы за полтора дня несут полтора яйца, а всего у меня 12 кур. Сколько яиц несут мои курицы в день?

4. В первой бригаде землекопов 4 человека — они за 4 часа выкопали 4 м канавы. Во второй бригаде землекопов 5 человек — они за 5 часов выкопали 5 м канавы. Какая бригада работает лучше и почему?

5. 10 роботов собирают 12 компьютеров за 4 часа. Сколько часов понадобится 15 таким роботам, чтобы собрать 27 компьютеров?

6. 25 роботов собирают 15 компьютеров за 3 часа. Сколько часов понадобится 20 таким роботам, чтобы собрать 24 компьютера?

7. Восемнадцать учителей проверяют все письменные работы за 4 часа. За сколько часов проверят такое же количество работ 12 учителей?

8. Десять учителей проверяют все письменные работы за 4 часа. За сколько часов проверят такое же количество работ 8 учителей?

9. Три гоблина рисуют картину на стене за 45 минут. Сколько времени потребуется 5 гоблинам, чтобы нарисовать такую же картину?

10. Девять учителей проверяют все письменные работы за 4 часа. За сколько часов проверят такое же количество работ 6 учителей?

Уровень 3

1. Переписчик в течение 4 дней может переписать 40 листов, работая по 9 часов в день. За сколько дней он перепишет 60 листов, работая по 12 часов в день?

2. На напечатание книги, содержащей по 32 строки на странице и по 30 букв в строке, нужно 24 листа бумаги на каждый экземпляр. Сколько нужно листов бумаги, чтобы отпечатать эту книгу, если на странице должно быть 36 строк и в строке 32 буквы?

3. На содержание 45 человек на 56 дней выделили 2040 рублей. Сколько нужно выделить средств на содержание 75 человек в продолжение 70 дней?

4. Артель землекопов, состоящая из 26 человек и работающая машинами по 12 часов в день, может вырыть канал, длина которого равна 96 м, ширина — 20 м, а глубина — 12 дм, в течение 40 дней. Какой длины канал могут вырыть 39 землекопов, работая в течение 80 дней по 10 часов в день, если ширина канала должна быть равна 10 м, а глубина — 18 дм?

5. Для освещения 18 комнат в течение 48 дней издержано 120 фунтов керосина, причём в каждой комнате горело по 4 лампы. На сколько дней хватит 125 фунтов керосина, если освещать 20 комнат и в каждой комнате должно гореть по 3 лампы?

8.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Из пункта А одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 70 км/ч.

а) Какое расстояние будет между автомобилями через 2 часа после начала движения?

б) Через какое время после начала движения расстояние между автомобилями будет равно 780 км?

2. Из пункта А одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля. Через 3 часа после начала движения расстояние между ними оказалось равно 420 км. Скорость одного из автомобилей равна 50 км/ч. Найдите скорость второго автомобиля.

3. Из двух городов, расстояние между которыми равно 90 км, одновременно, удаляясь друг от друга, выехали два автомобиля со скоростями 70 км/ч и 80 км/ч.

а) Какое расстояние будет между автомобилями через 1 час после начала движения?

б) Через какое время после начала движения расстояние между автомобилями будет равно 540 км?

4. Из двух городов одновременно, удаляясь друг от друга, выехали два велосипедиста со скоростями 17 км/ч и 18 км/ч. Через 2 часа после начала движения расстояние между велосипедистами оказалось равно 157 км. Найдите расстояние между городами.

5. У первой хозяйки 3 курицы за 3 дня снесли 6 яиц, а у второй хозяйки 4 курицы за 4 дня снесли 8 яиц. У какой хозяйки лучше несутся куры?

6. Три учителя за 2 часа проверяют 90 тетрадей. Сколько учителей нужно позвать, чтобы проверить за 3 часа 180 тетрадей?

7. Пять хулиганов разрисовывают стену за 30 минут. За сколько минут разрисуют такую же стену 6 хулиганов?

8. Если писец может за 8 дней написать 15 листов, сколько понадобится писцов, чтобы написать 405 листов за 9 дней?

9. В коробке лежат 80 фломастеров: красные, синие и зелёные. Какое наименьшее число фломастеров надо взять не глядя, чтобы среди них оказалось не меньше 10 фломастеров одного цвета?

10. В ящике лежат 20 пар красных перчаток и 10 пар синих перчаток. Какое наименьшее количество перчаток надо взять из ящика не глядя, чтобы среди них обязательно нашлась пара перчаток (одна на левую руку, другая — на правую) одного цвета?

11. Вычислите $57 \cdot 28 + 44 \cdot 43 + 16 \cdot 57$.

12. Вычислите $321 \cdot 13 + 44 \cdot 321 + 57 \cdot 679$.

13. Чтобы подняться с первого этажа на третий этаж дома, надо пройти 52 ступеньки. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться с первого этажа на шестой этаж этого же дома?

14. Крестьянину надо перевезти через речку волка, козу и капусту. Лодка вмещает одного человека, а с ним либо волка, либо козу, либо капусту. Если без присмотра оставить козу и волка, то волк съест козу. А если без присмотра оставить козу и капусту, то коза съест капусту. Как же крестьянину перевезти свой груз через речку?

15. Составьте уравнение и найдите задуманное число. Если задуманное число увеличить в 308 раз, результат уменьшить на произведение чисел 200 и 330, полученное число уменьшить в 209 раз, а затем увеличить на 809, то получится число, равное частному чисел 163 413 и 201.

16. Восстановите пример: $6*5* - *7*3 = 2957$.

17. Используя каждую из цифр 1, 2, 3, 6, 7, 8 по одному разу, составьте два таких трёхзначных числа, что после вычитания из большего числа меньшего получится наименьший результат.

18. У полковника в подчинении 6 майоров, у каждого майора по 6 лейтенантов, у каждого лейтенанта по 6 солдат. Какова численность всего войска?

19. Пеппи задумала двузначное число и заметила, что сумма цифр в числе равна 12. Если поменять цифры в числе местами, то оно увеличится на 18. Какое число задумала Пеппи?

20. Используя цифру 4 четыре раза, скобки и знаки действий, представьте как можно больше чисел от 0 до 10.

21. Поставьте 12 стульев в 3 ряда так, чтобы:

- а) в двух рядах было по 4 стула, а в одном — 6;
- б) в каждом ряду было по 5 стульев.

22. У Гайдара в полку 560 солдат. На них выделили еды на 7 месяцев. На сколько человек нужно сократить полк, чтобы еды хватило на 10 месяцев?

23. Матвей на 8 лет старше Демида. Два года назад он был втрое старше Демида. Сколько лет Матвею?

Глава 9

9.1. Движение вдогонку и движение с отставанием

1. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 100 км друг от друга. Из города A в направлении города B выезжает автомобиль со скоростью 70 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает автомобиль со скоростью 50 км/ч.

а) Через какое время после начала движения первый автомобиль догонит второй автомобиль?

б) На каком расстоянии от каждого из городов это произойдёт?

в) Какое расстояние будет между автомобилями через 3 часа после начала движения?

г) Какое расстояние будет между автомобилями через 9 часов после начала движения?

2. Из Воронежа одновременно в одном направлении выехали два автомобиля со скоростями 45 км/ч и 60 км/ч.

а) Какое расстояние будет между ними через 4 часа после начала движения?

б) Через какое время расстояние между автомобилями будет равно 105 км?

3. Из посёлка одновременно в одном направлении выехали велосипедист и мотоциклист, скорости которых равны 17 км/ч и 62 км/ч соответственно.

а) Какое расстояние будет между ними через 6 часов после начала движения?

б) Через какое время после начала движения расстояние между велосипедистом и мотоциклистом будет равно 360 км?

4. Из Владивостока одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость одного из них равна 81 км/ч. Через 4 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 108 км. Найдите скорость второго автомобиля. Подумайте, сколько решений имеет задача.

5. Города A и B расположены на одной железной дороге на расстоянии 143 км друг от друга. Из города A в направлении города B

выезжает поезд со скоростью 64 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выезжает второй поезд со скоростью 53 км/ч.

а) Через какое время после начала движения первый поезд догонит второй поезд?

б) На каком расстоянии от каждого из городов это произойдёт?

в) Какое расстояние будет между поездами через 5 часов после начала движения?

г) Какое расстояние будет между поездами через 9 часов после начала движения?

д) Какое расстояние будет между поездами через 16 часов после начала движения?

е) Какое расстояние будет между поездами через 20 часов после начала движения?

6. Города *А* и *В* расположены на одном шоссе. Из города *А* в направлении города *В* выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выехал автомобиль со скоростью 70 км/ч. Найдите расстояние между городами, если через 5 часов после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 157 км.

7. Рон и Гарри опоздали на поезд и решили догнать его на летающей машине мистера Уизли. Сколько времени продлится погоня, если известно, что машина летит со скоростью 60 км/ч, а поезд уже проехал 3 часа со скоростью 90 км/ч? Поезд едет без остановок с постоянной скоростью.

8. Из Светлано-Петровска в Умнецк одновременно в одном направлении выехали два четвероклассника. Скорость Люка равна 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{5}$ скорости Лейи. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 12 минут после выезда?

9. Из деревни в город одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость велосипедиста равна 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{7}$ скорости мотоциклиста. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 36 минут после выезда?

9.2. Туристы и конфеты

Уровень 1

1. Туристам в походе раздают конфеты. Если раздать по 9 конфет, то 5 конфет не хватит, а если раздать по 8 конфет, то 5 конфет

останутся лишними. Сколько туристов участвуют в походе и сколько раздают конфет?

2. Теперь туристам в походе раздают орехи. Если раздать по 6 орехов, то 5 орехов не хватит, а если раздать по 5 орехов, то 5 орехов останутся лишними. Сколько раздают орехов?

3. Даша принесла в школу конфеты на свой день рождения. Если она раздаст одноклассникам по 4 конфеты, то ей не хватит 7 конфет, а если по 3, то у неё останется 14 лишних конфет. Сколько детей в классе?

4. Если дать детям по 4 цветных мелка, то 3 цветных мелка останутся лишними. А если дать по 5 цветных мелков, то двух цветных мелков не хватит. Сколько всего детей?

5. Дон Кихот дарит розы прекрасным дамам. Если он подарит по 9 роз, то 6 роз не хватит, а если подарит по 7 роз, то 6 роз останутся лишними. Сколько роз у Дон Кихота?

6. Круэлла раздает своим далманинцам сахарные косточки. Если она раздаст по 3 косточки, то 18 косточек не хватит, а если раздаст по 2 косточки, то 83 косточек останутся лишними. Сколько у Круэллы далматинцев?

7. Светлана Петровна задаёт ребятам каждую неделю одинаковое количество задач на дом. Если четвероклассник будет решать по 3 задачи в день, то ему останется решить ещё 5 задач перед уроком. А если он будет решать по 2 задачи в день, то останется 11 задач. Сколько задач обычно задаёт Светлана Петровна и сколько дней нужно решать домашнее задание?

Уровень 2

1. Серёжа посчитал, что если он купит 8 бубликов, то у него останется 17 рублей, а на 11 бубликов ему не хватит 16 рублей. Сколько денег у него останется, если он купит как можно больше бубликов?

2. В пакете лежат шипучки. Если раздать их детям по 5 шипучек каждому, то двоим шипучек не достанется. А если раздать их по 4 шипучки, то в пакете останется ещё 176 штук. Сколько шипучек в пакете?

3. Алёна раскладывает апельсины по корзинкам. Если она положит по 5 апельсинов в каждую корзинку, то останется 3 лишних апельсина. А если класть по 6 апельсинов в корзинку, то останутся 3 лишние корзины. Сколько апельсинов у Алёны?

4. Маруся раскладывает вафли по вазочкам. Если она будет класть по 5 вафель в вазочку, то останутся 4 пустые вазочки. А если положит по 4 вафли в каждую вазочку, то останется 5 лишних вафель. Сколько вафель у Маруси?

5. Аня раскладывает сливы по тарелкам. Если она положит по 5 слив в каждую тарелку, то останется 1 лишняя слива. А если будет класть по 6 слив в тарелку, то останутся 3 лишние тарелки. Сколько слив у Ани?

6. Ледяной Джек и Пасхальный Кролик решили помочь Зубной фее собрать молочные зубки. Если они положат по 10 зубиков в мешок, то останется ещё 24 зубика. А если положат по 12 зубиков в мешок, то останется 4 пустых мешка. Сколько мешков и сколько зубиков у Ледяного Джека и Пасхального Кролика?

9.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Из посёлка вышел пешеход со скоростью 6 км/ч, а через 4 часа вслед за ним выехал велосипедист, скорость которого равна 18 км/ч. Через сколько часов после выхода пешехода его догонит велосипедист? На каком расстоянии от посёлка произойдёт встреча?

2. Из города выехал автомобиль со скоростью 96 км/ч. Три часа позже вслед за ним выехал другой автомобиль со скоростью 114 км/ч. Через сколько часов после выезда и на каком расстоянии от города второй автомобиль догонит первый?

3. Со станции выехал товарный поезд со скоростью 42 км/ч, а через 8 часов вслед за ним выехал скорый поезд со скоростью 98 км/ч.

а) Через какое время после своего выезда скорый поезд догонит товарный?

б) Через какое время после своего выезда скорый поезд обгонит товарный на 224 километра?

в) Через какое время после своего выезда товарный поезд будет впереди скорого на 224 километра?

4. Если каждому из своих детей мама даст по 13 тетрадей, то у неё останется 7 лишних тетрадей, а если она попробует раздать им по 16 тетрадей, то ей для этого не хватит 2 тетрадей. Сколько детей и сколько тетрадей у мамы?

5. В коридоре стоят несколько скамеек. Если на каждую скамейку посадить 5 математиков, то восьмерым не останется места, а если посадить по 6 математиков, то одна скамейка будет совсем пустой. Сколько скамеек в коридоре?

6. Какой день недели был вчера, если четверг был за 5 дней до послезавтра?

7. Снегурочка раскладывает пряники в подарочные пакеты. Если она будет класть по 5 пряников в пакет, то останется 5 пустых пакетов. А если положит по 4 пряника в каждый пакет, то останется 2 лишних пряника. Сколько пряников у Снегурочки?

8. Сто одиннадцать миллионов четыре тысячи тридцать три разделите на 37. Ответ запишите цифрами.

9. Линейку длиной 20 см разломали на 2 части, одна из которых в 3 раза короче другой. Найдите длину более короткой части.

10. Батон хлеба длиной 15 см разрезали на 2 части, одна из которых в 4 раза длиннее другой. Найдите длину более длинной части.

11. Демид говорит: «Позавчера мне было ещё только 10 лет, а в следующем году исполнится уже 13». Может ли такое быть?

12. Вычислите $800\,965 - (1654 - 30\,691 : 47) \cdot 695$.

13. Между цифрами 8 7 6 5 4 3 2 1 расставьте, где нужно, знаки «минус» так, чтобы получилось 3. Порядок цифр изменять нельзя.

14. Сравните:

а) 3 ч 5 мин 7 с и 8543 с;

б) $7\text{ м}^2\ 50\text{ см}^2$ и 705 дм^2 ;

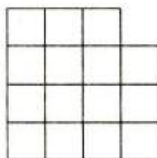
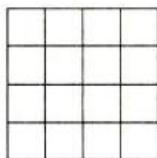
в) 2 т 1 ц 354 кг 13 000 г и 2467 кг.

15. Расставьте скобки, чтобы равенство было верным:

$$336 : 7 : 8 + 4 = 4.$$

16. На доске было записано некоторое число. Из него вычли 7, умножили на 5, вычли 6 и разделили на 8. Получилось число 3. Какое число было записано на доске?

17. На левом рисунке изображено больше квадратов, чем на правом. На сколько?



Глава 10

10.1. Комбинированные задачи на движение

1. Ползут две черепахи. Первая за 20 минут проползает 4 м, а вторая за 35 минут проползает 7 м. Какая черепаха ползёт быстрее?

2. Петя с собакой вышел из дома к озеру. На полпути Петя отослал собаку домой. Она вернулась домой, но тут же побежала за Петей и догнала его, когда он подходил к озеру. Какое расстояние пробежала собака, если Петя прошёл 6 км?

3. Чебурашка пошёл на день рождения к Крокодилу Гене. Когда он прошёл половину пути, он вспомнил, что забыл дома подарок, и вернулся. Поэтому он опоздал к Гене на 20 минут. За какое время Чебурашка мог бы прийти к Гене, если бы не был таким забывчивым?

4. Поезд длиной 750 м шёл по мосту 2 минуты. Какова скорость поезда, если длина моста равна 1 км?

5. Расстояние от села до города равно 45 км. Из села в город вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через час навстречу ему из города в село выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Кто из них в момент встречи будет ближе к селу?

6. Собака погналась за лисицей, которая была на расстоянии 30 метров от неё. Скачок собаки равен 2 м, скачок лисицы — 1 м. В то время как лисица делает 3 скачка, собака делает 2 скачка. Какое расстояние должна пробежать собака, чтобы догнать лисицу?

7. Черепаха ползает со скоростью 30 м/ч. Она хочет научиться тратить на 1 м на 1 минуту меньше. С какой скоростью ей надо научиться ползать?

8. Даша и Вова тренируются в беге на длинные дистанции по стадионной круговой дорожке длиной 400 метров. Даша бежит со скоростью 3 м/с, а Вова со скоростью 5 м/с. Вова стартовал после Даши через 176 секунд и бежит по кругу в ту же сторону, что и Даша. Через сколько секунд после старта он догонит Дашу?

9. Две машины, расстояние между которыми было равно 355 км, выехали навстречу друг другу. Скорость первой машины равна 50 км/ч, а второй — 60 км/ч. Вторая машина сделала до встречи оста-

новку на 30 минут. Через какое время машины встретятся? На каком расстоянии от места выезда второй машины произойдёт встреча?

10. Два Колобка выкатились из своих избушек одновременно навстречу друг другу. Столкнувшись через 4 минуты, они покатались в обратные стороны, не останавливаясь и с такими же скоростями. Через 30 секунд после столкновения они остановились, и расстояние между ними было 26 м. Скорость одного Колобка на 4 м/мин больше скорости другого. На каком расстоянии от своей избушки оказался более быстрый Колобок?

11. Из своих норок одновременно навстречу друг другу выскочили 2 зайчонка. Через 3 минуты они столкнулись нос к носу и, перепугавшись, бросились в обратные стороны с такими же скоростями. Через 30 секунд после встречи зайчата остановились, и расстояние между ними было 21 м. Скорость одного зайчонка на 6 м/мин больше скорости другого. На каком расстоянии от своей норки оказался более быстрый зайчонок?

12. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Они должны были встретиться через 6 часов в пункте *C*. Но через 2 часа после начала движения, когда между автомобилями было 628 км, машина, ехавшая из пункта *B*, повернула обратно и, не изменяя скорости, вернулась в пункт *B*, проехав при этом в общей сложности 296 км. Найдите расстояние от пункта *A* до пункта *C*.

13. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклисты Алёша и Вова. Расстояние между пунктами равно 600 км, а встретиться друзья планировали через 5 часов. Но через 2 часа после выезда Вова остановился, не доехав до места встречи 144 км. Сколько времени потратит Алёша на путь от пункта *A* до места остановки Вовы?

14. В 15 часов из пункта *A* выехал мотоцикл, а из пункта *B* — автобус. Они ехали в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга. Расстояние между пунктами *A* и *B* равно 48 км. К 17 часам расстояние между мотоциклом и автобусом увеличилось на 272 км. На каком расстоянии от пункта *B* будет находиться мотоцикл в 19 часов, если известно, что автобус за 20 минут проезжает 20 км?

15. Из пунктов *A* и *B* в 10 часов утра выехали в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга, два велосипедиста. Через 2 часа расстояние между ними увеличилось на 64 км. В этот момент они развернулись и, не останавливаясь и не меняя скорости, поеха-

ли в обратную сторону, навстречу друг другу. До разворота один из велосипедистов проехал 36 км. Найдите расстояние между пунктами А и В, если известно, что встреча произошла в 6 часов вечера.

16. В 9:30 утра с одной автостанции в противоположных направлениях выехали два автобуса. Первая остановка у обоих автобусов была в 17:30 того же дня. При этом расстояние между ними по дороге оказалось равным 1088 км. До этой остановки скорости автобусов были постоянны. Скорость первого была равна 64 км/ч.

а) Какова была скорость второго автобуса?

б) На каком расстоянии друг от друга автобусы были через 2 часа 30 минут после старта?

17. От дома Емели до столицы 85 км. Ровно в 7 утра со скоростью 14 км/ч из столицы за Емелей выбежал царский скороход. Спустя два часа по той же дороге со скоростью 5 км/ч. Емеля сам выехал на печи из дома в столицу. Печь и скороход движутся с постоянными скоростями без остановок.

а) В какое время они встретятся?

б) Какое расстояние пробежит скороход до встречи?

18. Шерлок Холмс и доктор Ватсон шагают по дороге из деревни в поместье Баскервилей. Расстояние между деревней и поместьем равно 1 км 620 м. Для того чтобы пройти 72 м, доктору Ватсону нужно сделать ровно 90 шагов, а Шерлоку Холмсу — ровно 80 шагов. На сколько шагов больше сделает за весь путь левой ногой доктор Ватсон, чем Шерлок Холмс, если они оба начали шагать с левой ноги?

19. Из Ивановки в Петровку в 8 часов утра выехал грузовик. В это же время из Петровки в Ивановку выехала легковая машина. К 11 часам утра они вместе проехали 369 км, причём легковая машина проехала на 69 км больше, чем грузовик.

а) Определите скорости обеих машин.

б) Найдите расстояние от Ивановки до Петровки, если известно, что машины встретились в 1 час дня.

в) Узнайте, успеет ли грузовик доехать до Петровки к 5 часам вечера.

20. Есть две мухи, сонная и бодрая, которые соревнуются в беге. Они бегут от потолка к полу и обратно. Сонная муха бежит в обе стороны с одинаковой скоростью. Бодрая бежит вниз вдвое быстрее первой, а вверх вдвое медленнее первой. Какая из мух победит?

21. Кирилл и Илья находились на расстоянии 80 км друг от друга. Они начали ехать навстречу друг другу на велосипедах: Кирилл —

со скоростью 23 км/ч, Илья — со скоростью 17 км/ч. На велосипеде у Кирилла сидела муха. В момент начала движения она полетела к Илье со скоростью 34 км/ч. Долетев до него, она полетела обратно к Кириллу и так летала между ними, пока они не встретились. Какое расстояние пролетела муха?

22. Выйдя из дома в школу, Алёна вспомнила, что забыла тетрадь с домашней работой по математике. Продолжая идти, девочка позвонила домой, и, когда она была в пути уже 5 минут, её брат Саша выехал на самокате следом за нею. Вручив тетрадь, он вернулся домой ровно в то время, когда Алёна подошла к школе. Какой путь от дома до школы прошла Алёна, если известно, что она шла со скоростью 60 м/мин, а Саша ехал со скоростью 110 м/мин?

23. Алиса и Белый Кролик в полдень вместе вышли из домика Кролика и пошли на приём к Герцогине. Пройдя полпути, Кролик вспомнил, что забыл перчатки и веер, и вернулся за ними домой. В результате Алиса пришла к Герцогине за 5 минут до начала приёма, а Кролик опоздал на 10 минут. Алиса и Кролик шли с постоянными и одинаковыми скоростями. На какое время был назначен приём у Герцогини?

24. Как известно, профессор Снейп не любит мыться. Пивз заколдовал шампунь, который помчался на волшебных ногах догонять профессора Снейпа. Скорость профессора равна 72 м/мин, а скорость шампуня — 85 м/мин. Через 23 минуты после старта расстояние между ними составило 130 м. Какое расстояние было между профессором Снейпом и шампунем первоначально и через какое время после начала движения шампунь неизбежно достигнет цели?

25. Два пловца одновременно прыгнули с плывущего по реке плота и поплыли в разные стороны: первый — по течению, а второй — против течения. Через пять минут они развернулись и вскоре вновь оказались на плоту. Кто из них вернулся раньше? (Каждый из пловцов плывёт с постоянной собственной скоростью.)

26. Группа туристов должна была прибыть на вокзал в 5 часов. К этому времени с турбазы за ними должен был прийти автобус. Однако, прибыв на вокзал в 3:10, туристы пошли пешком на турбазу. Встретив на дороге автобус, они сели в него и прибыли на турбазу на 20 минут раньше предусмотренного времени. С какой скоростью шли туристы до встречи с автобусом, если скорость автобуса равна 60 км/ч?

27. Без ореха (от дупла до орешника) белка бежит со скоростью 4 м/с, а с орехом (от орешника до дупла) — со скоростью 2 м/с. На путь от дупла до орешника и обратно она тратит 54 секунды. Найдите расстояние от дупла до орешника.

28. За 2 секунды мама-кенгуру делает три прыжка, а кенгурёнок — пять прыжков. Длина прыжка мамы-кенгуру равна 6 м, а длина прыжка кенгурёнка в 3 раза меньше. Мама с кенгурёнком играют в догонялки: кенгурёнок отпрыгивает на 12 прыжков, после чего мама начинает его догонять, а он прыгает дальше. За какое время мама его догонит?

29. Друзья Лёня и Петя живут в одном доме. Лёня задержался в школе и вышел позже Пети. Догоняя его, он пробежал половину пути до дома и ещё 300 м, а оставшуюся четверть пути и ещё 300 м они прошли вместе. Как далеко от дома находится школа?

30. Зелёная и синяя лягушки находились на расстоянии 2015 м друг от друга. Ровно в 12 часов дня зелёная лягушка прыгнула навстречу синей на 9 м. Через минуту синяя лягушка прыгнула навстречу зелёной на 8 м. Ещё через минуту зелёная лягушка снова прыгнула на 9 м и т. д. В какое время лягушки встретились? (Каждый прыжок происходит мгновенно.)

10.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Пятачок и Винни-Пух вышли из домика Пуха, чтобы поздравить ослика Иа-Иа с днём рождения. Пятачок надувал шарик, поэтому вышел на 7 минут позже. Но Винни-Пух ходит со скоростью 300 метров в час, а Пятачок вдвое быстрее. Кроме того, каждые 10 метров Пух останавливался на 2 минуты, чтобы подкрепиться. В результате к домику Иа-Иа друзья подошли одновременно. Сколько метров между домиками Винни-Пуха и ослика Иа-Иа?

2. Из двух городов навстречу друг другу выехали два автомобиля: первый выехал в 11 часов, а второй — на 3 часа позже. Автомобили остановились в тот же день в 18 часов, когда до встречи между ними осталось ещё 95 км, причём первый ехал со скоростью 85 км/ч, а второй проезжал по 180 км за 2 часа. Через сколько часов они бы встретились, если бы выехали одновременно?

3. Буратино и Мальвина шагают по дороге из театра к Полю Чудес. Расстояние между театром и Полем Чудес равно 1 км 820 м. Для

того чтобы пройти 56 м, Мальвине нужно сделать ровно 80 шагов, а Буратино — ровно 70 шагов. На сколько шагов больше сделает за весь путь правой ногой Мальвина, чем Буратино, если они оба начали шагать с правой ноги?

4. Том, находясь в пункте А, погнался за Джерри, который был на расстоянии 15 м от Тома в пункте В. Скачок Тома равен 1 м, скачок Джерри равен 50 см. Том делает 2 скачка, в то время как Джерри делает 3 скачка. На каком расстоянии от пункта А Том догонит Джерри?

5. Из деревни Галки в деревню Палки выбежали котёнок Гав и Шарик. Шарик выбежал позже, но бежал быстрее. В 10:57 между Шариком и котёнком Гавом было 32 метра, а в 11:01 — снова 32 метра. Шарик бежал со скоростью 92 м/мин. Найдите скорость котёнка по имени Гав.

6. В 16 часов из пункта А выехал автобус, а из пункта В — мотоцикл. Они ехали в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга. Расстояние между пунктами А и В равно 52 км. К 18 часам расстояние между автобусом и мотоциклом увеличилось на 266 км. На каком расстоянии от пункта А будет находиться мотоцикл в 21 час, если известно, что автобус за 15 минут проезжает 15 км?

7. В пункте сбора ягод принимают чернику, малину и бруснику. За лето в пункте приняли 4 т 20 кг малины, что составляет $\frac{1}{3}$ массы принятой черники. Сколько ягод сдали в пункт сбора, если масса брусники составляет $\frac{1}{4}$ массы малины?

8. Чук и Гек вместе с мамой наряжали ёлку. Чтобы они не подрались, мама выделила каждому из братьев по одинаковому числу веточек и по одинаковому числу игрушек. Чук попробовал на каждую ветку повесить по одной игрушке, но ему не хватило для этого одной ветки. Гек попробовал на каждую ветку повесить по две игрушки, но одна ветка у него оказалась пустой. Как вы думаете, сколько веток и сколько игрушек выделила мама сыновьям?

9. Из двенадцати спичек сложено имя «ТОЛЯ». Переложите одну спичку так, чтобы получилось женское имя.



10. Сколько кроликов и кур находится в одной клетке, если всего голов 35, а ног — 94?

11. В записи числа

23571113171923

вычеркните 6 цифр так, чтобы получилось число, наибольшее из возможных.

12. В комнате стоят три вида стульев: с тремя ножками, с четырьмя и с пятью. Стульев с тремя ножками столько же, сколько стульев с пятью. Стульев с четырьмя ножками на 1 меньше, чем стульев с тремя. Суммарное количество ножек у всех стульев равно 128. Сколько стульев стоит в комнате?

13. Найдите разность двух чисел, если она в 3 раза меньше вычитаемого и на 510 меньше уменьшаемого.

14. Папа старше сына в 3 раза, а мама младше папы на 5 лет. Через 7 лет им всем вместе будет 107 лет. Сколько лет сыну сейчас?

15. Полный бидон с молоком весит 34 кг, а наполненный до половины весит 17 кг 500 г. Сколько весит пустой бидон?

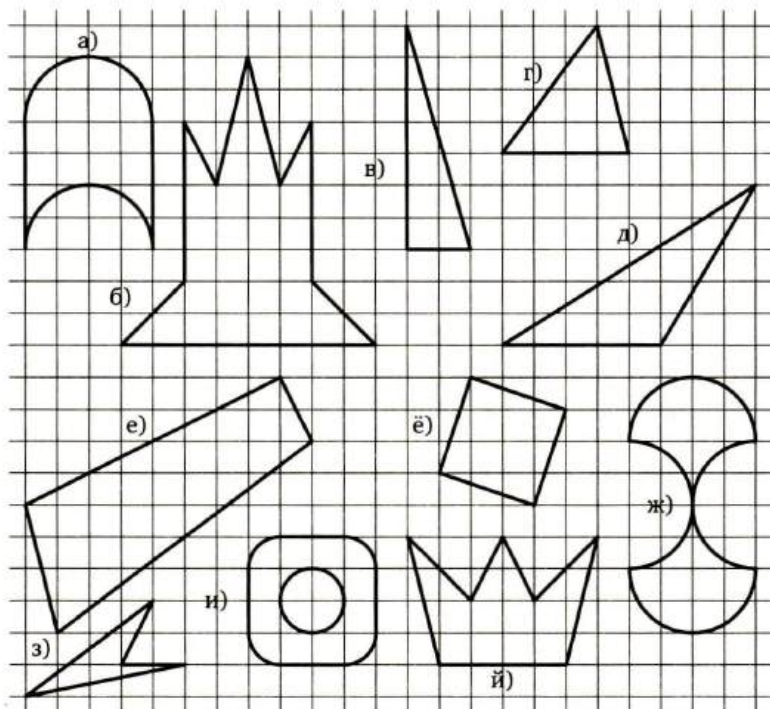
16. На лужайке росли 35 жёлтых и белых одуванчиков. После того как 8 белых облетели, а 2 жёлтых побелели, жёлтых одуванчиков стало вдвое больше, чем белых. Сколько белых и сколько жёлтых одуванчиков росло на лужайке вначале?

17. Белоснежка вырезала из батиста большой квадрат и положила его в сундук. Пришёл Первый Гном, достал квадрат, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришёл Второй Гном, достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришёл Третий Гном. И он достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. То же самое проделали все остальные гномы. Сколько квадратов лежало в сундуке после того, как ушёл Седьмой Гном?

18. Три девочки — Оля, Ира и Марина — собирали на поле васильки. Ира сорвала 28 васильков, Марина сорвала в 2 раза больше васильков, чем Оля и Ира, вместе взятые. Сколько васильков сорвала Оля, если всего девочки нарвали 150 васильков?

19. Автомобиль ехал в гору со скоростью 40 км/ч и, доехав до вершины, сразу повернул обратно. Возвращаясь, автомобиль увеличил свою скорость до 80 км/ч. Какое расстояние проехал автомобиль, если он вернулся ровно через 3 часа после выезда?

20. Найдите площадь каждой фигуры в клетках.



21. Решите sudoku.

2			5			8		3
		6		4	9			
5	1				2		4	9
4	6					9	1	5
			1		3			
9	2	1					8	7
8	3		4				6	2
			3	7		5		
6		7			8			4

22. Квадрат с четырьмя розочками надо разрезать на 4 равных куса так, чтобы на каждом было по розочке. Нарисуйте, как это сделать. Куски можно поворачивать и переворачивать.



23. Ковровая дорожка покрывает лестницу из 9 ступенек. Длина и высота лестницы равны 2 метрам. Хватит ли этой ковровой дорожки, чтобы покрыть лестницу из 10 ступенек длиной и высотой 2 метра?

Глава 11

11.1. Логические задачи на таблицы

Уровень 1

1. Нина, Валя, Инна, Марина и Костя собирали фрукты. Трое из них собирали яблоки, двое — груши. Костя и Марина собирали одинаковые фрукты, Марина и Валя — разные. Что собирал каждый из детей, если Валя и Нина собирали разные фрукты?

2. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Сосуды расставлены по кругу. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит между банкой и сосудом с молоком. В каком сосуде находится квас?

3. Три подружки были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же трёх цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель каждой из подруг.

4. Трёх сестёр зовут Даша, Анфиса и Лариса. У них разные профессии, и они живут в разных городах: одна в Ростове, вторая — в Париже и третья — в Москве. Известно, что Даша живёт не в Париже, Лариса — не в Ростове, парижанка не актриса, в Ростове живёт певица, Лариса не балерина. Определите, в каком городе живёт Анфиса и какова её профессия.

5. В летний лагерь приехали три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из фамилий: Иванов, Семёнов, Герасимов. Миша не Герасимов, отец Володи — инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова — слесарь. Определите фамилию Володи.

6. Боря, Витя, Гриша и Егор встретились на олимпиаде. Ребята приехали из разных городов: Твери, Омска, Томска и Казани. Известно, что Боря жил в одной комнате с мальчиком из Казани и ни один из них никогда не был ни в Твери, ни в Томске. Гриша играл в одной команде с мальчиком из Твери, а против них обычно сражался приятель из Казани. Егор и мальчик из Твери увлекались игрой в шахматы. Определите, откуда приехал каждый.

7. Учащиеся школы решили организовать инструментальный ансамбль. Демид играет на саксофоне. Пианист учится в 9 классе. Ударника зовут не Тарасом, а ученика 10 класса зовут не Матвеем. Демид учится не в 11 классе, Василиса не играет на пианино и не учится в 8 классе. Тарас учится не в 9 классе, ударник — не в 11. Матвей играет не на контрабасе. На каком инструменте играет Тарас и в каком классе он учится?

8. Квадрат, круг, ромб и треугольник вырезаны из белой, синей, красной и зелёной бумаги и разложены по кругу. Известно, что круг не белый и не зелёный, синяя фигура лежит между ромбом и красной фигурой, треугольник не синий и не зелёный, квадрат лежит между треугольником и белой фигурой. Какая фигура вырезана из зелёной бумаги?

9. В забеге шести спортсменов Андрей отстал от Бориса и ещё от двух спортсменов. Виктор финишировал после Дмитрия, но ранее Геннадия. Дмитрий опередил Бориса, но всё же пришёл после Евгения. Какое место занял каждый спортсмен?

10. В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что один из нас — блондин, другой — брюнет, а третий — рыжий и при этом ни у одного из нас цвет волос не соответствует фамилии», — заметил черноволосый. «Ты прав», — сказал Белов. Определите цвет волос художника.

11. На столе выложены в ряд четыре фигуры: треугольник, ромб, круг и квадрат. Цвета этих фигур — зелёный, жёлтый, синий, красный. Фигура красного цвета лежит между зелёной и синей, справа от жёлтой фигуры лежит ромб, круг лежит правее треугольника и ромба, причём треугольник лежит не с краю и, наконец, фигура синего цвета не лежит рядом с фигурой жёлтого цвета. Какого цвета круг?

12. А, Б, В и Г — друзья. Один из них — врач, другой — журналист, третий — тренер спортивной школы и четвёртый — строитель. Журналист написал статьи об А и Г. Тренер и журналист вместе с Б ходили в туристический поход. А и Б были на приёме у врача. У кого какая профессия?

13. В одном дворе живут четыре друга. Вадим и шофёр старше Сергея; Николай и слесарь занимаются боксом; электрик — младший из друзей; по вечерам Антон и токарь играют в домино против Сергея и электрика. Определите профессию каждого из друзей.

14. Сидели как-то на берегу реки три школьных товарища и вели неторопливую беседу. Фамилия одного из этих ребят — Токарев, вто-

рого — Слесарев, а третьего — Плотников. Отец одного из школьников работает плотником, второго — токарем, третьего — слесарем.

— Интересно, — сказал мальчик, отец которого был слесарем, — что ни один из наших отцов по той специальности, от которой произошла его фамилия, не работает.

— А ты ведь прав, — подтвердил после раздумий Плотников.

Кем работают отцы ребят?

15. Кондратьев, Давыдов и Фёдоров живут на одной улице. Один из них — столяр, другой — маляр, третий — водопроводчик. Недавно маляр хотел попросить столяра, который был его старым знакомым, сделать кое-что для своей квартиры, но ему сказали, что столяр работает в доме водопроводчика. Известно также, что Фёдоров никогда не слышал о Давыдове. У кого какая профессия?

Уровень 2

1. Четыре юных филателиста — Митя, Толя, Петя и Саша — купили почтовые марки. Каждый из них покупал марки только одной страны, причём двое из них купили российские марки, один — болгарские и один — чешские. Известно, что Митя и Толя купили марки двух разных стран. Марки разных стран купили Митя с Сашей, Петя с Сашей, Петя с Митей и Толя с Сашей. Кроме того, известно, что Митя купил не болгарские марки. Кто купил чешские марки?

2. В велогонках приняли участие 5 школьников. После гонок 5 болельщиков заявили:

- 1) Коля занял 1-е место, а Ваня — 4-е;
- 2) Серёжа занял 2-е место, а Ваня — 4-е;
- 3) Серёжа занял 2-е место, а Коля — 3-е;
- 4) Толя занял 1-е место, а Надя — 4-е;
- 5) Надя заняла 3-е место, а Толя — 5-е.

Зная, что одно из показаний каждого болельщика верное, а другое ложное, найдите правильное распределение мест.

3. В очереди стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; Боря и Алла не стоят рядом; Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. Кто стоит третьим?

4. В пяти корзинах А, Б, В, Г и Д лежат яблоки пяти разных сортов. В каждой из корзин А и Б находятся яблоки 3-го и 4-го сорта, в корзине В — 2-го и 3-го, в корзине Г — 4-го и 5-го, в корзине Д —

1-го и 5-го. Занумеруйте корзины так, чтобы в первой корзине имелись яблоки 1-го сорта (как минимум одно), во второй корзине — яблоки 2-го сорта и т. д.

5. В розыгрыше первенства по волейболу команда А отстала от команды Б на три места, команда Е опередила Б, но отстала от Д, команда В опередила команду Г. Какое место заняла каждая из этих шести команд?

6. Три друга — Пётр, Роман и Сергей — учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Пётр — математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Пётр — математик. Если Сергей не математик, то Роман — химик. Какова специальность Петра?

7. Журавлёв, Данилов и Никольский — друзья и владеют каждый двумя из следующих иностранных языков: английским, французским, немецким, итальянским, испанским и арабским. Каждым из этих языков владеет только один из них. Знающие французский и испанский языки — любители хоккея. Журавлёв — самый младший из друзей. Никольский чаще ходит в гости к знающему немецкий язык, чем к знающему испанский язык. Знающий немецкий язык старше знающего арабский язык. Журавлёв и владеющий английским языком часто играют в шахматы, а владеющий арабским языком не умеет играть в шахматы. Какими языками владеет каждый из друзей?

Уровень 3

1. В городе обувной магазин закрывается каждый понедельник, хозяйственный — каждый вторник, продуктовый — каждый четверг, а парфюмерный работает только по понедельникам, средам и пятницам. В воскресенье все магазины закрыты. Однажды подруги Ася, Ира, Клава и Женя отправились за покупками, причём каждая в свой магазин и только в один. По дороге они обменивались такими замечаниями.

Ася: «Женя и я хотели пойти вместе ещё раньше на этой неделе, но не было такого дня, чтобы мы обе смогли сделать наши покупки»

Ира: «Я не хотела идти сегодня, но завтра я уже не смогу купить то, что мне нужно».

Клава: «А я могла бы пойти в магазин и вчера, и позавчера».

Женя: «А я могла бы пойти и вчера, и завтра».

Кому какой магазин нужен?

2. Борисов, Кириллов, Данин и Савин — друзья. Их профессии — автомеханик, химик, строитель, радиотехник.

Борисов, который обыгрывает в шахматы Данина, но проигрывает Савину, бегаёт на лыжах лучше того из друзей, который моложе его, и ходит в театр вдвое чаще, чем тот из друзей, который старше Кириллова.

Химик, посещающий театр вдвое чаще автомеханика, не является ни самым молодым, ни самым пожилым из этой четвёрки.

Строитель, который на лыжах бегаёт хуже, чем радиотехник, как правило, проигрывает в шахматы автомеханику.

Самый пожилой из из друзей лучше всех играет в шахматы и чаще всех бывает в театре, а самый молодой лучше всех ходит на лыжах.

Назовите профессию каждого из из друзей, если ни в спорте, ни в приверженности к театру среди них нет двух одинаковых.

3. Дина, Соня, Коля, Рома и Миша учатся в институте. Их фамилии — Бойченко, Карпенко, Лысенко, Савченко и Шевченко. Известно следующее.

1. Рома воспитывается только отцом.

2. Родители Дины никогда не видели родителей Коли.

3. Шевченко и Бойченко играют в одной баскетбольной команде. (Баскетбольные команды бывают мужские или женские.)

4. Услышав, что родители Карпенко собираются за город, мать Шевченко пришла к матери Карпенко и попросила, чтобы та отпустила своего сына к ним на вечер, но оказалось, что отец Коли уже договорился с родителями Карпенко и пригласил их сына к Коле.

5. Родители Лысенко — хорошие друзья родителей Бойченко. Все четверо очень довольны, что их дети собираются пожениться.

Установите имя и фамилию каждого студента.

4. Шестеро друзей в ожидании олимпиады по математике заскочили в столовую.

Алиса взяла то же, что и Петя, и вдобавок ещё бутерброд с сыром.

Василиса купила то же, что и Иван, но не стала покупать шоколадное печенье.

Владимир ел то же, что и Оля, но без сырных палочек.

Петя завтракал тем же, что и Василиса, но бутерброду с котлетой предпочёл картофельные чипсы.

Иван ел то же, что и Оля, но вместо молочного коктейля пил лимонад.

Из чего состоял завтрак каждого из друзей?

5. На улице расположены подряд пять домов с номерами 1, 2, 3, 4 и 5. У всех жителей этих домов есть домашние животные (у каждого — своего вида), каждый житель пьёт один напиток и играет в одну компьютерную игру. Англичанин проживает в доме красного цвета. Испанец держит собаку. В доме зелёного цвета пьют кофе. Украинец любит чай. Дом зелёного цвета расположен сразу справа от дома белого цвета. Играющий в «Майнкрафт» разводит улиток. В доме жёлтого цвета живёт играющий в «Фортнайт». В доме по центру пьют молоко. Норвежец живёт в доме № 1. Сосед играющего в «Бравл Старс» держит в доме каракала. В доме, соседнем с тем, где держат лошадь, живёт играющий в «Фортнайт». Играющий в «Танки» любит апельсиновый сок. Японец играет в «Геншин». Норвежец живёт в доме, расположенном рядом с домом синего цвета. Кто пьёт воду? У кого живёт кот Симба?

№ дома	1	2	3	4	5
Национальность					
Цвет дома					
Игра					
Животные					
Напиток					

11.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Пешеход прошёл 17 км за 3 часа. За какое время проедет этот же путь велосипедист, скорость которого в 5 раз больше скорости пешехода?

2. Из пунктов А и В, находящихся на расстоянии 760 км друг друга, одновременно в 10 часов утра навстречу друг другу выехали грузовой и легковой автомобиль. Через 2 часа расстояние между ними стало равно 456 км. Определите, во сколько произойдёт встреча и какой путь каждый автомобиль проедет до встречи, если скорость легкового автомобиля на 8 км/ч больше скорости грузовика.

3. Баба-яга вылетела из избушки на курьих ножках со скоростью 6 км/ч. Одновременно навстречу ей из своей пещеры вылетел Змей Горыныч со скоростью 12 км/ч. Через 2 часа 30 минут они со свистом пронесли мимо друг друга. Баба-яга опомнилась через 1 час 30 минут и остановилась, а Змей Горыныч пришёл в себя и затормозил через 2 часа 15 минут.

а) На каком расстоянии друг от друга находятся их убежища?

б) На какое расстояние они разлетелись после встречи?

в) Сколько времени им понадобится для того, чтобы встретиться опять, если сразу после остановки Змея Горыныча они одновременно полетят навстречу друг другу?

4. Пётр, Геннадий, Алексей и Владимир занимаются в одной детской спортивной школе в разных секциях: гимнастики, лёгкой атлетики, волейбола и баскетбола. Пётр, Алексей и волейболист учатся в одном классе. Пётр и Геннадий на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с волейболистом, ни с баскетболистом. Кто в какой секции занимается?

5. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Сосуды расставлены по кругу. Известно, что вода и молоко не в чашке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода, а стакан стоит между банкой и сосудом с молоком. В каком сосуде вода?

6. Три товарища — Владимир, Игорь и Сергей — окончили один и тот же педагогический институт и преподают математику, физику и литературу в школах Тулы, Рязани и Ярославля. Владимир работает не в Рязани, Игорь не в Туле. Рязанец преподаёт не физику, Игорь — не математику, туляк преподаёт литературу. Какой предмет и в каком городе преподаёт каждый из них?

7. Среди офицеров А, Б, В, и Г майор, капитан и два лейтенанта. А и один из лейтенантов — танкисты, Б и капитан — артиллеристы, А младше по званию, чем В. Определите род войск и воинское звание каждого из них.

8. Выполните действия:

а) $(21 \text{ ц } 29 \text{ кг}) \cdot 3 + 5 \text{ т } 23 \text{ ц } 103 \text{ кг}$;

б) $3 \text{ сут } 21 \text{ ч } 32 \text{ с} - 1 \text{ сут } 23 \text{ ч } 52 \text{ мин}$.

9. Вычислите $2287 + 175 \cdot (576 - 53\,320 : 215)$.

10. Решите уравнение $(42 + 21 \cdot x) : 24 - 321 = 22$.

11. В числе 92574063 зачеркните три цифры так, чтобы оставшиеся пять цифр в той же последовательности образовывали как можно меньшее число.

12. На сколько произведение $5678 \cdot 394$ больше произведения $394 \cdot 5668$?

13. В коробке 30 шариков и кубиков. Среди любых 12 предметов имеется хотя бы один шарик, а среди любых 20 предметов имеется хотя бы один кубик. Сколько шариков и сколько кубиков в коробке?

22. Сколько существует таких натуральных чисел N , для которых ровно одно из чисел N и $N + 937$ трёхзначное?

23. Для приготовления уменьшающего зелья Джорджу нужно отлить из котла 13 литров настойки полыни, пользуясь бидонами в 5 литров и 17 литров. Как это сделать?

Глава 12

12.1. Геометрия-1

1. У Тимы есть сад в форме квадрата со стороной 9 метров. Какова длина забора, который опоясывает сад?

2. В прямоугольнике $ABCD$ одна сторона составляет 18 см, а другая сторона равна 12 см. Чему равен периметр прямоугольника?

3. Длина прямоугольника равна 8 дм, а ширина — 7 дм. Найдите его площадь.

4. Площадь витрины квадратной формы равна 64 м^2 . Найдите её периметр.

5. Длина прямоугольника равна 9 дм, а ширина — 7 см. Найдите его площадь.

6. Найдите периметр квадрата со стороной 9 см.

7. Сторона квадрата равна 6 см. Найдите длину прямоугольника с таким же периметром и шириной 3 см.

8. Длина бассейна прямоугольной формы равна 15 м. Найдите периметр бассейна, если его площадь равна 120 м^2 .

9. Ширина окна прямоугольной формы равна 4 дм, а длина в 2 раза больше. Вычислите площадь окна.

10. Один прямоугольный участок имеет длину 36 м и ширину 20 м. Найдите ширину другого участка с такой же площадью, если его длина на 6 м меньше длины первого участка.

11. У какой фигуры площадь больше и на сколько: у квадрата со стороной 4 см или у прямоугольника со сторонами 2 см и 6 см?

12. Сторона квадрата равна 6 см. Найдите площадь и периметр квадрата.

13. Длина прямоугольника равна 7 см, а ширина — 5 см. Найдите площадь и периметр прямоугольника.

14. Длина прямоугольника равна 6 см. Чему равна его площадь, если периметр составляет 18 см?

15. Площадь прямоугольного стола равна 4800 см^2 . Его ширина равна 60 см. Чему равен его периметр?

16. Периметр прямоугольника равен 40 см. Одна сторона равна 5 см. Чему равна его площадь?

17. Площадь квадрата равна 49 дм^2 . Найдите его периметр.

18. Найдите периметр квадрата со стороной 16 см.

12.2. Задачи на системы уравнений

Уровень 1

1. Найдите два числа, если:

- а) их сумма равна 93, а разность равна 17;
- б) их сумма равна 234, а разность равна 12;
- в) их сумма равна 177, а разность равна 99;
- г) их сумма равна 157, а разность равна 13;
- д) их сумма равна 74, а разность равна 46;
- е) их сумма равна 91, а разность равна 7.

2. В магазине «Котозон» 3 мышки и 4 дразнилки стоят 426 рублей. Сколько стоит одна мышка, если известно, что 5 дразнилок и 3 мышки стоят 507 рублей?

3. В школьной столовой Юля купила 2 пирожка с капустой и 1 рогалик и заплатила 50 рублей. Леся за 70 рублей купила 1 рогалик и 3 пирожка с капустой. Сколько стоит рогалик? Сколько стоит пирожок с капустой?

4. Три девочки в гостях сели пить чай. Лена и Лиза выпили вдвоём 11 чашек, Лера и Лена — 15, а Лера и Лиза — 14. Сколько чашек чая выпили все три девочки вместе?

5. Известно, что 1 резинка, 2 карандаша и 3 блокнота стоят 38 рублей, а 3 резинки, 2 карандаша и 1 блокнот стоят 22 рубля. Сколько стоит комплект из резинки, карандаша и блокнота?

6. Одно пирожное и 4 булочки стоят 200 рублей, а 2 пирожных и 4 булочки стоят 300 рублей. Сколько булочек сможет купить Ваня, если он пришёл в магазин, имея 1000 рублей, и уже купил 8 пирожных?

7. Известно, что 3 тетради, 4 карандаша и 2 гелевые ручки стоят 150 рублей, а 2 тетради, 1 карандаш и 3 гелевые ручки стоят 120 рублей. Сколько стоит комплект из гелевой ручки, карандаша и блокнота?

8. В кафе порция бульона с пирожком стоит 31 рубль, а половина порции бульона с пирожком стоит 23 рубля. Сколько стоит пирожок?

9. В школьной столовой порция супа с пирожком стоит 112 рублей, а половина порции супа с пирожком стоит 65 рублей. Сколько стоит пирожок?

10. У сестёр Люды и Миланы есть карточки с Золушкой, Белоснежкой и Рапунцель. Чтобы достать с закрытыми глазами карточку с Золушкой, придётся вытащить минимум 28 карточек, с Белоснежкой — 24 карточки, а с Рапунцель — 21 карточку.

- а) Сколько карточек в коробке?
- б) Сколько карточек с Рапунцель?
- в) Сколько карточек с Белоснежкой?
- г) Сколько карточек с Золушкой?

11. У братьев Фреда и Джорджа большая коллекция карточек от шоколадных лягушек. Известно, что у них есть карточки с Дамблдором, Мерлином и Николя Фламель. Чтобы достать с закрытыми глазами карточку с Дамблдором, придётся вытащить минимум 30 карточек, с Николя Фламель — 26 карточек, а с Мерлином — 23 карточки.

- а) Сколько карточек в коробке?
- б) Сколько карточек с Мерлином?
- в) Сколько карточек с Николя Фламель?
- г) Сколько карточек с Дамблдором?

Уровень 2

1. Коля купил 2 пирожных, 4 кекса и 2 шоколадки, а Антон купил 1 кекс, 3 шоколадки и 3 пирожных. Сколько стоит кекс, если Коля за свои покупки заплатил 440 рублей, а Антон — 560 рублей?

2. Шарф и шапка на 200 рублей дороже, чем перчатки. Шапка и перчатки на 300 рублей дороже, чем шарф. Сколько стоит шапка?

3. Один апельсин стоит столько же, сколько одно яблоко и одна груша вместе. Яблоко на рубль дороже груши. Купили 13 апельсинов, 13 яблок и 13 груш. Потратили 390 рублей. Сколько стоит одно яблоко?

4. Два пирожных и 2 булочки стоят 100 кнатов, 2 пирожных и 5 булочек стоят 190 кнатов. Сколько пирожных сможет купить Рон, если у него было 500 кнатов и он уже купил 5 булочек?

5. Четыре одинаковых барабана и 3 одинаковых саксофона весят 15 кг, а 3 барабана и 4 саксофона весят 13 кг. Сколько весит барабан и сколько весит саксофон?

6. Для школы куплено 17 столов и несколько шкафов, всего на 2716 рублей. Стол стоил 56 рублей, а 4 шкафа стоили столько, сколько 9 столов. Сколько шкафов куплено?

7. На 28 рублей можно купить 10 карандашей и 6 ручек или 1 карандаш и 9 ручек. Во сколько раз ручка дороже карандаша?

8. «Твикс» и «Киндер-сюрприз» стоят на 50 рублей дороже, чем «Твикс» и «Сникерс». «Киндер-сюрприз» и «Сникерс» вместе стоят 150 рублей. Сколько стоит «Сникерс»?

9. Три утёнка и четыре гусёнка весят 2 кг 500 г, а четыре утёнка и три гусёнка весят 2 кг 400 г. Сколько весит один гусёнок?

10. В магазине 18 карандашей и 9 ручек стоят столько же, сколько 6 карандашей и 12 ручек. Во сколько раз ручка дороже карандаша?

11. В магазине 3 вилки и 2 ложки стоят 99 рублей, а 5 вилок и 4 ложки стоят 183 рубля. Сколько стоят 1 вилка и 1 ложка по отдельности?

12. Семнадцать маленьких бусинок и 18 больших бусинок стоят вместе 528 рублей. А 18 маленьких бусинок и 17 больших бусинок стоят 522 рубля. Сколько заплатит девочка за 20 больших и 20 маленьких бусинок?

13. Микки купил 4 билета в кино, 2 пакетика с попкорном и 4 бутылки газировки, а Дональд купил 5 пакетиков с попкорном, 3 бутылки газировки и 3 билета в кино. Сколько стоит один пакетик с попкорном, если Микки заплатил 756 рублей, а Дональд — 805 рублей?

Уровень 3

1. Оля купила 1 блокнот и 8 ручек за 121 рубль. Ира купила 5 блокнотов и 6 ручек за 129 рублей. Сколько стоит блокнот? Сколько стоит ручка?

2. В канцелярском киоске продаётся один вид ластиков, один вид ручек и один вид блокнотов. Известно, что за 2 ластика, 3 ручки и 1 блокнот заплатили 56 рублей, а за 7 ластиков, 1 ручку и 3 блокнота заплатили 95 рублей. Сколько рублей придётся заплатить за 3 ластика, 14 ручек и 2 блокнота?

3. На столе лежат фрукты. Известно, что яблоко и мандарин вместе весят 167 граммов, мандарин и груша весят вместе 176 граммов, мандарин и апельсин весят вместе 200 граммов, а груша и яблоко весят вместе 159 граммов. Сколько весят мандарин, апельсин и груша, вместе взятые?

4. На столе лежат фрукты. Известно, что мандарин и груша вместе весят 157 граммов, груша и яблоко весят вместе 175 граммов, апельсин и груша весят вместе 300 граммов, а мандарин и яблоко

весят вместе 168 граммов. Сколько весят яблоко, апельсин и груша, вместе взятые?

5. На дне рождения каждый мальчик съел 4 конфеты, 4 котлеты и 4 козинака, а каждая девочка съела 10 конфет, 3 котлеты и 24 козинака. Всего было съедено 714 конфет и 371 котлета. Сколько было съедено козинаков?

6. На празднике каждый мальчик съел 5 мандаринов, 5 манго и 5 марципанов, а каждая девочка съела 11 мандаринов, 8 манго и 17 марципанов. Всего было съедено 813 мандаринов и 669 манго. Сколько было съедено марципанов?

7. Купили 9 одинаковых ручек, 11 одинаковых фломастеров и 7 одинаковых карандашей, заплатив 658 рублей. Какова цена ручки, если известно, что фломастер дороже карандаша на 14 рублей, но дешевле ручки на 12 рублей?

8. В канцелярском киоске продаётся один вид ластиков, один вид ручек и один вид блокнотов. Известно, что за 3 ластика, 2 ручки и 1 блокнот заплатили 80 рублей, а за 1 ластик, 5 ручек и 2 блокнота заплатили 123 рубля. Сколько рублей придётся заплатить за 8 ластиков, 1 ручку и 1 блокнот?

9. В столовой заказали 7 котлет, 9 бутербродов и 5 стаканов лимонада, заплатили при этом 2344 рубля. Сколько стоит бутерброд, если известно, что стакан лимонада дешевле бутерброда на 80 рублей и дешевле котлеты на 52 рубля?

10. Арнольд купил 4 жвачки, 2 пакета сока и 9 леденцов за 298 рублей. Известно, что одна жвачка дороже леденца на 8 рублей, но дешевле сока на 35 рублей. Сколько стоит пакет сока?

12.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Чашка и блюдо вместе стоят 250 рублей, а 4 чашки и 3 блюда стоят 887 рублей. Найдите цену чашки и цену блюда.

2. Огород прямоугольной формы имеет ширину 18 м, а длина на 2 дм больше. Он обнесён проволокой в 4 ряда. Сколько метров проволоки потребовалось?

3. Яблоко весит на 160 г меньше, чем грейпфрут, а грейпфрут на 100 г больше, чем апельсин. Яблоко, грейпфрут и апельсин вместе весят 1 кг. Сколько весит грейпфрут фрукт?

4. 12 карандашей и 6 ручек стоят столько же, сколько 4 карандаша и 8 ручек. Во сколько раз ручка дороже карандаша?

5. В семье Холодныковых 5 мальчиков. Андрей и Толя вместе весят 40 кг. Толя и Макар весят 50 кг. Макар и Вася весят 90 кг. Вася и Дима весят 100 кг. Дима и Андрей весят 60 кг. Сколько весит Макар?

6. Три девочки пошли в лес за грибами. Тоня и Маруся нашли вместе 21 гриб, Тоня и Вика нашли вместе 23 гриба, Маруся и Вика — 26 грибов. Сколько всего грибов нашли девочки?

7. Катя купила 2 маркера, 4 тетрадки и 2 ластика, а Света купила 1 тетрадку, 3 ластика и 3 маркера. Сколько стоит комплект из 1 маркера, 1 тетрадки и 1 ластика, если Катя за свои покупки заплатила 140 рублей, а Света — 160 рублей?

8. Вася купил в школьной столовой 2 пирожных, 4 конфеты и 2 шоколадных батончика, а Марина купила 1 конфету, 3 шоколадных батончика и 3 пирожных. Сколько стоит конфета, если Вася за свои покупки заплатил 520 рублей, а Марина — 680 рублей?

9. Через год отец будет старше сына на 20 лет. Сколько лет сыну, если известно, что он в 5 раз младше отца?

10. Трое братьев делили поровну наследство — дом, мельницу и 200 рублей. Сначала Иван взял дом, Пётр — мельницу, а Клим — 200 рублей. Потом Иван дал Климу 700 рублей, а Пётр дал Климу 200 рублей. По деньгам наследство поделили поровну. Сколько стоил дом?

11. В классе 27 детей. Из них $\frac{2}{3}$ — мальчики. Любой мальчик в классе увлекается каким-либо из двух видов спорта: футболом или волейболом. Известно, что 14 мальчиков любят футбол, 11 любят волейбол. Сколько мальчиков любят и то и другое?

12. Шоколадная лягушка и летучая шипучка на 182 сикля дороже, чем икотная конфета. Летучая шипучка и икотная конфета на 118 сиклей дороже, чем шоколадная лягушка. Сколько стоит летучая шипучка?

13. Туристы приплыли на остров на одинаковых катерах. При этом 155 человек приехало утром, а 93 — вечером. Сколько мест в одном катере, если известно, что оба раза все катера были заполнены целиком?

14. Расставьте между цифрами скобки так, чтобы получилось верное равенство: $6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2 = 58$.

15. Пятьдесят миллионов пять тысяч сто сорок шесть разделите на 73. Ответ запишите цифрами.

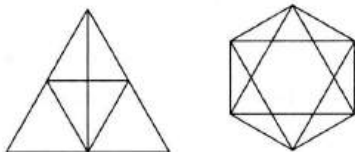
16. Вычислите $162 \cdot 54 + 12 \cdot 18 + 88 \cdot 18 + 162 \cdot 46$.

17. Вычислите $144 \cdot 321 + 72 \cdot 4 - 144 \cdot 123$.

18. Запишите уравнение и вычислите: произведение числа 27 и суммы числа 15 и удвоенного числа y больше числа 211 на 356.

19. Кирпич весит 1 кг и ещё полкирпича. Сколько весят 5 кирпичей?

20. Сколько треугольников изображено на каждом из рисунков?



21. Пройдя четверть пути от дома до школы, Петя обнаружил, что забыл сменную обувь. Он вернулся, потратил 5 минут на то, чтобы взять сменку (вместе с дорогой от входа в подъезд до квартиры и обратно), и снова пошёл в школу. В результате мальчик попал в школу на 13 минут позднее, чем обычно. За какое время Петя преодолевает путь от дома до школы, если он всегда идёт с одной и той же скоростью?

22. Перед праздником в десять одинаковых вазочек разложили поровну шоколадные батончики. На конкурсе аниматор раздал детям из каждой вазочки по 20 батончиков, после чего во всех вазочках вместе осталось столько батончиков, сколько было в двух вазочках изначально. Сколько шоколадных батончиков было в одной вазе перед праздником?

23. Стасюк, Докшин, Мареев и Скобелев — жители нашего города. Их профессии — пекарь, врач, инженер и полицейский. Известно следующее.

1. Стасюк и Докшин — соседи и всегда на работу ездят вместе.
 2. Докшин старше Мареева.
 3. Стасюк регулярно обыгрывает Скобелева в настольный теннис.
 4. Пекарь на работу всегда ходит пешком.
 5. Полицейский живёт не рядом с врачом.
 6. Инженер и полицейский встречались один раз, когда полицейский оштрафовал инженера за нарушение правил уличного движения.
 7. Полицейский старше врача и инженера.
- Кто чем занимается?

Глава 13

13.1. Геометрия-2

1. Участок земли имеет форму прямоугольника, ширина которого равна 300 см, что на 1 м меньше, чем его длина. Он обнесён проволокой в 7 рядов. Сколько проволоки потребовалось?

2. Длина площадки равна 18 м, а ширина равна 2 м. На расстоянии 5 м от площадки выложен бордюр. Найдите его периметр.

3. Одна сторона прямоугольника равна 25 см, а его площадь равна 3 м^2 . Найдите другую сторону. Ответ запишите в метрах.

4. Ширина прямоугольника равна 7 см, что на 3 см меньше, чем его длина. На расстоянии 3 см вокруг этой фигуры сделали рамку. Найдите её периметр.

5. Найдите площади всех возможных прямоугольников с периметром 10 см, если длины их сторон выражены целым числом сантиметров. У какого прямоугольника площадь наибольшая?

6. Равнобедренный треугольник имеет периметр 37 см, а его основание имеет длину 9 см. Какую длину будет иметь каждая из двух других сторон?

7. Парк имеет форму прямоугольника с длиной 24 м и шириной 18 м. Если на его сторонах надо посадить деревья с отступом в 2 м друг от друга, то сколько нужно деревьев?

8. Ученику нужно было начертить прямоугольник со сторонами 5 см и 9 см, а он начертил прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. На сколько квадратных сантиметров он ошибся?

9. Сторона клумбы квадратной формы равна 8 м, причём $\frac{7}{16}$ всей площади клумбы засажено ромашками, а остальная площадь — незабудками. На какой площади клумбы посажены незабудки?

10. Квадрат со стороной 5 см равен по площади прямоугольнику со стороной 1 мм. Найдите вторую сторону прямоугольника. Ответ дайте в сантиметрах.

11. Каждая сторона прямоугольника выражается целым количеством сантиметров. Прямоугольник не является квадратом, но его площадь равна площади квадрата со стороной 6 см. Чему равен его периметр?

12. Из трёх квадратов, каждый периметра 18 дм, составили прямоугольник.

а) Найдите периметр прямоугольника.

б) Найдите площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах.

13. Площадь квадрата равна 3600 см^2 . Периметр квадрата уменьшили в пять раз. Какова площадь нового квадрата?

14. На прямолинейном участке шоссе расположены четыре остановки A , B , C и D . Известно, что расстояние между остановками A и D равно 1 км, между B и C — 2 км, между B и D — 3 км, между A и B — 4 км, между C и D — 5 км. Найдите расстояние между остановками A и C .

15. Периметр треугольника равен 45 см. Найдите его стороны, если одна из них на 2 см меньше другой и на 11 см больше третьей.

13.2. Обратный ход

Уровень 1

1. Илья задумал число, прибавил к нему 5, умножил на 3, поделил на 8 и в итоге получил 3. Какое число задумал Илья?

2. Машенька тоже задумала число, прибавила к нему 5, разделила на 3, умножила на 4, отняла 6, разделила на 7 и получила 2. Какое число задумала Машенька?

3. Умненький четвероклассник задумал число, умножил его на 2, прибавил три и получил 75. Какое число задумал умненький четвероклассник?

4. Ваня задумал число, умножил его на 2, прибавил 3 и получил 17. Какое число задумал Ваня?

5. Василиса Прекрасная собрала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через четыре двери, каждую из которых охранял свирепый стражник, отбивавший половину яблок. Домой она принесла 10 яблок. Сколько яблок досталось стражникам?

6. Мишка показывает Маше фокусы. Маша загадала число, поделила его на 4, умножила на 3, прибавила 2, вычла 12, разделила на 2 и получила 4. Мишка тут же сказал, какое число загадала Маша. Какое?

Уровень 2

1. Ульяна, Илья и Миша пришли в столовую. Илья съел половину всех пончиков, после чего продавщица отложила один пончик для директора столовой. После этого Миша съел половину оставшихся

пончиков. Увидев это, продавщица отложила один пончик себе, после чего Ульяна доела оставшиеся два пончика. Сколько пончиков съел Илья? А Миша?

2. Первого мая на озере расцвела лилия, 2 мая на озере цвело уже 2 лилии. Каждый день количество цветущих лилий на озере удваивалось, и 31 мая зацвело всё озеро. Когда зацвела половина озера?

3. Улитка хочет подняться на вершину тополя высотой 29 м. Известно, что за день она проползает вверх 5 м, но за ночь во сне сползает вниз на 1 м. На какой день улитка достигнет цели?

4. В парке посадили в ряд аллею деревьев. Через год между каждыми двумя соседними деревьями посадили ещё по одному. Ещё через год проделали то же самое. Стало 1197 деревьев. Сколько их было изначально?

5. Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет и отдал их второму, потом второй проиграл первому половину своих монет, затем опять первый проиграл половину монет. В результате у первого оказалось 15 монет, а у второго 33. Сколько монет было у каждого из пиратов перед началом игры?

6. На полке стояли тарелки. Сначала взяли третью часть всех тарелок без двух, а потом половину оставшихся тарелок. После этого на полке осталось 9 тарелок. Сколько тарелок было на полке?

7. В Мурунино построили новый жилой комплекс, в нём все дома выстроены в одну линию. Потом владелец строительной компании решил, что надо построить ещё домов, и между каждыми двумя домами построили ещё по дому. Через год он решил снова проделать ту же операцию. В итоге в новом квартале Мурунино стало 65 домов. А сколько домов было изначально?

8. На поверхность планеты Крокозябрик приземлился истребитель. Через одну секунду на неё приземлился ещё истребитель. Ещё через секунду на неё приземлилось ещё два истребителя. Каждую секунду количество истребителей на планете продолжало удваиваться. Через два часа она была ВСЯ в истребителях.

а) Через какое время планета Крокозябрик была покрыта истребителями ровно наполовину?

б) Если бы в первый момент времени на планету Крокозябрик село 4 истребителя и каждую секунду количество истребителей удваивалось, через какое время планета была бы вся в истребителях?

9. В школе чародейства и волшебства готовят очень вкусные тыквенные пирожки. Рон съел половину всех пирожков, после чего

Гермиона отложила два пирожка для Колина. После этого в столовую пришла Джинни и съела половину оставшихся пирожков. Тогда Гермиона отложила ещё три пирожка для Колина, и пирожки кончились. Сколько пирожков было изначально? Сколько съел Рон?

10. Полина задумала число, прибавила к нему 64, разделила сумму на 2, поменяла в частном цифры местами, разделила 225 на результат, умножила на 9 и получила 27. Какое число задумала Полина?

11. Холмс задумал число, затем увеличил его в 10 раз, поменял местами вторую и третью цифру результата, полученное число уменьшил в 5 раз, затем разделил 820 на результат, получившееся частное увеличил на 80 и в итоге получил 100. Какое число задумал Холмс?

Уровень 3

1. На доске написана буква. Каждую минуту Светлана Петровна делает следующее: если на доске написана гласная, она пишет вместо неё следующую по алфавиту согласную, а если согласная — следующую по алфавиту гласную (например, вместо А она пишет Б, а вместо К — О). Через 5 минут на доске оказалась буква Ф. Какая буква была написана на доске сначала?

2. В магазине выстроилась очередь за новыми айфонами. Затем между каждыми двумя людьми, стоящими в очереди, влезло по человеку. Затем — по два человека. Затем — по три. Сколько же было человек в самой первой очереди, если всего за айфонами в итоге пришло 49 человек?

3. Пока вы тут решали задачи, Полина снова задумала целое число, умножила его на 13, зачеркнула последнюю цифру результата, полученное число умножила на 7, потом опять зачеркнула последнюю цифру и получила число 21. Какое число задумала Полина на этот раз?

4. По кругу расставлены несколько нулей и несколько единиц — всего 9 чисел. Вупсень ежедневно записывает между каждыми двумя соседними числами 0, если эти числа равны, и 1, если не равны, после чего стирает старые числа. Могут ли через некоторое время все числа стать равными?

5. Крестьянин пришёл к царю и попросил: «Царь, позволь мне взять одно яблоко из твоего сада». Царь ему разрешил. Пошёл крестьянин к саду, видит, сад огорожен тройным забором. Каждый забор имеет только одни ворота, и около каждых ворот стоит страж. Подошёл крестьянин к первому стражу и сказал: «Царь разрешил мне взять одно яблоко из сада». «Возьми, но при входе ты должен

будешь отдать мне половину яблок, которые возьмёшь, и ещё одно», — поставил условие страж. Это же повторили ему второй и третий стражи, которые охраняли другие ворота. Сколько яблок должен взять крестьянин, чтобы после того, как он отдаст положенные части трём стражам, у него осталось одно яблоко?

6. На 5 озёр села стая гусей. На первое озеро села половина стаи и ещё полгуся, на второе — половина оставшихся гусей и ещё полгуся, на третье — половина нового остатка и ещё полгуся, на четвертое — половина оставшихся после третьего озера и, конечно же, ещё полгуся, на пятое озеро села половина нового остатка и последние полгуся. Сколько гусей летело в стае?

7. Трое мальчиков имели по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дал двум другим столько яблок, сколько каждый из них имел. Затем второй мальчик дал двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имел, в свою очередь и третий дал каждому из двух других столько, сколько было у каждого в тот момент. После этого у каждого из мальчиков оказалось по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика вначале?

8. В ящике лежали лимоны. Сначала из него взяли половину всех лимонов и ещё половину лимона, затем половину остатка и ещё половину лимона и наконец половину нового остатка и опять половину лимона. После этого в ящике остался 31 лимон. Сколько лимонов было в ящике вначале?

9. Колхозница на рынке продавала яйца. Первая покупательница купила у неё половину яиц и ещё пол-яйца, вторая — половину остатка и ещё пол-яйца, а третья — последние 10 яиц. Сколько яиц принесла колхозница на рынок?

10. а) Хан Соло в поисках денег заключил сделку с Джаббой. Каждый раз, когда Хан облетает Татуин на Тысячелетнем Соколе, Джабба удваивает деньги Хана, но за это Хан отдаёт Джаббе 400 у. е. Хан облетел Татуин три раза, и у него не осталось денег. Сколько у. е. было у него изначально?

б) Если бы вы были на месте Хана Соло и вам бы предложили такую игру, а у вас было бы 380 у. е., сколько раз вы бы согласились облететь?

в) При какой изначальной сумме можно играть хоть до бесконечности?

11. Алёша пошёл в магазин и потратил на молоко и сыр половину имевшихся денег. Доехав на автобусе до книжного магазина за

3 рубля, он купил книгу, потратив половину оставшихся денег и ещё 1 рубль. Подсчитав оставшиеся деньги, Алёша половину из них истратил на тетради, а 4 рубля — на мороженое. После этого у него осталось 3 рубля на обратный билет. Сколько денег было у Алёши?

12. За столом сидят Света, Юлия, Вера и Леся, и у каждой из них есть персики. Сначала Света отдала каждой из остальных девочек столько персиков, сколько у той уже было. Затем так же поступила Юлия, потом Вера и наконец Леся. В результате у всех девочек оказалось по 32 персика. Сколько персиков было у каждой из них сначала?

13.3. Задачи на закрепление и повторение

1. Длина стадиона равна 16 м, а ширина на 6 м меньше. На расстоянии 5 м от стадиона находится беговая дорожка. Найдите её периметр.

2. Два прямоугольных участка имеют одинаковую площадь. Длина первого — 48 м, а ширина — 30 м. Чему равна длина второго участка, если его ширина на 6 м больше ширины первого участка?

3. Длина участка земли равна 54 м, а ширина — 48 м. Известно, что $\frac{5}{9}$ площади засажено картофелем, а остальная часть участка — капустой. Какая площадь засажена капустой?

4. Площадь прямоугольника равна 72 см^2 . Каковы длина и ширина прямоугольника, если ширина в 2 раза меньше, чем длина?

5. Квадрат $6 \text{ см} \times 6 \text{ см}$ равен по площади прямоугольнику со стороной 2 мм. Найдите вторую сторону прямоугольника. Ответ дайте в сантиметрах.

6. Из трёх квадратов, каждый периметра 14 дм, составили прямоугольник.

а) Найдите периметр прямоугольника.

б) Найдите площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах.

7. На озере расцвела одна лилия. Каждый день количество цветов на озере удваивалось, и на 20-й день всё озеро покрылось цветами. На какой день озеро покрылось цветами наполовину?

8. Площадь прямоугольника в четыре раза больше площади квадрата, а площадь квадрата на 108 см^2 меньше площади прямоугольника. Найдите длину стороны квадрата.

9. Однажды чёрт предложил бездельнику заработать. «Как только ты перейдёшь через мост, — сказал он, — твои деньги удвоятся. Можешь переходить по нему сколько хочешь раз, но после каждого

перехода отдавай мне за это 24 рубля». Бездельник согласился и после третьего перехода остался без денег. Сколько денег у него было сначала?

10. В пакете лежали яблоки. Сначала из него взяли половину всех яблок без пяти, а затем $\frac{1}{3}$ оставшихся яблок. После этого в пакете осталось 10 яблок. Сколько яблок было в пакете?

11. Крепыш и Чейз играли на хрустящие шоколадные косточки. Сначала Крепыш проиграл половину своих косточек Чейзу, потом Чейз проиграл половину своих Крепышу, потом снова Крепыш проиграл половину своих Чейзу. В итоге у Крепыша оказалось 50 шоколадных косточек, а у Чейза — 110. Сколько косточек было у каждого до начала игры?

12. Адмирал положил на стол бластеры и сказал небольшой группе повстанцев, чтобы они разделили их поровну. Первый повстанец взял треть всех бластеров и ушёл. Потом пришёл второй повстанец, взял треть оставшихся бластеров и ушёл. Наконец вернулся с дозора третий повстанец и взял треть от оставшихся бластеров — это было 4 бластера. Сколько всего бластеров оставил адмирал?

13. Эльза задумала натуральное число, умножила его на 13, зачеркнула последнюю цифру результата, полученное число умножила на 7, зачеркнула последнюю цифру результата и получила 23. Какое число задумала Эльза?

14. Кого больше: мюмзиков, которые не в мове, или всех, кто не в мове, кроме тех, кто не является мюмзиком?

15. В канун Нового года встретились Дед Мороз и Санта-Клаус. В начале их разговора Дед Мороз подарил половину всех своих подарков Санта-Клаусу. Затем Санта-Клаус подарил половину всех своих подарков Деду Морозу. И в конце разговора Дед Мороз снова подарил половину всех своих подарков Санта-Клаусу. В результате у Санта-Клауса оказалось 187 подарков, а у Деда Мороза — 85. Сколько подарков было у Санта-Клауса первоначально?

16. Андрей задумал двузначное число и заметил, что сумма цифр в числе равна 12. Если поменять цифры в числе местами, то число увеличится на 36. Какое число задумал Андрей?

17. В корзине 40 яблок. Из них половина зелёные, остальные красные. Известно, что половина всех яблок кислые. При этом 11 красных яблок сладкие. Сколько зелёных кислых яблок?

18. Какое слово зашифровано: 1762561564? Каждая буква заменена своим номером в алфавите.

19. Решите уравнение $3799 \cdot 3 + (578 - x \cdot 8) \cdot 31 = 509 \cdot 23$.

20. Две собаки Булька и Дэлька одновременно побежали с разных концов двора к косточке и одновременно схватили её. Булька пробежала 360 м, Дэлька — 300 м, и скорость Дэльки была на 30 м/мин меньше, чем скорость Бульки.

а) Какие скорости у собак?

б) На сколько надо увеличить скорость Дэльке, чтобы добежать до кости на минуту раньше Бульки?

в) А на полминуты раньше Бульки?

21. Дон Кихот решил купить всем прекрасным дамам, которые встретились ему по дороге, по цветку. В лавке ему предложили розы по 9 реалов и тюльпаны по 7 реалов. Дон Кихот подсчитал, что на покупку роз ему не хватает 17 реалов, а если он купит всем дамам по тюльпану, то у него останется ещё 11 реалов. Сколько дам встретил Дон Кихот и сколько у него было денег?

22. Мышке до норки по прямой 20 шажков. Кошке до мышки по той же прямой 5 прыжков. Мышка находится между кошкой и норкой. Пока кошка совершает 1 прыжок, мышка делает 3 шажка, но один кошачий прыжок такой же длины, как 10 мышиных шажков. Догонит ли кошка мышку?

23. Вова, Гена и их бабушка и дедушка хотят ночью перейти через мост. Через него могут идти одновременно не больше двух человек и только с фонарём, а фонарь у них один. Вова пройдёт мост за 1 минуту, Гена — за 2 минуты, дедушка — за 10 минут и бабушка — за 20 минут. Мост разводится через полчаса. Удастся ли им перейти на другой берег?

Глава 14

14.1. Геометрия-3

1. В зале длиной 12 м и шириной 8 м надо покрыть пол квадратными плитками. Сколько потребуется плиток, если площадь каждой плитки равна 4 дм^2 ? (В этой и всех последующих задачах плитки укладывают вплотную.)

2. Квадратную площадь шириной 40 м покрывают квадратной плиткой шириной 20 см. Сколько плиток понадобится?

3. Сколько квадратных плиток со стороной 20 см понадобится, чтобы выложить квадратную площадь со стороной 60 м?

4. Сколько квадратных плиток со стороной 20 см понадобится, чтобы выложить квадратную площадку со стороной 50 м?

5. На пол прямоугольной комнаты положили ковёр, края которого отстают на 25 см от каждой из четырёх стен. Найдите периметр комнаты, если периметр ковра равен 24 м.

6. Есть три квадрата. Сторона первого равна 42 см. Его периметр в 7 раз больше периметра второго квадрата. А площадь второго квадрата в 4 раза больше площади третьего. Найдите площадь самого маленького квадрата.

7. Квадрат площадью 25 см^2 разрезали на два прямоугольника. Периметр первого равен 12 см. Найдите площадь второго прямоугольника.

8. У треугольника все стороны равны друг другу. На одной из сторон треугольника построен прямоугольник, площадь которого равна 96 см^2 , а одна из его сторон равна 8 см. Сторона прямоугольника совпадает со стороной треугольника. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру получившейся фигуры. Рассмотрите разные случаи.

9. От прямоугольника с двух противоположных сторон отрезали по квадрату так, что получился новый прямоугольник. Периметр получившегося прямоугольника оказался на 56 см меньше периметра первоначального прямоугольника. Найдите периметр каждого квадрата и объясните своё решение.

10. У треугольника все стороны равны друг другу. На одной из сторон треугольника построен прямоугольник. Одна из сторон прямоугольника равна 4 см, а его площадь равна 64 см^2 . Сторона прямоугольника совпадает со стороной треугольника. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру получившейся фигуры. Рассмотрите разные случаи.

11. К прямоугольнику с двух противоположных сторон приклеили равные квадраты так, что получился новый прямоугольник. Периметр получившегося прямоугольника оказался на 52 см больше периметра первоначального прямоугольника. Найдите периметр каждого квадрата и объясните своё решение.

12. Периметр треугольника, стороны которого равны, 42 см. На одной из его сторон лежит меньшая сторона прямоугольника, площадь которого 168 см^2 и одна из сторон которого равна стороне треугольника. Выполните рисунок и найдите периметр получившейся фигуры.

13. Периметр треугольника, стороны которого равны, 36 см. Одна из его сторон лежит на большей стороне прямоугольника, площадь которого 180 см^2 и одна из сторон которого равна стороне треугольника. Выполните рисунок и найдите периметр получившейся фигуры.

14. На стороне прямоугольника, периметр которого равен 50 дм, поставили точку, разделившую сторону прямоугольника на два отрезка, один из которых в 4 раза короче, чем другой. Через эту точку провели отрезок, который разделил прямоугольник на два других прямоугольника. Найдите площади получившихся прямоугольников, если одна из сторон исходного прямоугольника равна стороне квадрата, площадь которого равна 100 дм^2 .

15. Периметр прямоугольника равен 30 м. Его ширина на 30 дм меньше длины.

а) Найдите площадь данного прямоугольника.

б) Найдите площадь квадрата, периметр которого на 200 см больше периметра данного прямоугольника.

16. Прямоугольник, площадь которого равна 480 см^2 , разрезан на три прямоугольника так, что площадь первой части на 20 см^2 больше площади второй и на 140 см^2 меньше площади третьей. Найдите периметр каждой части, если сторона исходного прямоугольника, по которой не было разрезов, равна стороне квадрата, периметр которого равен 8 дм.

17. Одна сторона треугольника равна стороне квадрата с площадью 64 см^2 . Вторая сторона треугольника равна 10 см . Площадь прямоугольника, построенного на второй стороне, равна 20 см^2 , периметр прямоугольника равен периметру треугольника. Найдите третью сторону треугольника.

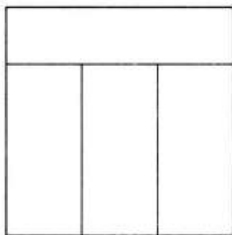
18. Ковёр прямоугольной формы имеет длину 5 м , а ширину на 20 дм меньше.

а) Найдите площадь ковра.

б) Найдите периметр ковра.

в) Этот ковёр положили на пол прямоугольной комнаты так, что края ковра отстоят на 50 см от каждой из четырёх стен. Найдите площадь той части пола, которая оказалась не закрыта ковром.

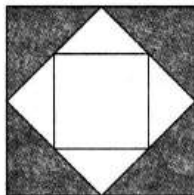
19. Периметр квадратного бассейна равен 240 м . Сколько метров верёвки понадобится, чтобы разделить бассейн на четыре прямоугольные зоны, площади которых равны (см. рисунок)?



20. На рисунке изображены три квадрата с общим центром. Периметр самого маленького квадрата равен 2 дм .

а) Чему равна площадь этого маленького квадрата?

б) Чему равна площадь закрашенной области?



21. Прямоугольник, периметр которого равен 536 см , разрезали на два прямоугольника. У одного из новых прямоугольников периметр равен 320 см , а у другого — 410 см . Найдите площадь того из новых прямоугольников, у которого она меньше.

22. Периметр треугольника, стороны которого равны, равен 30 см. На одной из его сторон лежит меньшая сторона прямоугольника, площадь которого равна 80 см и одна из сторон которого равна стороне треугольника. Выполните рисунок и найдите периметр получившейся фигуры.

23. Клумба имеет прямоугольную форму. Длина клумбы равна 7 м, а ширина равна 400 см. На этой клумбе под розы отвели квадратный участок, периметр которого равен 120 дм. На оставшейся части высадили тюльпаны и астры.

а) Найдите площадь участка, на котором высадили розы.

б) Найдите площадь участка, на котором высадили астры, если она на 13 м^2 меньше площади участка, занимаемого тюльпанами.

24. Бассейн прямоугольной формы имеет периметр 80 м. Длина на 100 дм больше ширины.

а) Найдите площадь бассейна.

б) Дно бассейна решили выложить квадратной плиткой. Сколько потребуется плиток, если сторона каждой плитки равна 2 дм 5 см?

25. Кусок проволоки согнули в треугольник, каждая сторона которого равна 8 м. Затем проволоку разомкнули и заново согнули из неё квадрат. Какова площадь получившегося квадрата?

26. Участок земли имеет форму прямоугольника со сторонами 6 м и 90 дм.

а) Сколько метров забора потребуется изготовить, чтобы огородить этот участок?

б) Сколько кустов картофеля можно будет посадить на этом участке, если под каждый куст требуется квадратный участок земли со стороной 6 дм?

27. Масса прямоугольной плитки шоколада равна 360 граммов. Её ширина равна 8 см 1 мм, а длина равна 9 см. Плитка состоит из квадратов со стороной 9 мм.

а) Найдите периметр этой плитки шоколада.

б) Найдите вес каждого квадрата этой плитки.

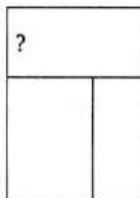
28. У Коли есть 10 одинаковых палочек. Длина каждой палочки равна 1 дм. Мальчик выложил из этих палочек контур прямоугольника, используя все палочки и не ломая их.

а) Найдите площадь построенного прямоугольника, если его длина на 10 см больше ширины.

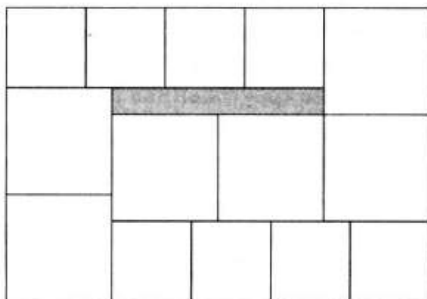
б) Коля смешал палочки и добавил к ним ещё несколько точно таких же палочек, после чего выложил новый контур прямоуголь-

ника, опять используя все палочки и не ломая их. Оказалось, что площадь нового прямоугольника такая же, как и у прямоугольника, который он построил в первый раз. Сколько палочек добавил Коля?

29. Столяр изготовил прямоугольную раму для окна на веранде (см. рисунок). На внешнюю часть рамы ушло 412 см рейки, а на внутренние перегородки — 183 см. Найдите высоту верхней части рамы.



30. Прямоугольник, длина которого равна 80 см, почти полностью покрыт большими и маленькими квадратами — остался только небольшой просвет (закрашен серым). Все большие квадраты одинаковые, и все маленькие тоже одинаковые. Найдите ширину прямоугольника.

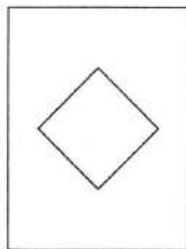


14.2. Задачи на закрепление и повторение

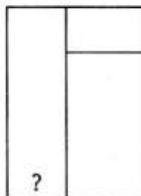
1. Вычислите $375\,669 : 623 \cdot (23\,560 + 1321 - 24\,581) : 25 - 7210$.
2. Решите уравнение $786 : (23 \cdot a - 4607) + 3621 = 3627$.
3. Решите уравнение $(x : 17 + 2025 : 25) \cdot 311 - 4913 \cdot 6 = 25 \cdot 40$.
4. Вычислите: а) $23\text{ т } 15\text{ ц } 1280\text{ кг} + (2\text{ т } 2\text{ ц } 25\text{ кг}) \cdot 3$;
б) $15\text{ км } 23\text{ м } 45\text{ дм} - 5\text{ км } 906\text{ м } 15\text{ см } 25\text{ мм}$;
в) $(14\text{ сут } 15\text{ ч}) : 2 - (19\text{ ч } 36\text{ мин}) \cdot 3$.

5. На ковёр-самолёт, одна из сторон которого равна 72 см, пришили квадратную аппликацию (см. рисунок). Периметр аппликации равен 96 см, а площадь, которую она покрывает, в 7 раз меньше площади ковра-самолёта. Чему равны:

- а) площадь аппликации;
- б) периметр ковра-самолёта?



6. Столяр сделал из рейки переплёт для окна на террасе. На наружную часть рамы ушло 368 см рейки, а на изготовление внутренних перегородок — 165 см. Какова ширина узкой левой части окна?



7. Прямоугольник, периметр которого равен 362 см, разрезали на два прямоугольника. У одного из новых прямоугольников периметр равен 260 см, а у другого — 276 см. Найдите площадь исходного прямоугольника.

8. Два бобра одновременно с двух концов начали грызть осиновый ствол. Один бобёр грыз со скоростью 55 см/ч, а другой — со скоростью 65 см/ч. Определите длину ствола, если за 2 часа 30 минут он был изгрызен полностью.

9. Задумано трёхзначное число, у которого с каждым из чисел 543, 142 и 562 совпадает только один из разрядов. Какое число задумано?

10. Одна сторона треугольника равна стороне квадрата с площадью 81 см^2 . Вторая сторона треугольника равна 10 см. Площадь прямоугольника, построенного на второй стороне, равна 20 см^2 , периметр прямоугольника равен периметру треугольника. Найдите третью сторону треугольника.

11. Если записать все числа от 1 до 100, то сколько всего цифр придётся написать? Сколько раз среди них встретится цифра 5? Цифра 7? Цифра 1? Цифра 0?

12. В две школы отправлены книги одинаковыми пачками: в одну — 22 пачки, в другую — 34 пачки. Сколько книг отправлено в каждую школу, если в первую школу отправили на 180 книг меньше?

13. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 450.

14. В числе 89 367 288 зачеркните 3 цифры так, чтобы получилось:

- а) как можно большее число;
- б) как можно меньшее число.

15. Если из одной стопки тетрадей переложить в другую 10 тетрадей, то их в стопках станет поровну. На сколько больше тетрадей в первой стопке, чем во второй?

16. Бабушка пекла блины. Когда в тарелке было 18 блинов, пришёл внучек из школы. Как только внук съедал три блина, бабушка подкладывала на тарелку ещё два. Маленький обжора ушёл в тот момент, когда на тарелке впервые стало ровно 12 блинов. Сколько блинов он съел?

17. В трёх цехах завода работают 624 человека. В первом цехе в 5 раз больше работников, чем во втором, а в третьем — столько, сколько в первых двух вместе. Сколько человек в каждом цехе?

18. Можно ли 74 книги расставить на трёх полках так, чтобы на первой полке было в 2 раза больше книг, чем на второй, а на второй в 3 раза больше, чем на третьей?

19. Первая цифра пятизначного числа равна количеству нулей в этом числе. Вторая цифра равна количеству единиц (цифр «1») в этом числе. Третья цифра равна количеству двоек, четвёртая — количеству троек, пятая — количеству четвёрок. Придумайте такое число.

20. Из 101 далматинца у 29 пятно только на левом ухе, у 17 — только на правом ухе, а у 22 далматинцев нет пятен на ушах. Сколько далматинцев имеют пятно на правом ухе?

21. Сегодня воскресенье. Какой день недели будет через 150 дней?

22. Вычислите сумму рациональным способом: $11 + 12 + \dots + 70$.

Подсказка. Сколько будет $11 + 70$? А $12 + 69$? Сколько пар чисел в ряду?

23. Десять черепашек-ниндзя съедают двадцать пицц за двадцать минут. Сколько пицц съедят двадцать черепашек-ниндзя за час?

Глава 15

15.1. Работа. Время. Производительность

Уровень 1

1. Бригада монтажников на строительстве 16-этажного корпуса возводит за каждые сутки 2 этажа. За какое время будет построен весь корпус?

2. Завод за рабочий день выпускает 40 автомобилей. Сколько автомобилей завод выпустит за 25 рабочих дней?

3. За 80 дней мебельная фабрика выпускает 480 диванов. Сколько диванов выпускает мебельная фабрика за один день?

4. Котёнок Симба способен ловить не меньше одной мышки в год. За сколько лет он гарантированно сможет поймать 10 мышек.

5. В один автомат загружают 120 книг, и он упаковывает их в течение 20 минут. В другой загружают 210 книг, и он упаковывает их в течение 30 минут. Какой из автоматов работает быстрее?

6. За 3 часа работы бульдозер разровнял 234 м^2 дороги. Сколько квадратных метров дороги разровняет бульдозер за 8 часов, если будет работать с прежней производительностью?

7. Ёжик может перетащить 400 шишечек за 25 минут, лисёнок — 220 шишечек за 11 минут, медвежонок — 720 шишечек за 20 минут. Кто быстрее перенесёт 2022 шишечки, ёжик с лисёнком, работающие вместе, или медвежонок?

8. Коротышки пекли блины. Пончик может испечь 90 блинов за 45 минут, а Торопыжка — за 30 минут. Незнайка может испечь за минуту столько же блинов, сколько пекут Пончик и Торопыжка вместе. За сколько минут Незнайка может испечь 90 блинов?

Уровень 2

1. Дракон Беззубик создаёт 12 молний за 2 часа. Его младший брат может сотворить в два раза меньше молний за 3 часа. За сколько часов они вместе смогут устроить грозу из 24 молний?

2. Сборочный цех завода выпустил за 20 рабочих дней 2760 велосипедов. Сколько велосипедов выпустит цех за то же время, если его производительность увеличится на 9 велосипедов в день?

3. В ванну через кран с холодной водой поступает 15 литров воды в минуту, а через кран с горячей водой — 12 литров воды в минуту. Если открыть оба крана, то ванна наполнится через 20 минут. Сколько литров вмещает полная ванна? За какое время смог бы набрать ванну каждый из кранов, работая отдельно?

4. Две одинаковые гигантские устрицы, добывая себе пищу, отфильтровали 120 литров воды. Одна из них добывала корм 5 часов, а другая — 3 часа. Сколько литров воды отфильтровала каждая устрица?

5. Рыбки-санитары очищают чешую других рыб от паразитов и вредных бактерий. За 15 минут черноморская рыбка-санитар морской юнкер помогает 20 рыбам. Сколько рыб морской юнкер очистит за 2 часа, работая так же быстро?

6. На швейной фабрике два одинаковых автомата пришивают пуговицы к пальто. Один автомат работал 50 минут, другой — 40 минут. Сколько пуговиц пришил каждый автомат, если вместе они пришили 1350 пуговиц?

7. Швейная фабрика изготавливает 9 плащей за 18 часов. Сколько таких же плащей сошьёт фабрика за 10 дней (при 8 часах работы ежедневно), если будет работать с той же производительностью?

8. В Римской империи были хорошие дороги: армия должна была быстро перемещаться с места на место. Солдаты за 20 дней должны были проложить 1600 метров дороги. Они закончили работу на 4 дня раньше. На сколько больше метров прокладывали солдаты ежедневно по сравнению с первоначальным заданием?

9. Стадо туров способно пропахать 240 км^2 поля за 20 часов. Стадо яков может выполнить ту же работу за 30 часов. За сколько часов оба стада вспашут 800 км^2 , работая вместе, если начнут работать в два раза интенсивнее?

10. Первый рабочий за один час делает 32 детали, а второй за 4 часа делает столько деталей, сколько первый за 5 часов. За сколько часов они вместе сделают 216 деталей?

Уровень 3

1. Двое рабочих изготавливали одинаковые детали. Первый из них обслуживал 5 станков, обрабатывающих по 11 деталей в час каждый. Второй рабочий обслуживал 4 станка, обрабатывающих по 15 деталей в час каждый. Сколько деталей изготовили оба рабочих за 8 часов работы? На сколько деталей больше изготовил второй рабочий, чем первый, за эти 8 часов?

2. Две бригады сшили 441 детский костюм, работая вместе. Первая бригада изготавливала 28 костюмов в час, а вторая — 21 костюм в час. Сколько часов бригады шили костюмы?

3. Токарь выполнил заказ на изготовление одинаковых деталей за три дня. В первый день он изготовил 23 детали, во второй день — на b деталей больше, чем в первый день, а в третий день — на четыре детали меньше, чем в первый день. Сколько деталей изготовил токарь за эти три дня? Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение при $b = 7$ и $b = 9$.

4. Столяр и его помощник должны сделать 217 рам. Столяр в день делает 18 рам, а его помощник — 13 рам. Сколько рам им останется сделать после двух дней работы? После четырёх дней работы? После семи дней работы?

5. Двое рабочих изготовили вместе 280 оконных рам. Один из них работал 14 дней по 7 часов в день, а другой — 7 дней по 6 часов. Сколько рам изготовил каждый из них, если они за 1 час работы изготавливали одинаковое число рам?

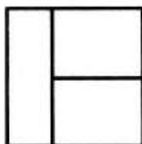
6. За 3 часа работы один экскаватор вынул 555 м^3 земли. Сколько кубических метров земли вынет второй экскаватор за 4 часа, если в час он вынимает на 15 м^3 больше, чем первый?

7. Один рабочий работал 3 дня по 7 часов в день, а другой — 2 дня по 8 часов в день. Вместе они изготовили 481 деталь. Сколько деталей изготовил каждый рабочий, если за час они изготавливали деталей поровну?

8. Опытный кузнец может подковать 20 лошадей за сутки. Два молодых кузнеца подковывают 30 лошадей за двое суток. За какое время подкуют 840 лошадей 4 опытных кузнеца и 8 молодых.

15.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Периметр квадратного бассейна равен 120 м. Сколько метров верёвки понадобится, чтобы разделить бассейн на три прямоугольные зоны, площади которых равны (см. рисунок)?



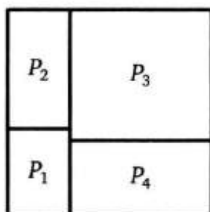
2. Высота столба равна 20 метрам. Улитка решила навестить свою бабушку, которая живёт на вершине столба. За день она проползает по столбу 3 метра вверх, а за ночь съезжает на 2 метра вниз. Через сколько дней улитка навестит бабушку?

3. На прямой отмечено 180 точек так, что расстояние между любыми соседними точками равно 5 см. Чему равно расстояние между крайними точками?

4. Сколько чисел от 1 до 750 не делятся на 25?

5. В понедельник бобры распилили несколько брёвен. За день они сделали 10 распилов и получили 16 чурбачков. Сколько брёвен они распилили?

6. Квадрат со стороной 18 см разрезали на четыре разных прямоугольника (см. рисунок). Периметр одного из них — $P_1 = 26$ см, второго — $P_2 = 32$ см, третьего — $P_3 = 48$ см. Найдите периметр P_4 четвёртого прямоугольника.



7. Этаж Сони шестой сверху в 25-этажном доме. На каком этаже живёт Соня?

8. Герда положила в один ряд красные фишки. Затем Кай положил между каждыми двумя соседними красными фишками по одной синей. Затем Принц положил между каждыми двумя соседними фишками по две зелёные фишки. Всего получилось 19 фишек. Сколько красных фишек положила Герда?

9. На полоске бумаги отмечены поперечные линии синего, зелёного и красного цвета. Если разрезать полоску по синим линиям, то получится 8 кусков, если по зелёным — 10 кусков, а если по красным — 5 кусков. Сколько кусков получится, если разрезать полоску по линиям всех трёх цветов?

10. Двое рабочих изготавливают одинаковые детали. Один обслуживает 8 станков, обрабатывающих по 11 деталей в час каждый, а другой обслуживает 6 станков, обрабатывающих по 15 деталей в час каждый. За сколько часов они вместе изготовят 1602 детали?

11. Составьте уравнение и найдите задуманное число. Если задуманное число увеличить в 308 раз, результат уменьшить на произведение чисел 200 и 330, полученное число уменьшить в 209 раз, а затем увеличить на 809, то получится число, равное частному чисел 163 413 и 201.

12. Расшифруйте комбинацию кодового замка, если:

- в комбинации 4 цифры;
- третья цифра на 3 больше, чем первая;
- вторая цифра на два больше, чем четвёртая;
- в сумме все цифры дают число 17;
- вторая цифра равна 3.

13. В 11 часов утра легковой автомобиль и грузовик выехали навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 360 км. Скорость легкового автомобиля равна 120 км/ч. Через 2 часа после начала движения грузовик сломался и остановился. Через полчаса после поломки к грузовику подъехал легковой автомобиль.

а) Найдите скорость грузовика.

б) Сколько времени показывали бы часы в момент встречи, если бы через 2 часа сломался не грузовик, а легковой автомобиль?

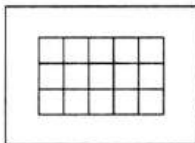
14. Дима собирался купить 25 конфет, но ему не хватало для этого 5 рублей. Тогда Дима купил 18 конфет, и у него осталось 16 рублей. Сколько конфет сможет купить Дима на 68 рублей?

15. Два робота за три часа собирают один компьютер. Сколько компьютеров соберут десять роботов за двенадцать часов?

16. С двух автобусных станций, расстояние между которыми равно 240 км, одновременно навстречу друг другу выехали автобус и маршрутка. Они встретились через 2 часа. Найдите их скорости, если маршрутка едет на 20 км/ч быстрее, чем автобус.

17. На прямоугольное одеяло, одна из сторон которого равна 45 см, пришили 15 одинаковых квадратных лоскутков. Площадь всей лоскутной части в 3 раза меньше площади одеяла, а периметр одного лоскутного квадрата равен 24 см. Чему равны:

а) площадь одеяла; б) периметр одеяла?



18. В пакете лежат фрукты. Все, кроме двух, апельсины. Все, кроме двух, яблоки. Все, кроме двух, бананы. Сколько каких фруктов в пакете?

19. Возраст нескольких друзей в сумме составляет 62 года. Через 3 года он будет составлять 80 лет. Сколько этих друзей?

20. У Ани, Бори и Вити вместе 38 монет, у Ани монет в 4 раза больше, чем у Бори, и в 3 раза больше, чем у Вити. Сколько монет у Ани?

21. Позавчера школьники собрали макулатуры на 3 кг больше, чем вчера, а вчера на 40 кг меньше, чем позавчера и сегодня вместе. Сколько килограммов макулатуры собрали школьники сегодня?

22. В корзине лежат 30 грибов — рыжиков и груздей. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов — хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине?

23. При сложении двух целых чисел ученик по ошибке поставил во втором слагаемом лишний ноль на конце и получил в сумме 6641 вместо 2411. Определите слагаемые.

Глава 16

16.1. Задачи на совместную работу

Уровень 1

1. Карлсон может съесть банку варенья за 10 минут, а Малыш — за 40 минут. За какое время они съедят эту банку варенья вместе?

2. Винни-Пух съедает бочонок мёда за 10 минут, а Пятачок — за 15 минут. За какое время минут они съедят 7 бочонков мёда, если будут есть одновременно?

3. Одна бригада может выполнить заказ за 36 часов, а вторая — за 18 часов. За сколько времени они могут выполнить заказ, работая совместно?

4. Расстояние между двумя сёлами пешеход проходит за 60 минут, а велосипедист проезжает за 20 минут. Через сколько минут они встретятся, если отправятся одновременно навстречу друг другу из этих сёл?

5. Путешественник идёт из одного города в другой 10 дней, а другой путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?

6. Через первую трубу бассейн можно заполнить за 20 часов, а через вторую — за 30 часов. За сколько часов наполнится бассейн при совместной работе этих труб?

7. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям на 45 дней. Рассчитайте, на сколько дней хватит этого корма и уткам, и гусям вместе.

8. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковая машина. Автобус проезжает весь путь за 12 часов, а легковая машина — за 6 часов. Через сколько часов они встретятся?

9. Карлсон съедает банку варенья за 10 минут, фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 15 минут. За сколько минут они съедят банку варенья втроём?

10. Винни-Пух съедает горшочек мёда за 6 минут, Пятачок — за 20 минут, а ослик Иа — за 30 минут. За сколько минут они съедят горшочек мёда втроём?

11. Три экскаватора различной мощности могут вырыть котлован, работая по отдельности: первый — за 12 дней, второй — за 6 дней, а третий — за 4 дня. За сколько времени они выроют котлован, работая совместно?

12. Школа заказала в мастерской спортивную форму для участников соревнований. Одна швея может выполнить заказ за 4 дня, вторая — за 5 дней, а третья — за 20 дней. За сколько времени выполнят весь заказ три швеи, работая совместно?

13. Первый кран наполняет бассейн за 24 минуты, второй — за 12 минут, а третий — за 8 минут. За какое время наполнят бассейн все три крана, открытые одновременно?

14. Первый насос наполняет пустой бак за 6 часов, а второй — за 10 часов. Третий насос наполняет пустой бак за 15 часов. За какое время наполнится пустой бак при одновременной работе трёх насосов?

Уровень 2

1. Мастер, делая по 12 деталей в день, за 5 дней выполнил половину всего заказа. Для того чтобы выполнить заказ к сроку, ему надо теперь делать в день на 3 детали больше. За какой срок мастер должен был выполнить заказ?

2. От двух пристаней одновременно навстречу друг другу вышли катер и теплоход. Катер проплывает расстояние между пристанями за 24 часа, а теплоход — за 40 часов. Через сколько часов они встретятся?

3. Одноместная байдарка проплывает дистанцию гребного канала за 28 секунд, а двухместная — за 21 секунду. Обе байдарки стартовали одновременно с противоположных концов канала. Через сколько секунд они встретятся?

4. Для разравнивания дороги поставлены две грейдерные машины различной мощности. Первая может выполнить всю работу за 36 дней, а вторая — за 45 дней. За сколько дней выполнят всю работу обе машины, работая совместно?

5. Заготовленных материалов хватит для работы двух цехов в течение 10 дней или одного первого цеха в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы этих материалов для работы только второго цеха?

6. Два тракториста вспахали поле за 6 часов совместной работы. Первый тракторист мог бы один выполнить ту же работу за 10 часов. За сколько часов второй тракторист может вспахать поле?

7. Водоём наполняется двумя трубами за 5 часов, а через одну первую трубу — за 6 часов. Через сколько времени будет наполнен водоём, если открыть только одну вторую трубу?

8. Вася и Лёва вскапывают грядку за 10 минут, а один Вася — за 15 минут. За сколько минут вскапывает грядку один Лёва?

9. Аня и Маша могут слепить набор из глиняных фигурок за 12 минут, а одна Аня — за 20 минут. За сколько минут может слепить набор фигурок одна Маша?

10. Бригада девочек может собрать урожай клубники за 45 часов, а бригада мальчиков — за 30 часов. За сколько часов они соберут урожай, работая вместе?

Уровень 3

1. Двум художникам поручили расписать 48 чашек и 40 блюд. Иван расписывает чашку за 5 минут, а блюдо за 3 минуты. Данила тратит на любое изделие по 4 минуты. Придумайте, как художникам распределить работу, чтобы выполнить её как можно скорее. Найдите, сколько времени потребует ваш способ.

2. Коты Мурзик и Барсик обедают вместе с котёнком Дымкой. Мурзик ест вдвое быстрее Барсика, а Барсик — вдвое быстрее Дымки. Дымке дали 6 маленьких рыбок, а Мурзику и Барсику — по 12 таких же рыбок. Мурзик съел свою порцию за 3 минуты и затем помог Барсику закончить обед. После этого они стали ждать, когда же со своей порцией справится Дымка. Сколько времени они ждали?

3. Если сначала отец наколет четверть дров, а затем сын — оставшиеся дрова, им потребуется 40 минут. А если четверть дров наколет сын, а остальные — отец, то они справятся за 32 минуты. За сколько времени сын наколот бы все дрова без помощи отца?

4. Одну корзинку волшебной пыльцы 2 феи собирают за 7 минут. Такую же корзинку пыльцы за 7 минут собирают 3 эльфа.

а) За сколько времени один эльф соберёт одну корзинку пыльцы?

б) За сколько времени одна фея и один эльф соберут 10 корзинок пыльцы? (Феи собирают пыльцу с одинаковой и постоянной скоростью, эльфы тоже собирают пыльцу с одинаковой и постоянной скоростью.)

5. Чтобы построить сарай, первой бригаде нужно 4 дня, а второй — 6 дней. Сарай начала строить первая бригада, но после 2 дней работы ей дали другое задание, а сарай достроила вторая бригада.

а) Сколько всего дней строили этот сарай?

б) За сколько дней эти две бригады построят 10 таких сараев, если будут работать одновременно?

6. Из пунктов *A* и *B* одновременно вышли два пешехода. Они встретились через 40 минут после своего выхода, а через 32 минуты после встречи первый пришёл в пункт *B*. Через сколько минут после своего выхода из пункта *B* второй пришёл в пункт *A*?

7. Для жителей Изумрудного города нужно сделать зелёные очки — 65 штук. Страшила и Железный Дровосек за 41 минуту вместе сделали 17 штук. Затем к ним присоединилась Элли, и они ещё 41 минуту делали очки втроём. Когда Страшила и Железный Дровосек устали, Элли за 29 минут доделала очки одна. За какое время Элли сделала бы 248 очков одна?

8. Петя и Коля вскапывают грядки с постоянной скоростью. Всего им нужно вскопать 52 грядки. Вместе мальчики вскопают эти грядки за 8 часов, а в одиночку Коля вскопает 52 грядки за 13 часов. Коля работал 3 часа, остальные грядки вскопал Петя.

а) Сколько времени работал Петя?

б) За сколько времени Петя в одиночку вскопает 80 грядок?

9. Трава на лугу растёт одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров съели бы всю траву за 24 дня, а 30 коров — за 60 дней. Сколько коров съедят всю траву на лугу за 96 дней?

10. Мужик и медведь собирали репу. Мужик каждый час вытягивал по 78 репок, а медведь — по 60 репок. Зато медведь собирал репу на полтора часа дольше мужика и в итоге собрал столько же репок, сколько мужик. Сколько же?

11. В результате кораблекрушения семь мореплавателей оказались на необитаемом острове. Подкрепившись бананами, они обнаружили следующую закономерность:

Хью съедает гроздь бананов за 24 минуты;

Пью съедает такую же гроздь за 12 минут;

Кью — за 8 минут; Сью — за 6 минут;

Вью — за 4 минуты; Бью — за 3 минуты;

капитан Нью справляется с гроздью за 2 минуты.

А за сколько минут все семеро мореплавателей съедят 3 такие грозди?

16.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Двум кондитерам поручили украсить 40 тортов «Прага» и 54 торта «Полёт». Марина тратит на любой торт по 5 минут. Тамара украшает «Прагу» за 4 минуты, а «Полёт» за 6 минут. Придумайте, как кондитерам распределить работу, чтобы выполнить её как можно скорее. Найдите, сколько времени потребует ваш способ.

2. Первый кран наполняет бассейн за 18 минут, второй — за 12 минут, а третий — за 9 минут. За какое время наполнят бассейн все три крана, открытые одновременно?

3. Два трактора вспахали поле за 6 часов. Первый трактор, работая один, вспахал бы это поле за 15 часов. За сколько времени вспахал бы это поле один второй трактор?

4. Петя за 4 минуты съедает 3 конфеты. А Оля съедает 3 такие же конфеты за 10 минут. Петя 8 минут ел конфеты один, а потом к нему присоединилась Оля и они стали есть конфеты вместе. Сколько всего времени Петя ел конфеты, если Петя и Оля вместе съели 69 конфет?

5. Счётчик автомобиля показывал 12921 км. Через 2 часа на счётчике снова появилось число, которое читалось одинаково в обоих направлениях. С какой скоростью ехал автомобиль, если разрешённая скорость не должна превышать 90 км/ч и водитель соблюдал правила дорожного движения?

6. Маленький коала съедает листья с одного эвкалиптового дерева за 10 часов, а каждый из его родителей ест вдвое быстрее. За сколько времени это семейство объест все листья с одного эвкалиптового дерева?

7. В копилке лежит 20 рублёвых монет и 20 двухрублёвых монет. Какое наименьшее число монет нужно достать из копилки, чтобы среди них наверняка оказались:

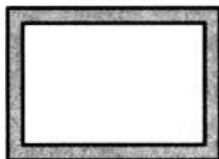
- а) две одинаковые монеты;
- б) две двухрублёвые монеты;
- в) две разные монеты?

8. На площади поют два хора. Если из первого хора один человек перейдёт во второй, то певцов в хорах станет поровну. Если из второго хора один человек перейдёт в первый, то в первом певцов станет в два раза больше. Сколько человек поёт в каждом хоре?

9. На чудо-дереве выросло поровну лаптей и валенок. После того как мальчишки сорвали 106 лаптей и 90 валенок, лаптей осталось в 3 раз меньше, чем валенок. Сколько валенок выросло на дереве?

10. На гранях каждого игрального кубика расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Два кубика совместили гранями. Сумма очков на 10 видимых гранях равна 39. Какие грани совместили?

11. Прямоугольный газон со всех сторон окружён клумбой одинаковой ширины (см. рисунок, клумба закрашена). Периметр газона равен 60 м, внешний периметр клумбы равен 63 м 2 дм. На каждом квадратном дециметре клумбы растёт один цветок. Сколько цветов на клумбе?



12. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды в четверг после дождя между островитянами Тимом и Томом произошёл следующий диалог: «Ты можешь сказать, что я рыцарь», — гордо заявил Тим. «Ты можешь сказать, что я лжец», — грустно ответил ему Том. Кем являются Тим и Том?

13. Брат и сестра получили в наследство 90 рублей. Если сестра отдаст брату из своей доли 10 рублей, то брат окажется богаче сестры в два раза. Сколько денег в наследство досталось брату и сколько сестре?

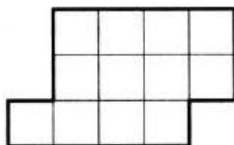
14. Между городами А и В построили новую дорогу. Из города А в город В выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Через 2 часа навстречу ему из города В выехал второй велосипедист, скорость которого на 3 км/ч меньше, чем скорость первого. Первый велосипедист до встречи проехал 60 км. Какова длина новой дороги?

15. Карлсон загадал три числа, их сумма равна 103. Найдите эти числа, если второе число в три раза меньше первого и на 18 меньше третьего.

16. Прямоугольный участок Петра Петровича имеет длину 12 м и периметр 36 м. Прямоугольный участок Ивана Ивановича такой же площади имеет ширину 80 дм. Сколько метров забора понадобится Ивану Ивановичу, чтобы огородить свой участок?

17. Мама чистит ведро картошки за 10 минут, папа — за 12 минут, Вася — за 1 час. За какое время они вместе почистят ведро картошки?

18. Разрежьте данную фигуру по линиям клеток на две равные части и сложите из них какую-нибудь симметричную фигуру. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



19. С автобазы вышел автобус со скоростью 85 км/ч. Когда он проехал 170 км, с той же автобазы в противоположном направлении выехал грузовик со скоростью, на 17 км/ч меньшей, чем скорость автобуса.

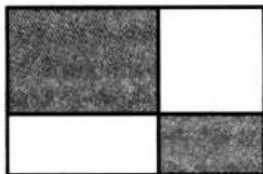
а) Какое время была в пути каждая машина, когда расстояние между ними стало 782 км?

б) Какое расстояние будет между автобусом и грузовиком через 5 часов после выезда грузовика, если в пути грузовик сделал остановку на 15 минут?

20. Разрежьте прямоугольник 3 см $\times$ 7 см с одной вырезанной клеткой на пять различных четырёхклеточных фигурок. Фигурки считаются различными, если, поворачивая и переворачивая их, нельзя получить одну из другой.



21. Прямоугольный лист бумаги разделили на четыре части, одна из которых — квадрат (см. рисунок). Периметры серых прямоугольников равны 34 см и 22 см. Найдите: а) периметр; б) площадь листа бумаги.



22. Ровно в 9 утра турист отправился на станцию, расположенную от него на расстоянии 2 км 400 м. Первый поезд отходит в 9 часов 35 минут, а второй — в 9 часов 55 минут. Турист знает, что за 10 секунд он делает 20 шагов и четыре его шага составляют 2 м. К какому поезду турист успеет подойти? Запишите решение с объяснением.

23. Турист собирается в поход и хочет приготовить себе на завтрак 2 яйца всмятку и ещё 4 сварить вкрутую, чтобы взять их в дорогу. Яйца всмятку варятся в кипящей воде 2 минуты, вкрутую — 4 минуты. За какое наименьшее время турист может сварить эти яйца, если у него есть кастрюля вместимостью 4 яйца? Вода в кастрюле уже кипит.

Глава 17

17.1. Чётность

Уровень 1

1. Какое число называется чётным? Является ли чётным число 0?

2. Чётной или нечётной будет сумма двух чётных чисел? А двух нечётных? А пяти нечётных?

3. Обозначим буквой Ч чётные числа, а буквой Н — нечётные. Заполните пропуски так, чтобы получились верные соотношения:

$$\text{Ч} + \text{Ч} = \dots; \quad \text{Ч} \cdot \text{Ч} = \dots;$$

$$\text{Ч} + \text{Н} = \dots; \quad \text{Ч} \cdot \text{Н} = \dots;$$

$$\text{Н} + \text{Ч} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Ч} = \dots;$$

$$\text{Н} + \text{Н} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Н} = \dots;$$

$$\text{Ч} \cdot \text{Н} \cdot \dots \cdot \text{Н} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Н} \cdot \dots \cdot \text{Н} = \dots$$

4. Можно ли набрать 25 рублей десятью монетами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей?

5. Влада говорит, что знает четыре числа, сумма и произведение которых — нечётные числа. Права ли Влада?

6. Хомячок Карл умеет разгрызать кусок шоколада только на 3 части. Например, если у Карла есть шоколадка, он может разделить её на 3 части, затем взять один из полученных кусков и разделить на 3 части уже его. Сможет ли Хомячок Карл получить в итоге 100 кусков шоколада?

7. В классе, в котором поровну мальчиков и девочек, проходило голосование за проведение субботника. После подсчёта голосов учитель объявил, что решение проводить субботник принято большинством в 1 голос. Услышав это, школьник Алексей поднял руку и сказал, что такого не может быть. Как Алексей смог понять, что с подсчётом что-то не так?

8. Тюбик купил в магазине 20 тетрадей, 2 альбома для рисования, несколько карандашей по 6 рублей 20 копеек и несколько ластиков по 4 рубля. Ему сказали, что в кассу следует уплатить

55 рублей 65 копеек. Тюбик попросил пересчитать стоимость покупки, и ошибка была устранена. Как Тюбик догадался, что она была допущена?

9. Адам совершил покупку в магазине, включающую 10 блокнотов, 2 скетчбука для рисования, одну гелевую ручку стоимостью 8 рублей, несколько карандашей по 80 копеек за штуку и несколько обложек для книг по 1 рублю 20 копеек за штуку. После подсчёта стоимости покупок продавец сообщил Адаму, что к оплате 84 рубля 25 копеек. Адам попросил пересчитать стоимость покупки, подозревая ошибку в расчётах. Как Адам мог определить, что продавец ошибся?

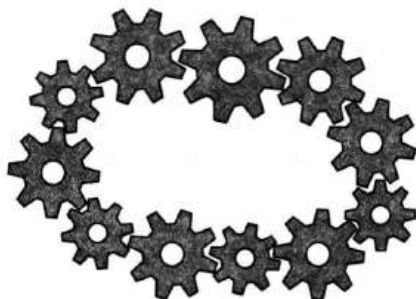
10. Подкованная блоха способна совершать прыжки длиной ровно 20, 22 и 28 сантиметров. Может ли она допрыгать до травинки, которая находится от неё на расстоянии 2 метра и 15 сантиметров, совершив ровно 8 прыжков?

11. Мистер Синий, мистер Коричневый, мистер Розовый и мистер Блондин завтракали в кафе. Каждый из них выпил по несколько капучино по цене 2 доллара за штуку, а также они заказали несколько круассанов по 4 доллара и яичницу за 6 долларов. В дополнение к заказу каждый должен был добавить по 1 доллару чаевых. В итоге общая сумма составила 37 долларов. Мистер Блондин тут же заметил ошибку в подсчётах. Тогда мистеру Розовому пришлось признаться, что он не оставил чаевые. Как мистеру Блондину удалось сразу заметить недостачу в оплате?

12. Сложили пять натуральных чисел. Получили 2021. Сколько среди них может быть нечётных? А если чисел 2021?

Уровень 2

1. Могут ли все шестерёнки, изображённые на рисунке, крутиться одновременно?



2. Конь вышел из поля $a1$, сделал несколько ходов и вернулся в то же место. Докажите, что он сделал чётное количество ходов.

3. По кругу написано 7 натуральных чисел. Верно ли, что среди этих чисел найдутся два соседних, сумма которых чётна?

4. На доске написано равенство $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 20$ (вместо символов « $*$ » в неизвестном порядке расставлены знаки « $+$ » и « $-$ »). Докажите, что это равенство не может быть верным.

5. Восемь кустов малины растут в ряд. Известно, что число ягод, растущих на любых двух соседних кустах, отличается на 1. Может ли общее количество ягод равняться 2021?

6. Флаттершай купила общую тетрадь в 96 листов и пронумеровала все страницы — от 1 до 192. Дискорд вырвал из неё 25 листов и сложил все 50 написанных на них чисел. Могло ли у него получиться 2010?

7. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могли ли получить 20212021?

8. Выписав 6 чётных чисел, идущих подряд, Вася обнаружил, что самое большое из них вдвое больше самого маленького. Чему равно самое маленькое число?

Уровень 3

1. На этот раз Дискорд исправил две цифры в примере на умножение. Получилось

$$4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2247.$$

Помогите Флаттершай восстановить исходный пример.

2. Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить четыре одинаковых числа?

3. Бился Иван-Царевич со Змеем Горынычем, трёхглавым и трёххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста — вырастает голова; если срубить голову — вырастет новая, а если срубить две головы, то не вырастет ничего. Сможет ли Иван-Царевич срубить все головы и хвосты Змею Горынычу?

4. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется — определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество

конфет, то они попросят её уравнивать их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.

а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).

б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

5. На чудо-дереве росли 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимал ровно два фрукта. При этом если он снимал одинаковые фрукты, то на дереве появлялся новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов на дереве остался один фрукт. Какой: банан или апельсин?

6. Тарас Андреевич написал на доске 50 целых чисел. Демид заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Чётна или нечётна сумма всех чисел?

7. Книга состоит из 10 рассказов объёмом 1, 2, 3, ..., 10 страниц соответственно. Первый рассказ начинается на первой странице книги, каждый рассказ начинается с новой страницы. Какое наибольшее количество рассказов может начинаться с нечётной страницы?

17.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Крош перемножил 17 целых чисел и получил 1025, а Бараш сложил эти же числа и получил 100. Докажите, что кто-то из них ошибся.

2. Лист бумаги разрезали на три части, затем некоторые из полученных частей также разрезали на 3 части каждую и так проделали несколько раз. Может ли при подсчёте количества всех частей получиться число 2022 и почему?

3. По кругу сцепили несколько шестерёнок. Смогут ли они вращаться, если их было: а) двенадцать; б) тринадцать?

4. Котёнок Симба ежедневно съедает на 1 подушечку корма больше, чем в предыдущий день. Мог ли он за 10 дней съесть 1000 подушечек корма?

5. Три экскаватора различной мощности могут вырыть котлован, работая по отдельности: первый — за 10 дней, второй — за 12 дней, а третий — за 15 дней. За сколько времени они выкопают котлован, работая совместно?

6. Если выдать ученикам по 2 тетради, то 19 тетрадей останутся лишними. А если выдать по 3 тетради, шести тетрадей не хватит. Сколько всего учеников? А сколько тетрадей?

7. В актовЫй зал школы привезли стулья. Если их расставить по 25 штук в ряд, то четырёх стульев не хватит. Если же их расставить в такое же количество рядов по 24 стула в ряд, то двенадцать стульев останется. Сколько привезли стульев?

8. На изготовление 2100 деталей первая бригада затрачивает на 2 часа меньше, чем вторая, которая делает 420 деталей за 1 час. Сколько деталей за час делает первая бригада?

9. Вычислите $(206 \text{ м } 3 \text{ дм } 5 \text{ см}) \cdot 5 - (2 \text{ км } 16 \text{ м } 5 \text{ дм}) : 2$.

10. Вычислите $(1 \text{ т } 3 \text{ ц } 56 \text{ кг}) \cdot 6 + (13 \text{ ц } 45 \text{ кг}) : 4$.

11. Вычислите $5 \text{ сут } 15 \text{ с} - 34 \text{ ч } 46 \text{ мин}$.

12. На столе лежат пятиугольники и шестиугольники. Всего у них ровно 37 вершин. Сколько пятиугольников на столе?

13. Есть 6 карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Используя их, можно составить два трёхзначных числа, например 645 и 321. Вася составил эти числа так, что их разность оказалась самой маленькой из всех возможных. Найдите эту разность.

14. Число x таково, что при прибавлении к нему 2 получится то же самое, что при умножении его на 3. Что тогда надо к нему прибавить, чтобы получилось то же самое, что при умножении его на 6?

15. Рыбка Дори готовила пиццу, но обнаружила, что ей не хватает некоторых ингредиентов. Ей нужно было приобрести несколько упаковок моцареллы, банку томатного соуса и 2 килограмма муки. Доплыв до магазина, она обнаружила, что упаковка моцареллы стоит 60 ракушек, а банка томатного соуса — 20 ракушек. В итоге Дори потратила в магазине 191 ракушку. Удалось ли Дори купить всё необходимое, или она что-то перепутала?

16. У весов сдвинута стрелка. Когда на весы положили пакет с детскими книгами, весы показали 5 кг. Когда на весы положили пакет с учебниками, весы показали 6 кг. Когда взвесили сразу оба пакета с книгами, весы показали 10 кг. Сколько на самом деле весил каждый пакет?

17. Периметр прямоугольника равен 320 см, одна из его сторон на 4 дм меньше другой. Найдите площадь квадрата, построенного на меньшей стороне прямоугольника.

18. Винни-Пух, Сова, Кролик и Пятачок съели 70 апельсинов, причём каждому досталось хотя бы по одному апельсину. Винни-Пух съел больше, чем каждый из остальных; Сова и Кролик съели вместе 45 апельсинов. Сколько апельсинов съел Пятачок?

19. Вычеркните из числа 1 429 870 три цифры так, чтобы получилось наименьшее число.

20. Расставьте в записи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ скобки так, чтобы получилось число 50.

21. Четыре белки съели 1999 орехов, каждая — не меньше чем 100 орехов. Первая белка съела больше всех орехов, вторая и третья вместе съели 1265 орехов. Сколько орехов съела первая белка?

22. Пять братьев делили наследство отца поровну. В наследстве было три одинаковых дома. Поскольку дома пилить нельзя, их взяли три старших брата, а меньшим выделили деньги: каждый из трёх братьев заплатил по 280 рублей, а меньшие братья разделили эти деньги между собой. Сколько рублей стоил дом?

23. В зоомагазине продают больших и маленьких птиц. Большая птица вдвое дороже маленькой. Леди, зашедшая в магазин, купила 5 больших птиц и 3 маленьких. Если бы она вместо этого купила 3 больших птиц и 5 маленьких, то потратила бы на 20 фунтов меньше. Сколько стоит каждая птица?

Глава 18

18.1. Принцессы и тигры

В этих задачах в каждом домике есть две комнаты (или больше) и в каждой комнате либо сидит опасный тигр, либо находится невероятно красивая принцесса, либо пусто.

Во всех задачах нужно не только понять, где кто сидит, но и доказать, почему другие варианты не подходят.

1. В первом домике на одной из дверей написана правда, на другой — ложь.

I: «В обеих комнатах по тигру».

II: «В этой комнате тигр».

2. Здесь снова на одной из двух дверей написана правда, а на другой — ложь.

I: «В этой комнате находится принцесса, а в другой комнате сидит тигр».

II: «В одной из этих комнат находится принцесса; кроме того, в одной из этих комнат сидит тигр».

3. В этом домике также на одной двери написана истина, а на другой — подлая ложь. При этом известно, что пустых комнат нет.

I: «По крайней мере в одной из этих комнат находится принцесса».

II: «Тигра в этой комнате нет».

4. Здесь либо на обеих дверях правда, либо на обеих — ложь.

I: «В обеих комнатах тигры».

II: «Тигра в этой комнате нет».

5. Здесь условие хитрее. Если в первой комнате принцесса, то на первой двери написана правда, а если там тигр, то ложь. Если во второй комнате принцесса, то, наоборот, на второй двери написана ложь, а если тигр, то правда. При этом известно, что пустых комнат нет.

I: «В обеих комнатах находятся принцессы».

II: «В обеих комнатах находятся принцессы».

6. В этом домике три комнаты. В одной комнате находится принцесса, а в двух других сидят тигры. Хотя бы два утверждения ложны.

I: «В этой комнате сидит тигр».

II: «В этой комнате находится принцесса».

III: «В комнате II сидит тигр».

7. Здесь снова три комнаты. В одной комнате находится принцесса, а в двух других сидят тигры. Табличка на двери принцессы говорит правду, а из двух других хотя бы одна ошибочна.

I: «В комнате II тигр».

II: «В этой комнате тигр».

III: «В комнате I тигр».

8. В одной из комнат находится принцесса, в другой сидит тигр, а третья комната пуста. Надпись на двери, где находится принцесса, истинна, надпись на двери, за которой сидит тигр, ложна, а то, что написано на табличке у пустой комнаты, может оказаться как истинным, так и ложным.

I: «Эта комната пуста».

II: «В комнате III сидит тигр».

III: «Комната I пуста».

9. И в этой задаче снова надписи либо обе верны, либо обе нет. При этом известно, что пустых комнат нет.

I: «Либо в этой комнате сидит тигр, либо принцесса находится в другой комнате, либо и то и другое».

II: «Принцесса в другой комнате».

10. В этой задаче принц хочет найти принцессу. Здесь целых девять комнат. В одной из них находится принцесса, в некоторых тигры, а в остальных никого нет. Утверждение на двери комнаты, где находится принцесса, истинно, таблички на дверях комнат с тиграми содержат ложные сведения, а на дверях пустых комнат может быть написано что угодно. В этой задаче достаточно определить, где принцесса.

I: «Принцесса находится в комнате с нечётным номером».

II: «Эта комната пуста».

III: «Или утверждение V истинно, или утверждение VII ложно».

IV: «Утверждение I ложно».

V: «Утверждение II или утверждение IV истинно».

VI: «Утверждение III ложно».

VII: «В комнате I принцессы нет».

VIII: «В этой комнате тигр, а комната IX пуста».

IX: «В этой комнате сидит тигр, а утверждение VI ложно».

Поняв, что задача неразрешима, принц попросил короля сказать, пуста комната VIII или нет, и, когда король ответил, принц догадался, где принцесса. Где?

18.2. Раскраска кубика

1. Сколько у кубика граней? А рёбер?

2. Посчитайте площадь поверхности куба размером:

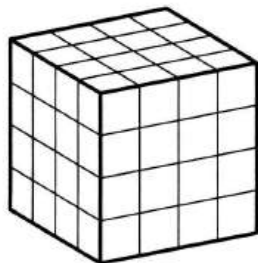
а) $1\text{ см} \times 1\text{ см} \times 1\text{ см}$; б) $2\text{ см} \times 2\text{ см} \times 2\text{ см}$;

в) $3\text{ см} \times 3\text{ см} \times 3\text{ см}$.

3. Куб $3 \times 3 \times 3$ распилили на маленькие кубики $1 \times 1 \times 1$. Сколько всего кубиков получилось?

4. Куб какого максимального размера с целой длиной ребра можно поместить внутрь полого куба $8 \times 8 \times 8$?

5. Куб $4 \times 4 \times 4$ раскрасили и распилили на 64 одинаковых кубика. На приведённом рисунке раскрасьте кубики из каждого пункта отдельным цветом:



а) с 3 покрашенными гранями;

б) с 2 покрашенными гранями; в) с 1 покрашенной гранью.

6. На окраску кубика размером $1\text{ см} \times 1\text{ см} \times 1\text{ см}$ ушло 2 грамма краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером $3\text{ см} \times 3\text{ см} \times 3\text{ см}$?

7. На окраску кубика размером $2\text{ см} \times 2\text{ см} \times 2\text{ см}$ ушло 6 граммов краски. Сколько краски понадобится на окраску кубика размером $4\text{ см} \times 4\text{ см} \times 4\text{ см}$?

8. Покрашенный куб размером $3\text{ см} \times 3\text{ см} \times 3\text{ см}$ распилили на 27 одинаковых кубиков. Сколько получилось кубиков, у которых:

а) покрашено ровно 3 грани; б) покрашено ровно 2 грани;

в) покрашена 1 грань; г) не покрашена ни одна грань?

9. Деревянный кубик с ребром 4 см, окрашенный красной краской, распилили на кубики с ребром 1 см. Кубики с ровно двумя красными гранями выложили в ряд. Какой длины получился ряд?

10. Кубик размером $5\text{ см} \times 5\text{ см} \times 5\text{ см}$ покрасили снаружи, а потом распилили на кубики с ребром 1 см.

а) Какой длины будет ряд, если все эти маленькие кубики выложить один за другим?

б) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашена ровно 1 грань?

в) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашены ровно 2 грани?

г) Сколько будет кубиков, у которых не покрашена ни одна грань?

11. Куб с ребром 10 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики с ребром 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых покрашены ровно 2 грани?

12. Куб со стороной 16 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики со стороной 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых покрашены ровно 2 грани?

13. Куб высотой 6 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики высотой 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых покрашена ровно одна грань?

14. Куб высотой 10 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики высотой 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых нет покрашенных граней?

15. Чтобы покрасить куб, использовали 10 граммов краски. Сколько краски понадобится, чтобы покрасить куб, ребро которого в 3 раза больше?

16. Чтобы покрасить все грани (поверхность) деревянного кубика высотой 1 см, требуется 1 грамм краски. Сколько краски понадобится, чтобы покрасить со всех сторон деревянный куб высотой 2 см?

17. На окраску кубика размерами 3 см × 3 см × 3 см потребуется 108 граммов краски. Сколько граммов той же краски потребуется для окраски кубика размерами 4 см × 4 см × 4 см?

18.3. Задачи на закрепление и повторение

В каждой задаче про тигров и принцесс нужно определить, кто сидит в каждой комнате.

1. В этой задаче либо на обеих дверях написана святая истина, либо на обеих — подлая ложь. При этом известно, что пустых комнат нет.

I: «По крайней мере в одной из этих комнат находится принцесса».

II: «Тигр сидит в другой комнате».

2. Если в первой комнате принцесса, то на двери написана правда, а если тигр — ложь. Для второй комнаты всё наоборот: если в ней принцесса, то на двери написана ложь, а если тигр — правда. При этом известно, что пустых комнат нет.

В этой задаче таблички написаны, но ещё не повешены на двери, и неизвестно, какая куда будет повешена.

«В этой комнате сидит тигр».

«В обеих комнатах сидят тигры».

3. Если в первой комнате принцесса, то на двери написана правда, а если тигр — ложь. Для второй комнаты всё наоборот: если в ней принцесса, то на двери написана ложь, а если тигр — правда. При этом известно, что пустых комнат нет.

I: «По крайней мере в одной из комнат находится принцесса».

II: «Принцесса в другой комнате».

4. Кубик размером $4\text{ см} \times 4\text{ см} \times 4\text{ см}$ покрасили снаружи, а потом распилили на кубики с ребром 1 см.

а) Какой длины будет ряд, если все эти маленькие кубики выложить один за другим?

б) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашена ровно 1 грань?

в) Какой длины будет ряд, если выложить только кубики, у которых покрашены ровно 2 грани?

г) Сколько будет кубиков, у которых не покрашена ни одна грань?

5. Куб высотой 6 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики высотой 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых ровно две покрашенные грани?

6. Куб высотой 7 см покрасили целиком, а потом распилили на кубики высотой 1 см. Сколько получилось кубиков, у которых нет покрашенных граней?

7. Ланселот решил подарить каждой встреченной даме цветов в знак восхищения. От торговца цветами он узнал, что лилии стоят 12 золотых монет за штуку, а хризантемы — 8 золотых монет за штуку. Ланселот подсчитал, что для покупки лилий всем дамам у него не хватает 16 золотых монет, а если он купит каждой даме по хризантеме, то у него останется ещё 8 золотых монет. Сколько дам встретил Ланселот и сколько денег было у него изначально?

8. Учитель словесности поставил 32 отметки, причём четвёрок было в 5 раз больше, чем троек, а пятёрок — вдвое больше, чем четвёрок. Сколько пятёрок поставил учитель словесности, если известно, что двоек он не ставил?

9. Маша вышла из дома в 7 часов 55 минут и пришла в школу в 8 часов 32 минуты. Её подруга Даша пришла в школу только в 8 часов 45 минут, хотя она живёт ближе к школе и ей требуется на дорогу на 12 минут меньше, чем Маше. Когда Даша вышла из дома?

10. На доске в строчку написаны двадцать пятёрок. Поставив между некоторыми из них знак «+», Вася обнаружил, что сумма равна 1000. Сколько плюсов поставил Вася?

11. На заседании присутствуют 29 академиков, 12 из них имеют бороду, а 18 — усы. У трёх академиков нет ни бороды, ни усов. Сколько академиков имеют и бороду, и усы?

12. В коридоре детского сада стояли двухколёсные и трёхколёсные велосипеды. Катя подсчитала, что колёс всего 18, а рулей — 7. Сколько было двухколёсных велосипедов?

13. Рокки поставил перед собой цель постепенно увеличивать дистанцию своих ежедневных пробежек, добавляя по 1 километру или по 3 километра к дистанции предыдущего дня. Он начал с 5 километров в первый день и продолжал тренироваться без перерывов в течение двух недель. По итогам этого периода, согласно данным с его умных часов, Рокки преодолел общее расстояние в 181 километр. Смог ли Рокки придерживаться своего плана?

14. В классе 17 пловцов, 6 борцов и 13 футболистов. Каждый спортсмен занимается ровно двумя из этих видов спорта. Сколько всего в классе спортсменов?

15. Дедка вдвое сильнее бабушки, бабушка втрое сильнее внучки, внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее кошки, кошка вшестеро сильнее мышки. Без мышки все остальные репку вытащить не могут, а с ней — могут. Сколько нужно мышек, чтобы они сами вытащили репку?

16. В числе 81 674 245 зачеркните три цифры так, чтобы оставшиеся пять цифр в той же последовательности образовывали как можно меньшее число.

17. Купили 3 пакета кефира по 250 г в каждом и несколько пакетов кефира по 500 г. Сколько приобрели пакетов кефира по 500 г, если всего купили 2 кг 250 г кефира?

18. Два слона весят на 3 тонны больше трёх бегемотов. Три бегемота весят на 15 центнеров больше одного слона. Сколько весит один слон?

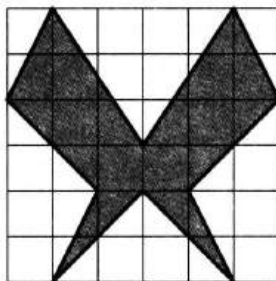
19. Найдите разность двух чисел, если она в 4 раза меньше вычитаемого и на 720 меньше уменьшаемого.

20. Тому Соьеру было поручено покрасить забор. Четвёртую часть работы он выполнил сам, затем передал кисть Бену, который работал 15 минут, причём водил кисточкой в два раза быстрее, чем Том. После Бена за дело взялся Билл, который работал втрое быстрее, чем Бен, и закончил всю работу за 5 минут. Сколько времени потратили мальчики на покраску всего забора?

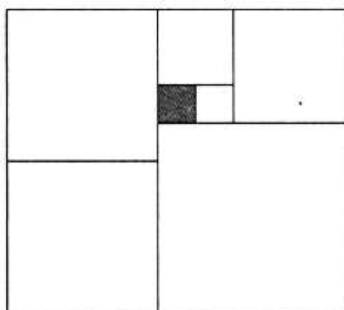
21. В футболе команда получает за победу три очка, за ничью — одно очко, за поражение — ноль очков. В турнире команда сыграла 26 матчей и набрала 62 очка.

- а) Какое максимальное число матчей могла выиграть команда?
 б) Сколько матчей команда могла при этом проиграть?

22. Найдите площадь бабочки, если известно, что площадь одной клетки равна 1 см^2 .



23. Прямоугольник разбит на квадраты. Сторона закрашенного квадрата равна 1 см. Найдите сторону квадрата, расположенного в верхнем левом углу.



Глава 19

19.1. Рыцари и лжецы

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Уровень 1

1. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденной муке. На суде Мартовский Заяц заявил, что муку украл Болванщик. В свою очередь Болванщик и Соня дали показания, которые по каким-то причинам не были записаны. В ходе судебного заседания выяснилось, что муку украл лишь один из трёх подсудимых и что только он дал правдивые показания. Кто украл муку?

2. Человек говорит: «Я лжец». Может ли он быть жителем острова рыцарей и лжецов?

3. Каждый из собравшихся на площади жителей острова заявил остальным: «Вы все лжецы». Сколько среди них рыцарей?

4. На улице встретились два жителя острова. Один из них сказал: «По крайней мере один из нас — рыцарь». Второй ему ответил: «Ты лжец». Кто из них кто?

5. Каждый из: а) 7; б) 9 сидящих за круглым столом жителей острова сказал: «Мои соседи — лжец и рыцарь». Сколько рыцарей сидит за столом?

6. Разбирается дело Брауна, Джонса и Смита. Один из них совершил преступление. В ходе следствия каждый из них сделал по два заявления.

Браун: «Я не делал этого. Джонс не делал этого».

Смит: «Я не делал этого. Это сделал Браун».

Джонс: «Браун не делал этого. Это сделал Смит».

Потом оказалось, что один из них дважды сказал правду, другой дважды солгал, а у третьего одно утверждение истинно, а другое ложно. Кто совершил преступление?

7. По кругу стоят 8 аборигенов. Каждый из них говорит: «Мой сосед справа — лжец». Сколько среди них лжецов?

8. На острове рыцарей и лжецов живут два брата-близнеца — Глеб и Филипп. Один из них — лжец, а другой — рыцарь. Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. В день рождения братьев Глеб сказал гостям: «Теперь мне больше десяти лет!» Филипп в тот же день заявил, что ему больше девяти лет. Сколько лет близнецам?

9. Придумайте утверждение, которое:

- а) может сказать только рыцарь;
- б) может сказать только лжец;
- в) может сказать и рыцарь, и лжец;
- г) не может сказать ни рыцарь, ни лжец.

10. Один человек является рыцарем, но, когда ему дважды задали один и тот же вопрос, он дал на него разные ответы. Укажите хотя бы один такой вопрос.

11. Богини Гера, Афродита и Афина пришли к юному Парису, чтобы тот установил, кто из них прекраснее всех. Они высказали следующие утверждения.

Афродита: «Я самая прекрасная».

Гера: «Я самая прекрасная».

Афина: «Афродита не самая прекрасная».

Афродита: «Гера не самая прекрасная».

Афина: «Я самая прекрасная».

Парис предположил, что все утверждения прекраснейшей из богинь истинны, а все утверждения двух остальных ложны. Считая это предположение истинным, определите, кто прекраснейшая из богинь.

12. На дне рождения у Фергуса, Фаркла и Фелиции Шрек заметил, что кто-то из гостей съел спрятанный в комод торт. Осёл сразу же начал оправдываться: «Это сделал не я. Кот в сапогах не ел торт». Кот в сапогах: «Это сделал я. Это не Пиноккио». Пиноккио: «Кот в сапогах всё врёт. Это не Кот в сапогах». Шрек знает, что каждый по разу солгал. Кто съел торт?

Уровень 2

1. Четыре спортсмена участвовали в забеге. Оказалось, что Иванов прибежал раньше Петрова, а Васильев — позже Борисова. Укажите заведомо ложные утверждения:

- а) забег выиграл Васильев;
- б) Иванов прибежал раньше Борисова;
- в) последним прибежал не Иванов и не Васильев;

г) если Петров прибежал раньше Васильева, то Петров был последним.

2. Вы встретили 8 островитян, стоящих по кругу. Каждый из них произнёс фразу: «Следующие 3 человека, стоящие после меня по часовой стрелке, лжецы». Сколько среди этих островитян лжецов?

3. Полицейский обернулся на звук бьющегося стекла и увидел четырёх подростков, убегающих от окна, разбитого футбольным мячом. Через несколько минут они были в отделении полиции. При расспросах они сказали следующее.

Андрей: «Это не я. Это Григорий предложил играть в футбол. Виктор не виноват».

Виктор: «Это не я. Это не Андрей. Если бы я знал, чем это кончится, не стал бы играть в футбол».

Борис: «Это не я. Это сделал Виктор. Я играю в футбол лучше Григория».

Григорий: «Это не я. Это сделал Виктор. Когда я пришёл, игра была в полном разгаре».

Из дальнейшего разговора выяснилось, что каждый два раза сказал правду, а один раз солгал. Кто разбил окно?

4. На острове рыцарей и лжецов есть два города. В одном из них живут только рыцари, в другом — только лжецы. Все они ходят друг к другу в гости, т. е. в любом из этих двух городов можно встретить как рыцаря, так и лжеца. Предположим, что вы оказались в одном из этих городов. Как, задав один-единственный вопрос первому встречному, определить, в какой город вы попали — в город рыцарей или в город лжецов?

5. Известно, что единорог лжёт по понедельникам, вторникам и средам и говорит правду во все остальные дни недели. В какой день он может сказать: «Вчера я лгал. После завтрашнего дня я буду лгать два дня подряд»?

6. Дело происходит на острове ыцарей и лжецов. Жителя А спросили: «Кто вы, рыцарь или лжец?» После его ответа у жителя В спросили: «Что ответил А?» В ответил: «А сказал, что он рыцарь». Присутствующий при этом С сказал: «В лжёт». Кто из них рыцарь, а кто лжец?

7. Жителям острова рыцарей и лжецов А, В, С задали несколько вопросов. У жителя А спросили: «Сколько среди вас рыцарей?» После этого спросили у жителя В: «Что сказал А?» — «А сказал, что среди нас один рыцарь», — ответил В. «В солгал», — сказал С. Кто такие С и В?

8. В финал чемпионата Европы выходили две команды. До соревнований пять болельщиков высказали прогнозы, что в финал выйдут команды:

- 1) Франции и Голландии;
- 2) Бельгии и Италии;
- 3) Бельгии и Франции;
- 4) Англии и Голландии;
- 5) Голландии и Италии.

Один прогноз оказался полностью неверным, а в остальных была правильно названа только одна из команд-финалисток. Определите, какие команды вышли в финал.

9. Племя людоедов поймало Робинзона Крузо. Вождь сказал: «Мы бы рады тебя отпустить, но по нашему закону ты должен произнести какое-нибудь утверждение. Если оно окажется истинным, мы тебя съедем. Если оно окажется ложным, тебя съест наш лев». Что нужно сказать Робинзону, чтобы не быть съеденным?

10. Пятеро школьников из пяти различных городов приехали в Смоленск для участия в олимпиаде по математике. «Откуда вы, ребята?» — спросили их. Вот что они ответили.

Андреев: «Я приехал из Ярославля, а Григорьев живёт в Гагарине».

Борисов: «В Гагарине живёт Васильев, а я прибыл из Вязьмы».

Васильев: «Из Ярославля приехал я, а Борисов — из Ельни».

Григорьев: Я приехал из Гагарина, а Данилов из Ярцева».

Данилов: «Да, я живу в Ярцеве, а Андреев приехал из Вязьмы».

В каждом из высказываний одно утверждение правильное, а другое ложное. Откуда приехал каждый из школьников?

11. У Марка и Димы всего 14 яблок и 17 груш». Ребята сказали следующее.

Дима: «У меня фруктов меньше, чем у Марка».

Марк: «У меня яблок больше, чем у Димы».

Дима: «У меня груш больше, чем яблок».

Марк: «У меня больше 9 груш».

Один из них оба раза соврал, другой оба раза сказал правду. Сколько яблок и груш у Димы?

12. Вовочка по чётным числам говорит только правду, а по нечётным лжёт. Однажды в феврале его три дня подряд спрашивали, сколько ему лет. Ответы были такие: в первый день — 9, во второй — 8, в третий — 7. Сколько лет Вовочке. Ответ обоснуйте.

Уровень 3

1. Некоторые жители острова заявили, что на острове чётное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечётное число лжецов. Может ли число жителей острова быть нечётным?

2. Трёх людей — *A*, *B* и *C* — усадили в ряд так, что *A* видит *B* и *C*, *B* видит только *C*, а *C* никого не видит. Затем им показали 5 колпаков — 3 красных и 2 белых, завязали глаза и надели каждому на голову красный колпак. После этого им развязали глаза и каждого спросили, может ли он определить цвет своего колпака. После того как *A*, а затем и *B* ответили отрицательно, *C* понял, какого цвета на нём колпак. Как он рассуждал?

3. Представьте себе, что на языке острова рыцарей и лжецов слова «да» и «нет» звучат как «тип» и «топ», но неизвестно, какое именно слово что означает. Как, задав аборигену один вопрос, выяснить у него, лжец он или рыцарь?

4. Есть три человека *A*, *B* и *C*, про которых известно, что один из них — рыцарь, другой — лжец, а третий — приезжий, нормальный человек, который может и говорить правду, и лгать.

A говорит: «Я нормальный человек».

B говорит: «*A* и *C* иногда говорят правду».

C говорит: «*B* — нормальный человек».

Кто из них лжец, кто рыцарь, а кто нормальный человек?

5. В городе Глупове живут только полицейские, воры и обыватели. Полицейские всегда врут обывателям, воры — полицейским, а обыватели — ворами. Во всех остальных случаях жители Глупова говорят правду. Однажды несколько глуповцев водили хоровод и каждый сказал своему соседу справа: «Я полицейский». Сколько обывателей было в этом хороводе?

6. Двенадцать кандидатов в мэры рассказывали о себе. Через некоторое время один сказал: «До меня соврали один раз». Другой сказал: «А теперь — дважды». «А теперь — трижды», — сказал третий, и т.д. до 12-го, который сказал: «А теперь соврали 12 раз». Тут ведущий прервал дискуссию. Оказалось, что по крайней мере один кандидат правильно посчитал, сколько раз соврали до него. Так сколько же раз всего соврали кандидаты?

7. На острове рыцарей и лжецов есть психиатрическая больница, из которой недавно сбежала группа сумасшедших. От нормаль-

ных аборигенов они отличаются тем, что сумасшедшие рыцари всегда говорят ложь, а сумасшедшие лжецы — правду.

а) Как, задав один вопрос, определить, нормален ли наш собеседник?

б) Как, задав один вопрос, определить, с рыцарем или лжецом мы беседуем?

8. Илья Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотые и 3 серебряные. Золотая монета ценнее серебряной. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю» и по ответу на который вы сможете понять, какие монеты ему достались.

9. Однажды в одной комнате находилось несколько жителей острова, на котором живут только рыцари и лжецы. Трое из них сказали следующее.

— Нас тут не больше трёх человек. Все мы лжецы.

— Нас тут не больше четырёх человек. Не все мы лжецы.

— Нас тут пятеро. Трое из нас — лжецы.

Сколько в комнате человек и сколько среди них лжецов?

10. На острове рыцарей и лжецов однажды собрались четыре местных жителя, и между ними произошёл такой разговор.

— По меньшей мере один из нас — лжец.

— По меньшей мере двое из нас — лжецы.

— По меньшей мере трое из нас — лжецы.

— Среди нас нет лжецов.

Кем является каждый из четверых — рыцарем или лжецом?

19.2. Задачи на закрепление и повторение

1. В кафе две чашки чая, один эклер и четыре корзиночки стоят 480 рублей, а четыре чашки чая, пять эклеров и две корзиночки — 660 рублей. Сколько рублей заплатила девочка за покупку одной чашки чая, одного эклера и одной корзиночки?

2. Фермеру 5 уток, 4 поросёнка и 1 индюк обошлись в 380 барбадосских долларов, а 2 утки, 3 поросёнка и 6 индюков — в 460 барбадосских долларов. Сколько стоят 1 поросёнок, 1 утка и 1 индюк?

3. На острове рыцарей и лжецов живут два брата-близнеца — Рон и Тук. Один из них — лжец, а другой — рыцарь. Лжецы всегда

лгут, а рыцари всегда говорят правду. В день рождения братьев Рон сказал гостям: «Теперь мне больше двенадцати лет!» Тук в тот же день заявил, что ему больше одиннадцати лет. Сколько лет близнецам?

4. Со стола на кухне пропала конфета. Мама спросила у троих своих детей: «Кто взял конфету?» Аня сказала, что конфету взял Борис. Борис и Вика тоже что-то ответили, но мама не запомнила их ответы. Всё же мама выяснила, что конфету взял один из детей и что только он сказал правду. Кто взял конфету?

5. Четыре толстяка соревновались, кто больше съест пирожных. Оказалось, что Дмитрий съел больше, чем Алексей, а Сергей — меньше, чем Борис. Укажите заведомо истинные утверждения:

- а) Алексей съел меньше всех;
- б) Дмитрий съел больше, чем Борис;
- в) меньше всех съел не Дмитрий и не Сергей;
- г) если Алексей съел больше Бориса, то Сергей съел меньше всех.

6. «У Вовы больше тысячи книг!» — заявила Маша.

«Нет, книг у него меньше тысячи», — возразила Даша.

«Я думаю, что у Вовы ровно тысяча книг», — предположила Глаша.

«Ну хоть одна-то книга у него наверняка есть», — сказала Наташа.

Сколько книг у Вовы, если среди этих четырёх высказываний только одно истинное?

7. Вас поймали аборигены и хотят вас съесть. Они дают вам возможность выбрать свою судьбу: вы должны сказать одно утверждение, и если оно будет истинным, то они вас пожарят с луком, а если ложным — потушат в сметане. Что надо сказать, чтобы остаться в живых?

8. Известно, что лев лжёт по понедельникам, вторникам и средам и в остальные дни говорит правду, а единорог лжёт по четвергам, пятницам и субботам и говорит правду в остальные дни. Однажды лев сказал: «Вчера был один из дней, когда я лгу», на что единорог заметил: «Вчера был один из дней, когда я тоже лгу». В какой день это могло быть?

9. В школе меньше 100 учеников. При этом $\frac{1}{7}$ всех учеников играет на скрипке, $\frac{1}{3}$ всех учеников катается на горных лыжах, 70 человек катаются на велосипедах. Сколько детей учится в этой школе?

10. Четверо детей сказали друг о друге так.

Маша: «Задачу решили трое: Саша, Наташа и Гриша».

Саша: «Задачу не решили трое: Маша, Наташа и Гриша».

Наташа: «Маша и Саша солгали».

Гриша: «Маша, Саша и Наташа сказали правду».

Сколько детей на самом деле сказали правду?

11. Расставьте скобки в примере

$$7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2 = 23$$

так, чтобы равенство стало верным.

12. Вставьте вместо звёздочек цифры так, чтобы сумма любых трёх соседних цифр была равна 20: 7, *, *, *, *, *, *, 9.

13. В лесу из-под земли бьют десять источников мёртвой воды: от № 1 до № 10. Из первых девяти источников мёртвую воду может взять каждый, но источник № 10 находится в пещере Кощея, в которую никто, кроме самого Кощея, попасть не может. На вкус и цвет мёртвая вода ничем не отличается от обыкновенной, однако, если человек выпьет из какого-нибудь источника, он умрёт. Спасти его может только одно: если он запьёт ядом из источника, номер которого больше. А если он сразу выпьет десятый яд, то ему уже ничто не поможет. Иванушка вызвал Кощея на дуэль. Условия дуэли были такие: каждый приносит с собой кружку с жидкостью и даёт её выпить своему противнику. Кошей обрадовался: «Ура! Я дам яд № 10, и Иванушка не сможет спастись! А сам выпью яд, который принесёт мне Иванушка, запью его своим десятым и спасусь!» В назначенный день противники встретились. Оба честно обменялись кружками и выпили то, что в них было. Однако оказалось, что Кошей умер, а Иванушка остался жив. Как удалось Иванушке победить Кощея?

14. Библиотекарь протёр пыль с 360 книг, что составляет $\frac{3}{4}$ всех книг библиотеки. Сколько в библиотеке исторических романов, если они составляют $\frac{2}{5}$ от всего числа книг?

15. Из двух городов, расстояние между которыми равно 870 км, одновременно навстречу друг другу выехали два микроавтобуса. Скорость первого равна 59 км/ч, что на 16 км/ч меньше скорости второго. Какое расстояние будет между ними через 6 часов?

16. Пешеход прошёл 19 километров за 6 часов. За какое время проедет тот же путь велосипедист, скорость которого в 3 раза больше скорости пешехода?

17. Даны следующие утверждения:

- 1) Джо — ловкач;
- 2) Джо не везёт;
- 3) Джо везёт, но он не ловкач;

- 4) если Джо — ловкач, то ему не везёт;
- 5) Джо — ловкач тогда и только тогда, когда ему везёт;
- 6) либо Джо — ловкач, либо ему везёт, но не то и другое одновременно.

Каково наибольшее число утверждений из данных шести, которые могут быть одновременно истинными?

18. У Незнайки в двух карманах лежало 27 конфет. Он переложил из правого кармана в левый столько конфет, сколько было в левом, и в правом кармане у него стало на 3 конфеты больше, чем в левом. Сколько конфет было в каждом кармане первоначально?

19. Пять котов съели пять сосисок за пять минут. Сколько сосисок съедят десять котов за десять минут?

20. В семье есть Иван Сидорович, Сидор Иванович, Сидор Петрович, Пётр Сидорович, Пётр Петрович. Один из них сейчас смотрит телевизор, его отец дремлет, брат читает газету, а дети ушли гулять. Как зовут того, кто смотрит телевизор?

21. Какое слово зашифровано: 222122111121? Каждая буква заменена своим номером в русском алфавите.

22. Математик с пятью детьми зашёл в пиццерию.

Эйлер: «Мне с оливками и чтобы без пепперони».

Гаусс: «А мне с ананасами».

Ньютон: «Я буду без оливок».

Лейбниц: «А я с оливками. Но без ананасов!»

Ферма: «И я без ананасов. Зато с пепперони!»

Папа: «Да, с такими привередами одной пиццей явно не обойдётся...»

Сможет ли математик заказать две пиццы и угостить каждого ребёнка такой, какую тот просил, или всё же придётся заказывать три пиццы?

23. Волк начал погоню за зайцем, когда расстояние между ними было 390 метров. Скорость волка равна 8 метров в секунду, а зайца — 5 метров в секунду. По ходу погони уставший волк отдыхал 6 секунд, а заяц продолжал убежать без остановки. И всё-таки волк настиг зайца. Сколько времени длилась погоня?

Глава 20

20.1. Комбинаторика

Уровень 1

1. Город Ростов-на-Дону находится между Москвой и Ставрополем. Из Москвы в Ростов-на-Дону идут 3 дороги, а из Ростова-на-Дону в Ставрополь — 5 дорог. Сколькими способами можно добраться из Москвы в Ставрополь, посетив при этом Ростов-на-Дону? Сделайте небольшой рисунок.

2. Из посёлка Урамбаш в деревню Першино Оренбургской области ведёт 5 дорог, а из деревни Першино на хутор Новенький — 6 дорог. Сколькими способами можно добраться из посёлка Урамбаш до хутора Новенький?

3. Из Москвы отправилась экспедиция на Северный полюс. Первый этап пути можно преодолеть на поезде или на самолёте, второй этап — на ледоколе, вертолёте или дирижабле и третий этап — на собачьих упряжках или на лыжах. Сколько вариантов путешествия есть у полярников?

4. Мы бросили рублёвую монетку 3 раза. Какое количество различных последовательностей орлов и решек мы можем получить?

5. Каждую клетку квадрата 2×2 можно покрасить либо в чёрный, либо в белый цвет. Сколько различных раскрасок существует?

6. Для успешной пробежки необходимы кроссовки, спортивная форма и фитнес-трекер. В магазине продаются 5 пар различных кроссовок, 3 вида спортивной формы и 4 модели фитнес-трекеров. Сколькими способами мы можем собрать комплект вещей для успешной пробежки? А если денег хватает только на два предмета, сколькими способами мы можем выбрать пару?

7. Для идеального пикника необходимы корзина для пикника, одеяло для пикника и портативная колонка. В магазине продаются 4 различные корзины для пикника, 2 вида одеял и 3 модели портативных колонок. Сколькими способами мы можем собрать комплект вещей для идеального пикника? А если денег хватает только на два предмета, сколькими способами мы можем выбрать пару?

8. Сколько всего существует четырёхзначных чисел? А пятизначных?

9. Футбольной команде из 11 человек нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

10. Футбольной команде из 11 человек необходимо выбрать двух нападающих. Сколькими способами это можно сделать? Отличается ли ответ от предыдущей задачи и почему?

11. Встречаясь утром по дороге в школу, Аня, Оля, Дима и Алик подают друг другу руки. Сколько получается рукопожатий?

12. В магазине «Чайная пара» есть 3 вида чашек и 4 различных блюдца. Сколькими способами мы можем собрать чайную пару?

13. Теперь в магазин «Чайная пара» привезли ещё 6 различных чайных ложек. Сколько можно составить комплектов, если мы добавим к ним ещё и ложку?

14. Известно, что в «Чайной паре» одна из чашек, одно из блюдца и одна из ложек золотые. Сколькими способами можно купить набор из трёх различных предметов, в котором:

- а) нет золотых предметов; б) 2 золотых предмета;
- в) 3 золотых предмета?

15. Сколькими способами можно разменять 50 рублей монетами в 1 и 2 рубля?

16. В четвёртом классе у Светланы Петровны 27 учеников. Ей нужно послать на уборку школьного двора 26 человек. Сколькими способами она может составить такую группу?

Уровень 2

1. Назовём число забавным, если все его цифры делятся на 4. Сколько забавных чисел среди четырёхзначных? А среди шестизначных?

2. Назовем число полосатым, если в нем чередуются чётные и нечётные цифры. Сколько существует шестизначных полосатых чисел?

3. Назовём число суперчётным, если оно состоит только из чётных цифр. Сколько всего существует суперчётных трёхзначных чисел? А четырёхзначных?

4. а) Сколько четырёхзначных чисел можно составить, используя цифры 5, 6, 7?

б) Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 0, 1, 2, 3?

в) Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз?

г) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз?

5. Сигнальное устройство состоит из пяти одноцветных лампочек, расположенных в ряд. Сколько различных сигналов можно подать с его помощью? А сколько, как минимум надо взять лампочек, чтобы можно было подать 200 различных сигналов? А 1000 сигналов?

6. Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в слове «ЁЖИК»? А в слове «АССА»?

7. Сколькими способами футбольная команда может выбрать капитана, заместителя капитана и заместителя заместителя капитана, если известно, что в команде 11 человек? Сколькими способами эта команда может выбрать трёх защитников? Сколькими способами эта команда может выбрать одного директора и двух его помощников?

8. Сколько существует способов выставить на шахматную доску две ладьи разного цвета так, чтобы они не били друг друга?

9. Во рту у марсианина всего 10 зубов. Марсиане отличаются набором зубов (т. е. если взять любых двух марсиан, то найдётся гнездо, в котором у одного есть зуб, а у другого нет). Каково наибольшее возможное число марсиан?

10. Имеется 10 различных книг. Сколькими способами можно выбрать из них одну или несколько книг для подарка?

11. В столовой подают 7 разных блюд. Каждый день Андрей Георгиевич берёт некоторый набор блюд (можно совсем ничего не брать), причём этот набор блюд должен быть отличен от всех наборов, которые он брал в предыдущие дни. Сколько дней Андрей Георгиевич сможет питаться по таким правилам?

12. Сколько существует пятизначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую чётность?

13. Два начинающих коллекционера затеяли небольшой обмен. У каждого из них есть 20 марок и 10 значков. Честным называется обмен одной марки на одну марку, одного значка на один значок и одной марки на один значок. Сколькими способами они могут произвести этот обмен?

14. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если для пересылки можно использовать трёх курьеров и каждое письмо можно дать любому из курьеров?

15. Поэт-постмодернист написал стихотворение, в котором первая строка — «Хочу пойти гулять куда-нибудь», а остальные строки все разные и получены из первой перестановкой слов. Какое наибольшее количество строк может быть в этом стихотворении?

16. Азбука Морзе кодирует буквы и цифры последовательностями сигналов двух типов (точка и тире), при этом самые длинные последовательности состоят из пяти сигналов. Можно ли обойтись более короткими последовательностями? Почему?

17. Дядька Черномор выбирает трёх из тридцати трёх богатырей для ночного дежурства. Дежурство организовано следующим образом: первый богатырь заступает на дежурство в полночь, второй — в 2 часа ночи, а третий — в 4 часа.

а) Сколькими способами дядька Черномор может организовать дежурство?

б) В связи с осложнением внешнеполитической ситуации график дежурства изменился: теперь все три богатыря вместе охраняют остров Буян всю ночь. Сколькими способами дядька Черномор может организовать дежурство теперь?

18. Сколько разных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы слова:

- а) КРОТ; б) ПУШКИН; в) КРУЖОК;
г) МАМА; д) МАТЕМАТИКА?

19. Алфавит племени «Мумба-Тутумба» состоит из трёх букв А, Б и В. При этом в слове этого племени буквы могут повторяться. Как много четырёхбуквенных слов есть в алфавите племени «Мумба-Тутумба»? Сколько различных слов длиной меньше пяти букв есть в словарном запасе этого племени?

20. Сёстры Люда и Милана готовят суп том ям. Перед ними на столе ингредиенты: корень галангала, лемонграсс, листья кафф-лайма, мини-кукуруза, шампиньоны и тигровые креветки. Сёстры хотят положить в суп три ингредиента. Сколькими способами они смогут это сделать?

20.2. Задачи на закрепление и повторение

1. В велосипедной гонке участвуют Ингрид, Альфред и Хагрид. Назовите все возможные варианты распределения занятых мест.

2. Главный холл расположен между гостиной Гриффиндора и тайной комнатой. Из гостиной Гриффиндора в главный холл можно добраться 5 способами, а из главного холла в тайную комнату — 3 способами. Сколько всего существует способов добраться из гостиной Гриффиндора в тайную комнату?

3. Команда по спасению Эквестрии должна добраться до Кантерлота к третьему июля. Первого июля они могут отправиться из По-

нивилля в Клаудсдейл на поезде, дирижабле или воздушном шаре. Из Клаудсдейла в Кантерлот второго июля летит драконий экспресс и плывёт паром, которые прибывают в столицу как раз 3 июля. Сколькими способами команда по спасению Эквестрии может добраться до Кантерлота из Понивилля?

4. В древнем драконьем языке всего 4 буквы (зато какие!). При этом словом является любая последовательность этих букв, в которой все буквы различны. Каким количеством слов может изъясняться в меру образованный дракон?

5. Для участия в ежегодном футбольном матче с жителями Гравити Фолз маленьким, но очень настырным гномам нужно выбрать капитана и заместителя своей футбольной команды из 13 игроков. Сколькими способами можно распределить эти почётные звания?

6. После того как гномы выбрали капитана и его заместителя, им осталось назначить двух нападающих. Оказалось, что количество вариантов в этом случае значительно меньше, чем в предыдущей задаче. Почему это так и сколько способов есть у гномов для выбора двух нападающих?

7. Для успешного выступления на соревнованиях по квиддичу среднестатистическому игроку необходимы три предмета: хорошая метла, не менее хороший спортивный костюм и шоколадка. Сегодня в магазине есть 3 типа мётел, 2 вида костюмов и 10 различных шоколадок. Сколькими способами можно собрать полный комплект амуниции для нашего игрока?

8. Археолог Бараш закрыл свой рюкзак с дневником экспедиции на замок с секретным кодом, составленным из двух цифр, и обратил внимание на то, что сумма этих цифр равна 10. Утром он забыл этот код, но, к счастью, запомнил сумму цифр кода. Он решил выписать все возможные варианты на листочке. Сколько пройдёт времени, прежде чем Бараш гарантированно сможет достать свой дневник, если на проверку одного кода ему нужна 1 минута?

9. Если сложить все натуральные числа от 1 до 2021, то чётной или нечётной будет сумма?

10. Не выполняя никаких арифметических действий, назовите чётность чисел:

а) $14\,600 + 927 \cdot 7567 \cdot 34 + 2021 + 2022$;

б) $3244 + 4324 + 927 \cdot 7567 \cdot 364\,665 + 2022 \cdot 232$;

в) $7657 + 3453 + 353 \cdot 4534 + 4535 \cdot 28 - 43 - 232 - 53 \cdot 87$.

11. Сумма двух натуральных чисел равна 700. Первое из них оканчивается цифрой 7. Если её зачеркнуть, то получим второе число. Найдите эти числа.

12. Периметр треугольника равен 30 см. Найдите его стороны, если одна из них на 1 см меньше другой и на 7 см больше третьей.

13. Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один велосипедист проезжает 12 км в час, а другой — 15 км в час. Какое будет между ними расстояние за час до встречи?

14. После того как пешеход прошёл половину пути и 1 км, ему осталось пройти треть пути и 1 км. Чему равен весь путь?

15. У Винни-Пуха в погребе стоят бочонки с липовым и гречишным мёдом. В них 95 кг мёда, причём гречишного на 15 кг меньше, чем липового. Каждый бочонок вмещает 5 кг мёда. Сколько бочонков с липовым мёдом в погребе? А сколько с гречишным?

16. Между пальмой и рекой 1210 метров. Напившись воды, жираф решил укрыться в тени и не спеша отправился от реки к пальме со скоростью 120 м/мин. Одновременно навстречу жирафу от пальмы вышло стадо слонов со скоростью, равной $\frac{5}{6}$ скорости жирафа. На спине у жирафа сидела птица-носорог, которая через 3 минуты 15 секунд после начала движения жирафа вспорхнула и полетела в том же направлении.

а) Через какое время жираф встретился со стадом слонов?

б) На каком расстоянии от реки это произошло?

в) Какая скорость была у птицы-носорога, если известно, что со стадом слонов она встретилась через 1 минуту 30 секунд после того, как вспорхнула со спины жирафа?

17. Решите уравнение

$$3 \cdot (82 + (y - 5) : 20) - 27 = 327.$$

18. Две одинаковые прямоугольные ленточки длиной 90 см и шириной 10 см положили друг на друга под прямым углом. Найдите:

а) периметр получившейся фигуры;

б) площадь получившейся фигуры.

19. Жили-были во дворце четыре весёлые принцессы — Олеся, Юля, Вера, Светлана. Они очень любили посмеяться. Придворные знали, сколько смеялась каждая принцесса каждый день. Принцессы смеялись 2, 5, 7, 10 минут. Олеся не могла смеяться дольше 2 минут, Светлана смеялась 10 минут, Юля смеялась меньше Веры. Сколько времени смеялась каждая принцесса?

20. Однажды на конкурсе за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Санкт-Петербурга, Новгорода, Перми и Томска: Юра, Толя, Алёша, Коля и Витя. Известно, что:

1) петербуржец сидел между Юрой и Толей, а напротив него сидели пермяк и Алёша;

2) Коля никогда не был в Санкт-Петербурге;

3) Юра не был в Москве и Томске;

4) томич с Толей регулярно переписываются.

В каком городе живёт каждый из ребят?

21. Известно что некий вид бактерий размножается со скоростью 1 деление в секунду (каждую секунду число бактерий удваивается). Лаборант заметил, что если посадить в пустой сосуд одну бактерию, то он наполнится через 1 минуту. Через какое время наполнится сосуд, если посадить в него 2 бактерии?

22. Сошлись два пастуха Иван и Пётр. Иван говорит Петру: «Отдай мне одну овцу, тогда у меня будет ровно вдвое больше овец, чем у тебя». А Пётр ему отвечает: «Нет! Лучше ты мне отдай одну овцу, тогда у нас овец будет поровну». Сколько же было овец у каждого?

23. Шесть коробок конфет стоят столько же, сколько 11 шоколадок. Ваня купил 14 коробок конфет, а Максим — 25 шоколадок. Кто больше заплатил?

Глава 21

21.1. Взвешивания

Уровень 1

1. Два яблока весят столько же, сколько три груши. Одна груша весит столько же, сколько две сливы. Сколько слив уравновесят четыре яблока?

2. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?

3. Среди трёх одинаковых по виду монет находится одна фальшивая, вес которой меньше настоящей. Как за одно взвешивание определить эту монету?

4. Из 9 монет одна более лёгкая. Как при помощи двух взвешиваний определить её?

5. Из 27 монет одна более лёгкая. Как при помощи трёх взвешиваний определить её?

6. Имеются двое песочных часов — на 7 минут и на 11 минут. Яйцо варится 15 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

7. Есть четыре монеты, одна из них фальшивая (но нам неизвестно, легче она или тяжелее, чем настоящие). Как выяснить, какая монета фальшивая? Обойдитесь как можно меньшим количеством взвешиваний.

8. Есть маленькие песочные часы на 3 минуты и большие — на 10. Можно ли при помощи этих часов сварить яйцо, если для этого его требуется непрерывно варить:

- а) ровно 19 минут; б) ровно 7 минут; в) ровно 4 минуты;
г) ровно 5 минут; д) ровно 28 минут; е) ровно 16 минут?

(Песок всё время сыплется с постоянной скоростью. На переворачивание время не тратится. В какой момент начать варить яйцо, мы выбираем сами.)

9. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна фальши-

вая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?

Уровень 2

1. Есть маленькие песочные часы на 6 минут и большие — на 20. Можно ли при помощи этих часов сварить яйцо, если для этого его требуется непрерывно варить:

- а) ровно 28 минут; б) ровно 10 минут; в) ровно 15 минут;
- г) ровно 2 минуты; д) ровно 1 минуту?

(Песок всё время сыплется с постоянной скоростью. На переворачивание время не тратится. В какой момент начать варить яйцо, мы выбираем сами.)

2. Из 12 монет одна фальшивая, но неизвестно, легче она или тяжелее остальных. Как четырьмя взвешиваниями определить фальшивую монету?

3. а) Какие веса могут иметь четыре гири, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 15 на чашечных весах (гири можно ставить только на одну чашку)?

б) Какие веса могут иметь три гири, чтобы с их помощью можно было взвесить любое целое число килограммов от 1 до 10 на чашечных весах (гири можно ставить на обе чашки)? Приведите пример.

4. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

5. Имеются мешок сахарного песка, чашечные весы и гирька в 1 г. Можно ли за десять взвешиваний отмерить 1 кг сахара?

6. Известно, что среди ста монет имеется ровно одна фальшивая (отличается по весу от настоящих). С помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определите, легче или тяжелее фальшивая монета, чем настоящая (находить её не надо!).

7. Имеются 68 монет, причём известно, что любые две монеты различаются по весу. Как за сто взвешиваний на двухчашечных весах без гирь найти самую тяжёлую и самую лёгкую монеты?

8. Как разложить по трём кошелькам 7 рублёвых монет так, чтобы любую сумму от 1 до 7 рублей можно было выдать, не открывая кошельков?

9. Как разложить по пяти кошелькам 31 рублёвую монету так, чтобы любую сумму от 1 до 31 рублей можно было выдать, не открывая кошельков?

10. Как разложить по семи кошелькам 127 рублёвых монет так, чтобы любую сумму от 1 до 127 рублей можно было выдать, не открывая кошельков?

11. За сколько вопросов можно наверняка отгадать целое число, заключённое между 1 и 1000, если на вопросы отвечают только «да» или «нет»?

12. Из 11 шаров 2 радиоактивны. Про любой набор шаров за одну проверку можно узнать, имеется ли в нём хотя бы один радиоактивный шар (но нельзя узнать, сколько их). Как за семь проверок найти оба радиоактивных шара?

13. В гостиницу приехал путешественник. У него была лишь серебряная цепочка из 7 звеньев. За каждый день пребывания в гостинице он расплачивался одним звеном цепочки.

а) Какое звено цепочки надо распилить, чтобы прожить в гостинице 7 дней и ежедневно расплачиваться с хозяином? (Хозяин может давать сдачу звеньями, полученными им ранее.)

б) Сколько звеньев пришлось бы распилить, если бы путешественник жил в гостинице 100 дней с цепочкой из 100 звеньев?

14. Имеются 4 пакета разного веса и чашечные весы без гирь. За пять взвешиваний расположите пакеты по весу.

15. Перед гномом Торином лежат три кучки бриллиантов: в первой кучке 17 бриллиантов, во второй — 21 бриллиант, в третьей — 27 бриллиантов. Среди этих бриллиантов ровно один фальшивый. Все бриллианты имеют одинаковый вид, все настоящие бриллианты весят одинаково, а фальшивый отличается от них по весу, но неизвестно, в какую сторону. У Торина есть чашечные весы без гирь. Торину надо за одно взвешивание найти кучку, в которой все бриллианты настоящие. Как это сделать?

Уровень 3

1. Имеется 10 мешков монет. В девяти мешках монеты настоящие (весят по 10 г), а в одном мешке — фальшивые (весят по 11 г). Имеются очень точные весы с делениями. Одним взвешиванием определите, в каком мешке монеты фальшивые.

2. На физическом кружке учитель поставил следующий эксперимент. Он разложил на чашечные весы 16 гирек массами 1, 2, 3, ..., 16 г так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по одной гирьке, причём после

выхода каждого ученика весы меняли своё положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?

3. В подвалах князя Гвидона среди мешков с монетами, отлитыми из ореховых скорлупок, затесался один, в котором все монеты фальшивые. И мешок, и монеты выглядят точно так же, как настоящие, но настоящая монета весит 20 золотников, а фальшивая — 15. Как с помощью одного взвешивания на весах со стрелкой определить, в каком мешке фальшивые монеты?

4. Имеются две красные, две жёлтые и две зелёные гири. В каждой паре одна из гирь немного легче, а другая тяжелее. Все три тяжёлые гири весят одинаково. Все три лёгкие гири тоже весят одинаково. Определите за два взвешивания на чашечных весах, какая из гирь в каждой паре тяжелее.

5. В корзине лежат 13 яблок. Имеются весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух яблок. Придумайте способ выяснить за восемь взвешиваний суммарный вес всех яблок.

6. Из набора гирек с массами 1, 2, ..., 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?

7. Шейх разложил свои сокровища по девяти мешкам: в первый мешок — 1 кг, во второй — 2 кг, в третий — 3 кг, ..., в девятый — 9 кг. Коварный визирь украл часть сокровищ из одного мешка. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь шейху определить, из какого именно?

8. Среди двадцати пяти внешне одинаковых монет 3 фальшивые и 22 настоящие. Все настоящие монеты имеют равные веса, и все фальшивые также имеют равные веса, причём фальшивая монета легче настоящей. Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь найти 6 настоящих монет?

9. Есть 6 монет, из которых две фальшивые, весящие меньше настоящих. За три взвешивания определите обе фальшивые монеты.

10. У вас есть два шнура (фитиля). Каждый шнур, подожжённый с одного конца, полностью сгорает дотла ровно за один час, но при этом горит с неравномерной скоростью, т. е., скажем, половина шнура может сгореть как за 1 минуту, так и за 59 минут. Как при помощи этих шнуров и спичек отмерить точно 45 минут?

11. У Ведьмака есть 14 чеканных монет, из которых ровно одна фальшивая, но неизвестно, тяжелее она или легче настоящих.

Король заплатил Ведьмаку ещё одну, точно настоящую монету. Как Ведьмаку за три взвешивания на двухчашечных весах найти фальшивую монету (при этом определять, легче она или тяжелее, не обязательно)?

21.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак; саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина; корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи дамы в порядке убывания их веса.

2. Четырьмя гирями продавец может взвесить любое целое число килограммов от 1 до 40 включительно. Общая масса гирь равна 40 кг. Какими гирями располагает продавец?

3. Золотоискатель Джек добыл 9 кг золотого песка. Сможет ли он за три взвешивания отмерить 2 кг песка с помощью чашечных весов с двумя гирями — 200 г и 50 г?

4. В пакете 9 кг крупы. Как при помощи чашечных весов и одной 200-граммовой гири отвесить 2 кг крупы, если разрешается сделать только три взвешивания?

5. Петя задумал какое-то число от 1 до 16, а Коля пытается его отгадать. Он задаёт Пете вопросы, на которые тот отвечает только «да» или «нет». Как Коле отгадать число за четыре вопроса?

6. Среди а) 4 монет; б) 9 монет; в) 10 монет есть одна фальшивая, которая по весу отличается от настоящей, но на этот раз неизвестно, в какую сторону. За два взвешивания определите, легче или тяжелее фальшивая монета. (Саму монету определять не нужно.)

7. Расположите четыре арбуза разной массы в порядке возрастания массы за пять взвешиваний на чашечных весах без гирь.

8. Сумма двух целых чисел равна 573. Одно из них оканчивается единицей. Если её зачеркнуть, получится второе число. Найдите эти числа.

9. В магазине есть 7 разных видов чашек, 4 вида блюдца и 5 видов чайных ложек. Сколькими способами можно составить подарок из двух предметов с разными названиями (например, из чашки и блюда)?

10. Имеются 12-литровый бочонок, наполненный квасом, и два пустых бочонка ёмкостью 5 и 8 литров. Как, пользуясь этими бочонками:

а) разделить квас на две части — 3 и 9 литров;

б) разделить квас на две равные части?

11. Три землекопа за 2 часа вырыли 3 ямы. Сколько ям выроют 6 землекопов за 5 часов?

12. Из числа

1 234 512 345 123 451 234 512 345

вычеркните 10 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число.

13. В кастрюле плавают по 10 кусочков моркови, картошки, курицы и колбасы. Сколько кусочков надо домовому вытащить не глядя, чтобы среди них нашлись 3 одинаковых?

14. У скольких трёхзначных чисел средней цифрой является 0?

15. Арнольд готовится к походу в тренажёрный зал. В его план входит тренировка спины, пресса, ног, плеч и бицепсов. Для пресса он знает 8 различных упражнений, для спины — 10, для ног — 7, для плеч — 5, а для бицепсов — 6. Сколько существует вариантов тренировки у Арнольда, если для каждой группы мышц он выбирает только по одному упражнению и порядок выполнения упражнений не важен?

16. От Глупова до Умнеца 96 км. Попасть из Глупова в Умнец можно только через город Светлано-Петровск, который находится посередине. Из Глупова в Умнец выбегает Незнайка, который очень хочет поумнеть, со скоростью 8 км/ч, а из Светлано-Петровска в Умнец одновременно с ним на велосипеде со скоростью 16 км/ч выезжает Знайка за книжкой. Купив книжку в Умнеце, Знайка тут же разворачивается и едет назад. Где произойдёт встреча?

17. Написав контрольную работу по математике, три сестры сообщили родителям следующее.

Женя: «Я написала не на 5».

Светлана: «На этот раз я написала на 5».

Тая: «Я написала не на 3».

После проверки работ выяснилось, что сёстры получили разные положительные оценки и из трёх высказываний сестёр только одно верное. Какую оценку получила за контрольную работу каждая из сестёр?

18. В Солнечном городе меняют пряник на 6 сушек, а за 9 сушек дают 4 баранки. Сколько баранок дают за 3 пряника?

19. Если для вчера завтра был четверг, то какой день будет вчера для послезавтра?

20. Дядя Фёдор понял, что он может выложить пол комнаты, имеющей квадратную форму, квадратной плиткой и что ему не понадобится ни одну из них разрезать. Он положил 28 плиток по краям комнаты. Сколько всего дяде Фёдору понадобится плиток, чтобы покрыть весь пол?

21. Чтобы получить 9 стаканов волшебного зелья, нужно 2 стакана утиных лапок, 3 стакана экстракта слизней, 1 стакан корней мандрагоры и 3 стакана воды. Сколько нужно взять литров экстракта слизней, чтобы получить 21 литр волшебного зелья?

22. На доске в ряд выписаны числа

78, 29, 90, 1, 55, 12, 0, 137, 46, 58, 53, 7.

Какие из утверждений являются верными?

- а) Нечётных чисел больше, чем чётных.
- б) Среди чисел нет трёх подряд идущих чисел, которые бы следовали в порядке возрастания.
- в) Для каждого нечётного числа найдётся чётное число, которое больше его.
- г) Для каждого нечётного числа найдётся чётное число, которое меньше его.
- д) Каждое чётное число делится на 3.
- е) Каждое число, делящееся на 3, является чётным.
- ё) Самое большое число больше суммы любых двух других чисел.
- ж) Количество чисел, у которых все соседи чётные, больше количества чисел, у которых все соседи нечётные.

Зачеркните одно из чисел, чтобы среди указанных утверждений истинных стало столько же, сколько ложных. После зачёркивания укажите, какие утверждения стали истинными.

23. Влада вышла из дома, а через 12 минут оттуда же вышли Кирилл и Гриша. Кирилл шёл вдвое быстрее, чем Гриша, и догнал Владу за 4 минуты. За сколько минут догонит Владу Гриша?

Глава 22

22.1. Делимость и остатки

Уровень 1

1. Что такое простое число? Что такое составное число? Приведите примеры.

2. Сформулируйте признаки делимости на:

а) 2; б) 5; в) 10; г) 3; д) 9; е) 4; ё) 11.

3. Что такое високосный год? Как понять, является год високосным или нет? Являются ли следующие года високосными: 2016, 2004, 1994, 1892, 2022, 1900, 2000?

4. Среди четырёх последовательных натуральных чисел будет ли хотя бы одно делиться:

а) на 2; б) на 3; в) на 4; г) на 5?

5. Если каждое слагаемое делится на 3, верно ли, что сумма делится на 3?

6. Не выполняя вычислений, определите, делится ли сумма на 3:

а) $3216 + 18315$; б) $1012 + 3609$; в) $17109 + 23106$.

7. Не выполняя вычислений, определите, делится ли разность на 10:

а) $389012 - 302$; б) $1345 - 234$; в) $90873 - 243$.

8. Дана сумма $7 \cdot 123 + 7 \cdot 821$. Верно ли, что она делится на 7?

9. Дана сумма $26 \cdot 213 + 13 \cdot 546$. Верно ли, что она делится на 13?

10. Изменяется ли частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в 3 раза?

11. Верны ли утверждения? Объясните свой ответ. Если утверждение неверно, приведите контрпример.

а) Если число делится на 14, то оно делится на 7.

б) Если число делится на 22, то оно делится на 11.

в) Если число делится на 7, то оно делится на 14.

г) Если число делится на 11, то оно делится на 22.

д) Если число не делится на 14, то оно не делится на 7.

е) Если число не делится на 22, то оно не делится на 11.

ё) Если число не делится на 7, то оно не делится на 14.

ж) Если число не делится на 11, то оно не делится на 22.

Уровень 2

1. Света рисует цветные кораблики: сначала голубого цвета, потом красного, потом чёрного, потом жёлтого, снова голубого, красного, чёрного, жёлтого и т.д. Какого цвета будет семнадцатый кораблик?

2. Альфия вяжет шарф, чередуя полосы следующих цветов: красного, зелёного, фиолетового, оранжевого, затем снова красного, зелёного и т.д. К настоящему моменту Альфия связала 2025 полос. Полосу какого цвета она вяжет сейчас?

3. Представьте число 575 в виде произведения нескольких чисел, сумма которых равна 34.

4. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

5. а) Докажите, что сумма трёх последовательных натуральных чисел делится на 3.

б) Докажите, что сумма пяти последовательных натуральных чисел делится на 5.

в) Докажите, что сумма двух последовательных нечётных чисел делится на 4.

г) Докажите, что сумма трёх последовательных чётных чисел делится на 6.

6. Даны числа:

567, 987, 3506, 2860, 618, 5309, 6228, 723, 24520, 427, 28728,
40997, 24529, 997263, 2720, 901872, 5757, 924, 908118567.

Для каждого числа вычислите сумму его цифр. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

- а) делятся на 3; б) не делятся на 3; в) делятся на 9;
- г) не делятся на 9; д) делятся на 3, но не делятся на 9;
- е) делятся на 4; ё) делятся на 11; ж) делятся на 44.

7. Найдите неизвестную цифру числа, если известно, что число делится на 3:

- а) $4*7$; б) $45*7$; в) $*569$; г) $56*83$; д) $90*03$.

8. Найдите неизвестную цифру числа, если известно, что число делится на 9:

- а) $318*1$; б) $*56$; в) $48*52$; г) $8*1$; д) $345*97$.

9. Начнём считать пальцы на правой руке: первый — мизинец, второй — безымянный, третий — средний, четвёртый — указатель-

ный, пятый — большой, шестой — снова указательный, седьмой — снова средний, восьмой — безымянный, девятый — мизинец, десятый — безымянный и т. д. Какой палец будет по счёту 2022-м?

10. Дано число 21 945. Вычеркните в данном числе:

- а) одну цифру так, чтобы полученное число делилось на 2;
- б) две цифры так, чтобы полученное число делилось на 9.

Запишите полученные числа.

11. Верны ли следующие утверждения? Если нет, то приведите контрпример.

- а) Если число делится на 3 и на 2, то оно делится на 6.
- б) Если число делится на 3 и на 9, то оно делится на 27.
- в) Если число делится на 3 и на 4, то оно делится на 12.
- г) Если число делится на 2 и на 4, то оно делится на 8.
- д) Если число делится на 2 и на 9, то оно делится на 18.
- е) Если число делится на 4 и на 9, то оно делится на 36.
- ё) Если число делится на 5 и на 10, то оно делится на 50.

12. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 6:

- а) $354*7*$; б) $*4567*$; в) $67*348*$; г) $5678**$.

13. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 12:

- а) $56*0*$; б) $2*53*8$; в) $47*89*2$; г) $*687*$.

14. Замените звёздочки двумя одинаковыми цифрами так, чтобы:

- а) число $8*3*$ делилось на 3;
- б) число $*18*$ делилось на 9;
- в) число $2**2$ делилось на 3;
- г) число $*6*3$ делилось на 9;
- д) число $11**$ делилось на 15;
- е) число $4*2*$ делилось на 30;
- ё) число $5*7*$ делилось на 6;
- ж) число $1*23*$ делилось на 12;
- з) число $547*8*$ делилось на 18;
- и) число $*1*2$ делилось на 36.

15. Лиза купила 10 одинаковых ручек и 20 одинаковых карандашей. Каждая ручка и каждый карандаш стоят целое число рублей. Продавец сказал, что сумма её покупки — 332 рубля. Но Лиза сразу же заявила, что продавец, должно быть, обсчитался. Права ли Лиза и почему?

16. Богдан и Марк решили купить маме цветы на день рождения. Каждая роза стоила 99 рублей, а каждая хризантема — 55 рублей. Могла ли стоимость букета оказаться равной 353 рублям?

17. Маленький мышонок пришёл на рынок купить сыра. Он решил приобрести несколько треугольных сырков по 35 тугриков и немножечко круглых сырков по 14 тугриков, на что продавец попросил с него 495 тугриков. Как мышонок понял, что продавец ошибся?

18. Фея собирала пыльцу в мешочки по 6 г и по 15 г. Наполнив все мешочки, она отнесла её в пункт приёма пыльцы, где ей сказали, что она собрала всего 79 г. На это фея заметила, что такого быть не может. Права ли фея и почему?

19. Представьте число 405 в виде произведения нескольких чисел, сумма которых равна 20.

20. Пирожное стоит 66 рублей, а ватрушка — 44 рубля. Папа купил домой целую коробку пирожных и коробку ватрушек. Может ли покупка стоить 2300 рублей?

21. Диме было задано на дом выразить некоторое целое число часов в секундах. Он красиво написал ответ в тетради и тут же закрыл её. Придя в школу, на месте своего ответа Дима обнаружил $234 \cdot 2 \cdot 0$, так как две цифры расползлись в кляксы. К тому же он забыл, какое именно число часов нужно было выразить в секундах. Какие цифры нужно написать вместо кляксы?

22. Квадрат 100×100 разрезали на несколько не обязательно одинаковых квадратов с целыми сторонами. Петя посчитал сумму периметров этих квадратиков и получил 2006. Может ли это быть правдой?

23. Сможет ли учитель математики поставить 165 отметок так, чтобы троек было вдвое больше, чем двоек, четвёрок в 3 раза больше, чем троек, а пятёрок вдвое больше, чем четвёрок?

24. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код — четырёхзначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а сам код делится и на 3, и на 4. Какой код может открывать сейф?

22.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Решите уравнение $998 + 17 \cdot (171 - 1862 : x) = 2239$.

2. Вычислите $121\,212 : 12 : ((55\,023 - 49\,908 - 5108) \cdot 481)$.

3. Ёжик собирал в лесу белые грибы и насаживал их на одну иголку по 5 штук. А маленькие опята он умудрялся унести на иголке по 25 штук. Когда все иголки были заполнены, он пошёл к бабушке сове и сказал, что принёс ей 267 грибов, на что сова заметила, что здесь что-то не сходится. Почему?

4. Маленький поняка-колдовака решил сварить зелье для превращения овечки в суперовечку. Для этого он заказал в волшебном магазине несколько десятков упаковок огонь-травы по 23 рубля за штуку и ряд упаковок лунной росы по 40 рублей за штуку. За весь заказ ему предложили заплатить 5084 рубля. Как поняка-колдовака понял, что его пытаются обмануть?

5. В магазине оформили заказ на покупку пары сотен ящиков по 3 рубля и большого числа ящиков по 8 рублей. Получив чек на оплату заказа в 1193 рубля, покупатель весьма удивился. Почему?

6. Из шести внешне неотличимых монет две фальшивые (фальшивые монеты весят одинаково, но неизвестно, легче они или тяжелее настоящих). В нашем распоряжении имеются чашечные весы без гирь. Как за четыре взвешивания найти обе фальшивые монеты?

7. Умненький четвероклассник силён в математике: за полтора часа он может решить 15 задач! Но чтобы аккуратно записать решение задач в тетрадь, ему требуется больше времени: за те же полтора часа он успевает записать в тетрадь решение только 10 задач. Сколько задач умненький четвероклассник может решить и оформить в тетради за 45 минут?

8. На столе лежат три стопки одинаковых на вид монет из 20, 25 и 30 монет. В одной из них есть фальшивая монета, внешне не отличающаяся от остальных. Как при помощи одного взвешивания на чашечных весах без гирь найти стопку, в которой все монеты настоящие?

9. Копатыч весит больше Лосяша. Ёжик и Лосяш вместе весят больше, чем Ньюша и Копатыч вместе. Но Копатыч и Лосяш вместе весят столько же, сколько Ёжик и Ньюша вместе. Кто весит больше всех, а кто меньше всех?

10. Отец, мать и двое их сыновей вместе накопили 30 мешков картошки. Отец мог бы справиться с этим в одиночку за 10 дней, мать — за 15 дней. Каждый сын успевает за день выкопать столько же картошки, сколько отец вместе с матерью. За сколько дней семья справилась с работой?

11. Два мюзика летали в мове с одинаковой скоростью. Первый пролетел 600 км, второй — 780 км. Первый был в пути на 3 часа меньше. Сколько времени был в пути каждый мюзик?

12. Великий шёлковый путь связывал Китай с Чёрным морем. Из караван-сараев, расстояние между которыми равно 77 км, вышли одновременно навстречу друг другу два купеческих каравана. Через 7 часов они встретились. Скорость каравана, идущего из Китая, равна 6 км/ч. Сколько километров прошёл до места встречи караван, идущий в Китай?

13. В двух соседних царствах-государствах жили-были царь Матвей да царь Еремей. И было между их дворцами 720 вёрст. Послали как-то раз цари гонцов друг к другу. Гонец царя Матвея бежал в сапогах-сороходах со скоростью 80 вёрст в час, а гонец царя Еремея бежал в семимильных сапогах со скоростью 60 вёрст в час. Гонец царя Еремея выбежал на 2 часа позже царя Матвея. Через сколько часов он встретит гонца царя Матвея?

14. Ювелир для изготовления ожерелья использовал сплав золота, меди, цинка и серебра. Масса золота и меди равна 160 г, что на 20 г меньше массы золота и цинка и на 16 г больше массы золота и серебра. Определите массу каждого металла в отдельности, если масса всего сплава равна 240 г.

15. Саша и Егор встали спиной друг к другу и побежали в противоположные стороны. Скорость Саши равна 3 м/с, а скорость Егора равна 4 м/с. Ровно через половину минуты мама сказала им остановиться. На каком расстоянии оказались мальчики друг от друга?

16. Дан прямоугольник с площадью, равной 3500 см^2 . Одна из его сторон равна стороне равностороннего треугольника с периметром 21 дм. На стороне прямоугольника построен другой прямоугольник, периметр которого равен периметру квадрата с площадью 64 дм^2 . Найдите площадь построенного прямоугольника. Рассмотрите разные случаи.

17. Семь гномов решили перенести к себе драгоценные камни из восьми сундуков, хранящихся в пещере дракона. В каждом сундуке 2000 камней. Один гном может унести за раз не более 40 камней, и за час каждый гном успевает сходить за камнями 5 раз. Смогут ли гномы перенести все камни, пока дракон охотится с 20 часов 30 минут до 8 утра?

18. Скорость стрекозы равна 15 м/с, а скорость шмеля равна 60 км/ч. Кто из них летит быстрее?

19. Питон длиной 16 м проползает через мост длиной 32 метра за 18 минут. Сколько минут ему потребуется, чтобы проползти мимо столба?

20. Кудряш-Бараш задумал число, умножил его на 5, затем из результата вычел 13, потом умножил на 143, а напоследок прибавил 93. В итоге он получил число 1094. Какое Кудряш-Бараш задумал число?

21. В тёмной комнате на столе лежат 12 монет. Известно, что 6 из них лежат вверх орлом, остальные решкой. Вы можете переворачивать монеты, однако не можете на ощупь отличить орёл от решки. Как разделить монеты на две одинаковые группы так, чтобы в них было равное число монет, лежащих вверх орлом?

22. Отец весит 100 кг, а два сына-близнеца по 50 кг. Необходимо переправиться через реку на лодке, которая вмещает 100 кг. Как поступить?

23. Вдоль беговой дорожки расставлено 19 флажков на одинаковом расстоянии друг от друга. Бегун стартует у первого флажка и бежит с постоянной скоростью. Через 7 секунд он оказывается у 7-го флажка. За какое время бегун добежит от первого до 19-го флажка?

Глава 23

23.1. Принцип Дирихле

В упрощённой форме принцип Дирихле выглядит так: «Если посадить шесть кроликов в пять клеток, то в какую-то клетку попадёт два или более кроликов».

Уровень 1

1. В мешке лежат шарики двух разных цветов: чёрного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

2. В пакете перемешали конфеты трёх сортов, неразличимые на ощупь. Какое наименьшее число конфет надо взять наугад из пакета, чтобы среди взятых конфет обязательно были хотя бы:

а) две; б) три одного сорта?

3. Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели. (Как известно, в футбольной команде 11 игроков.)

4. Докажите, что среди любых трёх целых чисел найдутся два, разность которых делится на 2.

5. В классе учатся 40 учеников. Существует ли такой месяц в году, когда хотя бы 4 ученика празднуют свой день рождения?

6. Докажите, что из 11 выписанных цифр можно выбрать две одинаковые.

7. Сколько карандашей надо взять в темноте из коробки с 7 красными и 5 синими карандашами, чтобы было взято не меньше двух красных и не меньше трёх синих?

8. Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек, чтобы количество шариков в разных кучках было различным? (Кучка не может быть пустой.)

9. В МГУдвардс ежегодно приезжают 400 учеников. Верно ли, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день?

10. Все 400 учеников разместились в 15 аудиториях. Докажите, что, как бы ни расположились ученики, всегда найдётся аудитория, в которой больше 25 учеников.

11. За победу в математической регате команда из 4 человек получила 10 конфет. Дети поделили конфеты между собой, не разламывая их. Определите, верны ли следующие утверждения:

- а) кому-то досталось по крайней мере 2 конфеты;
- б) кому-то досталось по крайней мере 3 конфеты;
- в) двум людям досталось по крайней мере две конфеты;
- г) каждому досталась хотя бы одна конфета.

12. Можно ли разложить 54 тетради в 10 непустых стопок так, чтобы количество тетрадей в разных стопках было различным?

13. На олимпиаде встретились 10 математиков. Верно ли, что среди этих 10 человек есть по крайней мере два человека, имеющие одинаковое число знакомств?

14. Иванушка-дурачок заявил Василисе Премудрой, что сможет разложить 4 монеты в 5 кошельков так, что в каждом кошельке будет по крайней мере одна монета. «Но это невозможно, — воскликнула Василиса, — это же противоречит принципу Дирихле». Они заключили пари, которое, как ни странно, выиграл Иванушка. Как он это сделал?

15. Двадцать один человек собрали 200 орехов. Докажите, что есть двое, собравшие поровну орехов.

Уровень 2

1. а) Покажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5.

б) Останется ли это утверждение верным, если вместо разности взять сумму?

2. Белоснежка привела 7 гномов на бал. Перед входом Белоснежка сказала им вытянуть по лотерейному билету наудачу. Она сказала, что разность чисел на лотерейных билетах двух из них будет делиться на 6. Права ли она?

3. В одной далёкой-далёкой галактике есть планета, больше половины поверхности которой занимает суша. Докажите, что жители этой планеты всегда могут прорыть прямой туннель через центр своей планеты, на обоих концах которого будет суша. Рисунок обязателен.

4. В лесу растёт 10 001 дерево. Докажите, что либо в этом лесу больше 100 видов деревьев, либо деревьев одного из видов больше 100 штук.

5. Докажите, что среди любых 13 чисел найдутся два, сумма или разность которых делится на 23.

6. В партии из 300 сапог 150 левых и 150 правых, кроме того, по 100 штук каждого из трёх размеров. Докажите, что есть по крайней мере 50 годных пар.

7. а) В гости пришло 6 человек в галошах разного размера. Расходились по одному, и некоторые надевали галоши большего размера. Сколько могло остаться гостей, не сумевших надеть галоши?

б) А если гостей не 6, а 17?

8. За круглым столом сидят 33 представителя четырёх племён: люди, гномы, эльфы и гоблины. Известно, что люди не сидят рядом с гоблинами, а эльфы не сидят рядом с гномами. Докажите, что какие-то два представителя одного и того же племени сидят рядом.

9. В квадратном ковре со стороной 4 метра моль проела 15 дырок. (Дырки такие маленькие, что их можно считать точками.) Докажите, что из этого ковра можно вырезать коврик со стороной 1 метр, в котором дырок не будет.

10. На доске 5×5 на каждой клетке сидело по одному жуку. Потом каждый переполз в соседнюю (по стороне) клетку. Докажите, что хотя бы одна клетка осталась пустой.

11. В клетках таблицы 3×3 расставлены числа 0, 1, 2. Докажите, что какие-то две из 8 сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.

12. За круглым столом сидят 100 человек, из них 51 — мужчины. Докажите, что какие-то двое мужчин сидят друг напротив друга.

13. Докажите, что среди любых одиннадцати целых чисел найдутся два, разность которых делится на 10.

23.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Как разложить 45 конфет на 9 кучек, чтобы количество конфет в каждой кучке было различным?

2. Пятьдесят кроликов посадили в семь клеток. Докажите, что есть клетка, в которой оказалось по крайней мере восемь кроликов.

3. Маленький пони пытается собрать 5 букетов с различным количеством цветов. Он посчитал, что для выполнения этой хитрой задачи ему потребуется 14 цветов. Правильно ли всё посчитал маленький пони?

4. В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.

5. Ворона, лисица и два медвежонка нашли 60 одинаковых кусочков сыра и начали вместе его есть. Каждый из медвежат мог бы съесть весь сыр в одиночку за 20 минут, а ворона — за 15 минут. Лисица за минуту съедает столько же сыра, что и оба медвежонка с вороной, вместе взятые. Через сколько минут будет съеден весь сыр?

6. В саду растут алые и белые розы. Четверть кустов белых роз и половина алых уже расцвели, а всего расцвело 40 кустов. Сколько кустов ещё не расцвели, если пятая часть всех цветущих кустов — белые?

7. Женя купила книгу, альбом и тетрадь. За всю покупку она отдала 190 рублей. Книга стоила на 110 рублей больше, чем стоили альбом и тетрадь вместе. Какова цена тетради, альбома и книги, если альбом дороже тетради в 4 раза?

8. Двум мастерицам фабрики игрушек к Новому году поручили сделать 40 ёлочек и 54 снежинки. Ольга тратит на любую игрушку по 5 минут. Татьяна лепит ёлочку за 4 минуты, а снежинку за 6 минут. Придумайте, как мастерицам распределить работу, чтобы, работая вдвоём, закончить её как можно скорее. Найдите, сколько времени потребует ваш способ.

9. В бассейн из двух труб вливается вода: из одной трубы со скоростью 37 л/мин, из другой — 42 л/мин. За какое время заполнится этот бассейн, который вмещает 31 200 литров воды, если в нём есть сток, через который за минуту выливается 14 литров воды?

10. Делимое в 7 раз больше делителя, а делитель в 7 раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

11. Выпишите все трёхзначные числа, которые можно составить из цифр 1, 3, 2 и 9, используя каждую из цифр по одному разу. Посчитайте сумму наибольшего и наименьшего чисел.

12. Квадрат площадью 36 см^2 разрезали на два прямоугольника. Периметр первого равен 22 см. Найдите площадь второго прямоугольника.

13. Три черепахи — Маша, Глаша и Саша — соревнуются в беге на дистанцию 30 м. Они стартовали одновременно. Когда Маша финишировала, Глаше оставалось до финиша 10 м, а Саша была на 4 м впереди Глаши. На каком расстоянии до финиша будет Глаша, когда Саша закончит дистанцию, если каждая черепаха движется с постоянной скоростью?

14. Пятачок посадил 8 желудей. Из всех желудей, кроме двух, выросли дубы. На всех дубах, кроме двух, растут жёлуди. Жёлуди со

всех плодоносящих дубов, кроме одного, невкусные. Сколько дубов с невкусными желудями?

15. Разглядывая семейный альбом, Екатерина Игоревна нашла там фотографии своих двух бабушек и двух дедушек. А сколько бабушек и дедушек имели её бабушки и дедушки все вместе?

16. Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама — за 2, малыш — за 5, а бабушка — за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 17 минут? (Если переходят двое, то они идут с меньшей скоростью. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Кидаться фонариком тоже нельзя.)

17. В стране Лимпопо 9 городов, и каждые два города соединены авиалинией. Сколько всего авиалиний в стране Лимпопо?

18. Двенадцатиметровое бревно распилили на трёхметровые чурбаки за 12 минут. За какое время такое бревно можно распилить на метровые чурбаки?

19. В числе 89 367 288 зачеркните 3 цифры так, чтобы получилось как можно: а) большее число; б) меньшее число.

20. Из дома в школу Богдан ехал на велосипеде 40 минут со скоростью 12 км/ч, а обратно этот же путь он проехал на троллейбусе. Сколько времени затратил Богдан на обратный путь, если за 15 минут троллейбус проезжает 12 км?

21. У Александры Дмитриевны 100 орехов. Она решила раздать их четырнадцати белкам так, чтобы никакие две не получили орехов поровну и каждой белке досталось не менее одного ореха. Может ли она это сделать?

22. Дениза и Эрика путешествуют на суперпоезде. Дениза едет в сто семнадцатом вагоне с начала поезда, а Эрика — в сто тридцать четвёртом с конца. Оказалось, что они едут в соседних вагонах. Сколько вагонов может быть в поезде? Найдите все возможные ответы.

23. Придя в тир, Тарас купил 5 пуль. За каждый успешный выстрел ему дают ещё 5 пуль. Тарас утверждает, что он сделал 50 выстрелов и 8 раз попал в цель, а его брат Матвей говорит, что этого не может быть. Кто из братьев прав?

Глава 24

24.1. 10 тренировочных вариантов

Вариант 1

1. Вычислите: а) $308\,963 : 509 - 428$;
б) $321 \cdot 454 - (238\,774 - 6703) : 257 + 8\,041\,538$.
2. Решите уравнения: а) $403 : (22 - x) \cdot 12 + 18 = 390$;
б) $(y - 10) \cdot 35 - 15 = 265$.

3. Прямоугольник, площадь которого равна 480 см^2 , разрезан на три прямоугольника так, что площадь первой части на 30 см^2 больше площади второй части и на 120 см^2 меньше площади третьей части. Найдите периметр каждой части, если сторона исходного прямоугольника, по которой не было разрезов, равна стороне квадрата, периметр которого равен 4 дм.

4. Из пунктов А и В ($AB = 300\text{ км}$) одновременно выехали на встречу друг другу два автомобиля. Через три часа оказалось, что они не только встретились, но и успели удалиться друг от друга на 90 км. С какой скоростью ехал каждый из них, если скорость первого на 10 км/ч меньше скорости второго?

5. В классе 30 человек. Известно, что:

- 1) каждый, кто принёс циркуль, принёс и линейку;
- 2) забыли циркуль 18 человек, забыли линейку 8 человек.

Каких учеников больше: тех, кто принёс циркуль, или тех, кто принёс линейку, но забыл циркуль?

6. В очереди за мороженым стоят пять мальчиков: Митя, Федя, Андрей, Вася и Вадик. Андрей стоит после Мити, но перед Вадиком. Вася стоит после Андрея, но перед Федей. Вася и Вадик не стоят рядом. Перечислите мальчиков в том порядке, в котором они купят мороженое.

Вариант 2

1. Вычислите: а) $870 - 290 : (140 + 350 : 70) \cdot 17$;
б) $1\,184\,352 : 169$.
2. Решите уравнения: а) $432 - 32 \cdot (x - 10) = 22 \cdot 8$;
б) $24\,000 + 15 \cdot (2022 - 1963 : x) = 52\,065$.

3. В кондитерский отдел универсама «Детский мир» привезли 164 кг конфет. В первый день продали 24 кг конфет, во второй — $\frac{1}{7}$ часть оставшихся. Остальные конфеты продали за 3 дня, поровну в каждый день. Сколько килограммов конфет продали в последний из этих дней?

4. Из пункта А в пункт В в 9 часов утра отправились два человека: один на мотоцикле, другой — на велосипеде. Одновременно навстречу им из пункта В выехал автомобиль, который встретился с мотоциклистом в 12 часов дня, а с велосипедистом в 13 часов дня. Скорость мотоциклиста равна 40 км/ч, а скорость велосипедиста — 15 км/ч.

а) Найдите расстояние между А и В.

б) Сколько километров до пункта В осталось ехать мотоциклисту спустя 90 минут после его встречи с автомобилем?

5. Бабушка и мама у одного и того же продавца закупили картофель и морковь. Бабушка за 6 кг картофеля и 4 кг моркови заплатила 132 рубля, а мама за 9 кг картофеля и 5 кг моркови — 183 рубля. Сколько стоит 1 кг картофеля и 1 кг моркови по отдельности?

6. Алиса загадала число и отняла от него 17. Потом она разделила 392 на результат, прибавила к частному 21, умножила его на 8 и получила 224. Какое число загадала Алиса?

Вариант 3

1. Вычислите: а) $202 - 832 : (1092 - 26 \cdot 34 + 208)$;

б) $2\,154\,265 + 300 \cdot (309 \cdot 315 - 15\,554\,000 : 350)$.

2. Решите уравнения: а) $64 \cdot (20 + 42 : x) = 1472$;

б) $((2025 + x) : 3 - 27) : 25 + 342 = 368$.

3. У треугольника все стороны равны друг другу. На одной из сторон треугольника построен прямоугольник, площадь которого равна 128 см^2 и одна из сторон которого равна 8 см. Сторона прямоугольника совпадает со стороной треугольника. Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру получившейся фигуры. Рассмотрите разные случаи.

4. Из двух городов навстречу друг другу выехали два автомобиля: первый выехал в 10 часов, а второй — на 2 часа позже. Автомобили остановились в тот же день в 16 часов, когда до встречи между ними осталось 5 км, причём первый ехал со скоростью 85 км/ч, а второй проезжал по 270 км за 3 часа. Через сколько часов они бы встретились, если бы выехали одновременно?

5. Тётя Соня любит домашних животных. Все её животные, кроме двух, — собаки; все, кроме двух, — кошки; все, кроме двух, — попугаи. Сколько и каких животных у тёти Сони?

6. Рыболов на вопрос, какова масса пойманной им рыбы, ответил: «Масса хвоста — 1 кг, масса головы составляет столько, сколько хвост и половина туловища, а масса туловища — столько, сколько голова и хвост вместе». Найдите массу рыбы.

Вариант 4

1. Вычислите: а) $(23\,274 - 2274 : 3) \cdot 1200 + 8800$;

б) $43\,457 - 57 \cdot (432 + 3456 : 32)$.

2. Решите уравнения: а) $4 \cdot (75 + (x - 5) : 30) - 27 = 369$;

б) $(180 - x \cdot 30) \cdot 40 - 1234 = 1166$.

3. Автобус едет со скоростью 60 км/ч. Каждые 2 км он останавливается на 2 минуты. Заяц вскочил на остановке в автобус, который тут же поехал. Через 10 минут с той же остановки за ним погнался Волк на мотоцикле со скоростью 120 км/ч. Сколько минут продлится погоня?

4. Вокруг прямоугольного бассейна со всех сторон выложен из плиток бортик одинаковой ширины (см. рисунок, бортик закрашен). Периметр бассейна равен 90 м, внешний периметр бортика — 94 м 8 дм. Площадь каждой плитки равна 1 дм². Сколько всего плиток?



5. Все грани кубика окрашены в разные цвета (каждая грань окрашена одним цветом). Если на этот кубик смотреть с одной стороны, то видны голубая, белая и жёлтая грани, с другой стороны видны чёрная, голубая и красная грани, а с третьей стороны видны зелёная, чёрная и белая грани. Назовите три пары граней, расположенных друг напротив друга.

6. Из цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составьте два двухзначных и одно четырёхзначное число так, чтобы сумма всех трёх чисел была наименьшей из возможных. Найдите эту сумму.

Вариант 5

1. Вычислите: а) $3\,697\,245 + 4298$;

б) $5\,604\,002 - 13\,908$;

в) $300\,600 \cdot 905$;

г) $153\,672 : 76$.

2. Решите уравнения: а) $234 - (y \cdot 20 + 60) : 3 = 154$;

б) $(300\,299 + 113 \cdot x) : 30 - 5678 = 4396$.

3. Двум мастерицам фабрики игрушек поручили слепить из глины 48 петушков и 40 курочек. Карина делает петушка за 5 минут, а курочку за 3 минуты. Василиса тратит на любую игрушку по 4 минуты. Придумайте, как мастерицам распределить работу, чтобы, работая вдвоём, закончить её как можно скорее. Найдите, сколько времени потребует ваш способ.

4. В 15 часов из пункта А выехал мотоцикл, а из пункта В — автобус. Они ехали в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга. Расстояние между пунктами А и В равно 54 км. К 18 часам расстояние между мотоциклом и автобусом увеличилось на 381 км. На каком расстоянии от пункта В будет находиться мотоцикл в 19 часов, если известно, что автобус за 20 минут проезжает 15 км?

5. Есть восемь цифр: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Составьте из них два двузначных и одно четырёхзначное число так, чтобы сумма всех трёх чисел была наибольшей из возможных. Найдите эту сумму.

6. Лёва с Васей решили купить футбольный мяч. У Лёвы не хватило 20 рублей, чтобы его купить, а у Васи — 30 рублей. Тогда они сложили свои деньги и купили мяч, причём 60 рублей у них осталось. Сколько стоил футбольный мяч?

Вариант 6

1. а) Вычислите $35 \cdot 17 - 35 \cdot 16 + 65 \cdot 99 - 65 \cdot 98$.

б) Решите уравнение $3564 + 18 = 30 \cdot (6 \cdot x + 78) - 18$.

2. Сравните:

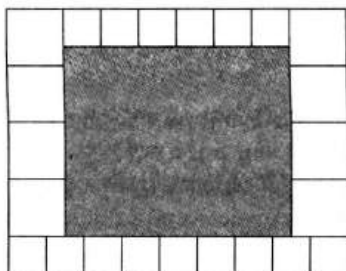
а) 2 ч 12 мин 17 с и 7932 с;

б) $8\text{ м}^2\,60\text{ см}^2$ и 806 дм^2 ;

в) 3 т 2 ц 465 кг 14 000 г и 3679 кг.

3. Серый прямоугольник окружён каймой из больших и маленьких квадратов (см. рисунок). Все большие квадраты одинаковые,

и все маленькие тоже одинаковые. Длина серого прямоугольника равна 48 см. Найдите его ширину.



4. Из деревни Окунево в деревню Карасёво, расстояние между которыми равно 17 км, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Одновременно с ним из Окунева в Карасёво вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до Карасёва и тотчас повернул обратно с той же скоростью. Через сколько часов после начала движения они встретятся?

5. На куриный турнир отбирают трёх куриц: умную, красивую и весёлую. Всего есть 26 кур. Сколько существует вариантов отправить куриц на турнир?

6. Мама послала Аглаю на ярмарку купить сыр, молоко, хлеб и яблоки, дав некоторую сумму денег. Сдачу мама разрешила потратить на мороженое. Сначала Аглая пошла к молочнику и купила сыр и молоко, потратив на них половину всех денег и ещё 3 рубля. Затем она пошла к прилавку с фруктами. За яблоки она отдала половину оставшихся денег и ещё 7 рублей. После этого у булочника Аглая отдала половину оставшихся денег за хлеб. Сдачи как раз хватило на мороженое за 78 рублей. Сколько денег мама дала Аглае?

Вариант 7

1. а) Вычислите $(18\,657 - 136 \cdot 4) : (7368 : 24)$.

б) Решите уравнение $84 - (945 : (x : 5 + 10)) = 21$.

2. Какая из величин больше и на сколько? Укажите все промежуточные действия:

а) 22 ч 333 с и 1320 мин 40 с;

б) $40\text{ дм}^2\ 6\text{ см}^2$ и $3983\text{ см}^2\ 2300\text{ мм}^2$;

в) 549 ц 975 кг и 53 т 2395 кг.

3. Одна сторона прямоугольника равна 25 см, что на 20 мм больше, чем другая. Найдите площадь квадрата, периметр которого составляет $\frac{1}{4}$ от периметра прямоугольника.

4. В восемь часов утра из пункта *A* в пункт *B* выехал автобус со скоростью 54 км/ч. В десять часов утра из пункта *A* в пункт *B* отправился автомобиль.

а) С какой скоростью ехал автомобиль, если он догнал автобус на расстоянии 270 км от пункта *A*?

б) Найдите расстояние между пунктами *A* и *B*, если автомобиль прибыл в пункт *B* в 16 часов 30 минут этого же дня.

5. Три брата и четыре сестры делили наследство отца поровну. В наследстве было три коровы. Поскольку коров разделить нельзя, их взяли три брата, а сёстрам выделили деньги: каждый из трёх братьев заплатил по 800 рублей, а сёстры разделили эти деньги между собой. Сколько рублей стоила одна корова?

6. Найдите частное, если оно в три раза меньше делимого и в восемь раз больше делителя.

Вариант 8

1. Вычислите: а) $900\,845 - (1542 - 29\,946 : 46) \cdot 365$;

б) $570 - 190 : (90 + 450 : 90) \cdot 26$.

2. Пираты зарыли на острове сундук с сокровищами — жемчугом, а также золотыми и серебряными слитками. Масса золотых слитков составляет $\frac{1}{4}$ массы серебряных слитков, а масса жемчуга — $\frac{1}{3}$ массы всех слитков. Сколько весит содержимое сундука, если золотые слитки весят 2 кг 40 г?

3. Бабуся дала двум гусям поровну зерна. Серый склёвывал по 34 зёрнышка в минуту, а белый — по 28 зёрнышек. Поэтому серый гусь съел своё зерно на полторы минуты раньше белого. Сколько зёрнышек дала бабуся каждому гусю?

4. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Они должны были встретиться через 6 часов в пункте *C*. Но через 2 часа после начала движения, когда между автомобилями было 612 км, машина, ехавшая из пункта *B*, повернула обратно и, не изменяя скорости, вернулась в пункт *B*, проехав при этом в общей сложности 300 км. Найдите расстояние от пункта *A* до пункта *C*.

5. Куплено 9 коробок, содержащих всего 64 карандаша. Среди них есть коробки с простыми карандашами по 6 штук в каждой и с цветными — по 8 штук в каждой. Сколько каких коробок куплено?

6. Атос записал на доске два числа. Арамис записал рядом их сумму. Портос сложил все три задуманных числа, получил четвёртое число и записал его. Чему равна сумма всех четырёх выписанных чисел, если Арамис записал число 7? Ответ обоснуйте.

Вариант 9

1. Вычислите: а) $3356 + 164 \cdot (675 - 53 \cdot 136 : 216)$;

б) $183\,249 - 180\,576 : 297 + 3070 \cdot 194$.

2. Решите уравнение $(1000 - 20 \cdot x) : 5 \cdot 2 - 60 = 300$.

3. Периметр треугольника, стороны которого равны, 30 см. Одна из его сторон лежит на большей стороне прямоугольника, площадь которого равна 180 см^2 и одна из сторон которого равна стороне треугольника. Выполните рисунок и найдите периметр получившейся фигуры.

4. В 10:30 утра с одной автостанции в противоположных направлениях выехали два автобуса. Первая остановка у обоих автобусов была в 16:30 того же дня. При этом расстояние между ними по дороге оказалось равным 744 км. До этой остановки скорости автобусов были постоянны. Скорость первого автобуса была равна 64 км/ч.

а) Какова была скорость второго автобуса?

б) На каком расстоянии друг от друга автобусы были через 3 часа 15 минут после старта?

5. Карпенко и Борисов имеют вместе 26 шаров; Борисов и Лысенко — 17 шаров; Лысенко и Бендер — 31 шар; Бендер и Агапов — 13 шаров, а Агапов и Карпенко — 23 шара. Сколько шаров у Карпенко, Борисова, Лысенко, Бендера и Агапова, вместе взятых?

6. На доске написали числа 51, 52, ..., 101. Сколько цифр написали на доске?

Вариант 10

1. а) Вычислите $122\,780 - (1058 - 14\,580 : 243) \cdot 121$.

б) Решите уравнение $(833 - 6 \cdot x) - 27 = 242$.

2. Во время капитального ремонта подъезда меняют напольную плитку. Соседние плитки по правилам кладутся рядами не вплотную, а через небольшое одинаковое расстояние, называемое швом.

Две квадратные плитки, выложенные правильно на полу, в длину занимают 605 мм, а три плитки — 91 см. Какой длины получится правильно выложенный ряд из 16 таких плиток?

3. Из Великого Гусляра в Светлано-Петровск вылетели два ковра-самолёта. Второй ковер-самолёт вылетел позже, но летел быстрее. В 11 часов утра между коврами-самолётами было 24 км, и в 3 часа дня между ними было тоже 24 км. Скорость первого ковра-самолёта равна 74 км/ч. Найдите скорость второго ковра-самолёта.

4. Кузнечик может совершать прыжки на 1 м, 3 м и 7 м. Может ли он за 7 прыжков преодолеть ровно 30 метров?

5. Требуется изготовить 480 деталей. На пяти одинаковых старых станках это можно сделать за сутки непрерывной работы, а на одном старом и одном новом — за двое суток. За какое время можно изготовить 480 деталей на двух новых станках?

6. Потатуйки сидели в ряд на проводе. Прилетели варакушки и сели по одной между каждыми двумя соседними потатуйками. Потом прилетели козодои и уселись по две между каждыми соседними потатуйками и варакушками. Теперь на проводе 2023 птицы. Сколько среди них потатук?

Глава 25

25.1. 150 интересных задач

1. Поставьте знаки действий между некоторыми цифрами так, чтобы равенства стали верными:

- а) $3\ 3\ 3 = 30$;
- б) $3\ 3\ 3\ 3 = 30$;
- в) $3\ 3\ 3\ 3\ 3 = 30$;
- г) $3\ 3\ 3\ 3\ 3\ 3 = 30$.

2. Поставьте между всеми цифрами знаки действий так, чтобы равенства стали верными:

- а) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 8$;
- б) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 9$;
- в) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 10$.

3. У гнома Гимли есть 4 рубина. Гном всеми возможными способами брал по 3 рубина и взвешивал их на весах. Получилось 19 г, 24 г, 11 г и 21 г. Определите вес каждого рубина.

4. Из одной коробки пластилина можно вылепить одну фигурку, а из остатков от семи коробок можно собрать целую коробку для дальнейшей работы. Сколько всего таких фигурок можно вылепить из 150 коробок пластилина?

5. В ящике комода лежат в беспорядке 20 перчаток одного размера: 5 пар коричневых и 5 пар чёрных. Какое наименьшее количество перчаток достаточно извлечь не глядя из ящика, чтобы среди них наверняка можно было выбрать пару одноцветных перчаток на обе руки?

6. а) Разбейте натуральные числа от 1 до 100 на пары так, чтобы сумма чисел в каждой паре была одна и та же.

- б) Чему равна сумма всех натуральных чисел от 1 до 100?
- в) Чему равна сумма всех нечётных чисел от 1 до 100?

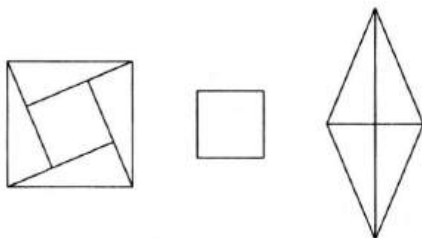
7. Малевич с понедельника по воскресенье рисовал квадраты, причём каждый день он рисовал квадрат со стороной на 1 дм больше, чем в предыдущий. В среду он нарисовал квадрат с площадью 64 дм^2 . Сколько краски потратил Малевич в течение недели, если одного грамма краски хватает ровно на 7 см^2 ?

8. Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу со скоростями 16 км/ч и 24 км/ч соответственно. После встречи второму осталось ехать до пункта A ещё 2 часа. Сколько времени ехали велосипедисты до встречи? Каково расстояние между пунктами A и B ?

9. Верховный суд магов Визенгамот насчитывает 50 волшебников. На слушании по делу о юном ученике школы Волшебства министр магии заявил, что после голосования с перевесом в 7 голосов было принято решение признать мальчика виновным. Однако защитник мальчика заметил, что проголосовали все 50 волшебников, а потому министр, должно быть, ошибается в подсчёте. Прав ли защитник?

10. Вероника выписала через запятую 50 последовательных натуральных чисел. Оказалось, что выписано 126 цифр. Какие числа выписала Вероника?

11. Большой квадрат разрезали на 5 частей, из треугольников сложили ромб с периметром 60 см . Найдите площадь этого ромба, если периметр маленького квадрата равен 32 см .



12. На драккаре плывут сорок воинов-викингов. У опытных воинов четыре косички на бороде, у остальных — две. Сколько опытных воинов на драккаре, если всего косичек 126?

13. По прямой дороге в одном направлении с постоянной скоростью бегут Алиса и Кролик. Скорость Алисы равна 360 м/мин , а Кролика — 425 м/мин . В момент старта Алиса опережала Кролика на 845 м .

а) Через какое время Кролик догонит Алису?

б) На каком расстоянии друг от друга они будут через 23 минуты после старта?

14. Бабушка пекла блины. Когда в тарелке было 17 блинов, пришёл внучек из школы. Как только внук съедал три блина, бабушка подкладывала на тарелку ещё два. Внук ушёл в тот момент, когда на тарелке впервые стало ровно 11 блинов. Сколько блинов он съел?

15. В сенаторской столовой на Корусанте продают очень вкусные пончики. Джа-Джа Бинкс съел половину всех пончиков, после чего работница столовой отложила три пончика для Палпатина. После этого в столовую пришла Падме и съела половину оставшихся пончиков. Тогда работница столовой отложила ещё четыре пончика для Палпатина, и пончики кончились. Сколько пончиков было изначально? Сколько съел Джа-Джа?

16. Ворона и Лисица вместе за неделю съедают 11 одинаковых кусков сыра. Одна Лисица может съесть 6 таких кусков за 10 дней.

а) Сколько времени нужно Вороне, чтобы съесть 34 куска сыра?

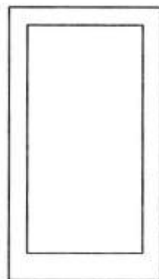
б) Сколько таких кусков сыра съест одна Ворона за 15 недель?

17. Два мотоциклиста выехали со стоянки одновременно в одном направлении. Первый проезжает 3 км за 2 минуты, второй — 2 км за 3 минуты. Какое расстояние будет между ними через час?

18. У деревянного куба отпилили один угол. Сколько углов осталось?

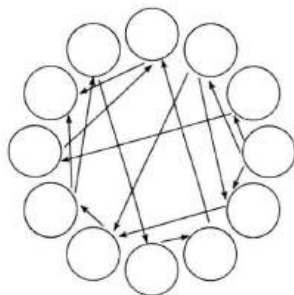
19. Мальчик заменил каждую букву своего имени её порядковым номером в русском алфавите и записал их подряд. В результате получилось число 31315. Как зовут мальчика?

20. Нарисуйте чертёж и решите задачу. Высота окна равна 90 см, ширина — 50 см, ширина рамы слева, сверху и справа — 6 см, а снизу — 9 см. Найдите площадь всей рамы. (Высота и ширина окна указаны вместе с рамой.)



21. Турист путешествовал на машине 7 дней. При этом каждый день он ехал со скоростью на 10 км/ч больше, чем в предыдущий день, но тратил при этом на 1 час меньше, чем в предыдущий день. Найдите расстояние, которое проехал турист за 7 дней, если в пятый день он проехал 630 км за 7 часов.

22. Расставьте числа от 1 до 12 в кружке так, чтобы каждая стрелка вела от большего числа к меньшему.



23. Винни-Пух съел 2 кг мёда за 15 минут. Сначала он ел вилкой, затем ложкой. Ложкой он ел на 5 минут меньше, чем вилкой, но съел ложкой на 1 кг больше, чем вилкой. Во сколько раз Винни-Пух ест ложкой быстрее, чем вилкой?

24. Треугольник со сторонами 17 см, 17 см, 30 см разрезали на два равных треугольника и сложили из них другой треугольник с периметром 50 см. Найдите площадь нового треугольника. Сделайте рисунок.

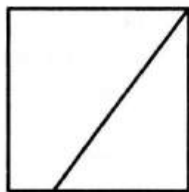
25. У Пети есть карточки, у которых каждая сторона красная или синяя. Карточек с синей стороной у Пети 10, карточек с красной стороной — 12, карточек с разными сторонами — 5. Сколько у Пети карточек, у которых стороны одного цвета?

26. Обезьяна становится счастливой, когда съедает три разных фрукта. Какое наибольшее количество обезьян можно осчастливить, имея 20 груш, 30 бананов, 40 персиков и 50 мандаринов?

27. По двум телевизионным каналам одновременно начали показывать один и тот же фильм. На первом канале фильм разбили на части по 20 минут каждая и вставили между ними двухминутные рекламные паузы. А на втором канале фильм разбили на части по 10 минут каждая и вставили между ними минутные рекламные паузы. На каком канале фильм закончится раньше?

28. Лев поручил лисе посчитать, сколько в лесу медведей, зайцев и волков. После подсчёта лиса доложила, что всего медведей, зайцев и волков в лесу 100, но волков на 25 больше, чем медведей, а зайцев на 30 больше, чем волков. Один из зайцев, услышав такой ответ, расхохотался и сказал, что такого быть не может. Кто прав — лиса или заяц — и почему?

29. Квадрат со стороной 8 см разрезали на четырёхугольник с периметром 28 см и треугольник с периметром 24 см (см. рисунок). Найдите длину линии разреза.



30. Вупсень за 4 минуты съедает 3 конфеты. А Пупсень съедает 3 такие же конфеты за 10 минут. Вупсень 8 минут ел конфеты один, а потом к нему присоединился Пупсень, и они стали есть конфеты вместе. Сколько всего времени Вупсень ел конфеты, если Вупсень и Пупсень съели 69 конфет на двоих?

31. Фатима и Влад хотели купить по бумажному змею, но Фатиме не хватало для покупки семи копеек, а Владу — двух копеек. Тогда они решили сложить свои деньги и купить одного змея на двоих, но денег всё равно не хватило. Сколько стоил бумажный змей?

32. Периметр картины с рамой равен 3 м 50 см, периметр картины без рамы равен 2 м 50 см. Найдите ширину рамы.

33. Лаванда очень хочет выиграть волшебный эликсир на уроке зельеварения. У неё есть нерастворимая колба, в которой содержится 12 миллилитров серной кислоты, а также две нерастворимые мензурки объёмом 5 и 7 миллилитров. Как ей получить две порции по 6 миллилитров серной кислоты, необходимые для опыта? (Кислота растворит любую другую посуду в лаборатории.)

34. Лёша младше Леры на столько же, на сколько папа старше мамы. Когда родилась Лера, маме было 22 года, а когда родился Лёша, папе было 28 лет. Сейчас маме с Лерой суммарно 44 года. Сколько суммарно лет папе с Лёшей?

35. Есть девять монет, среди них одна фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая весит немного меньше. Как с помощью чашечных весов без стрелок и гирь за два взвешивания гарантированно определить фальшивую монету?

36. С помощью пяти двоек, знаков арифметических действий и скобок составьте несколько различных выражений, значение каждого из которых равно 10.

37. Профессор Стебель вырастила в оранжерее чудесное дерево, на котором растут 35 ананасов и 50 груш. Каждый день близнецы Уизли украдкой пробираются в оранжерею и снимают с дерева ровно два фрукта. Если они снимают одинаковые фрукты, то на дереве вырастет новый ананас, а если разные — новая груша. Однажды близнецы обнаружили, что на дереве остался всего один фрукт. Какой?

38. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку в 100 кг. Вес одного из туристов — 45 кг, второго — 50 кг, третьего — 80 кг. Как они должны действовать, чтобы перебраться на другой берег?

39. С помощью четырёх семёрок, знаков арифметических действий и скобок составьте выражения, значения которых равны 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7.

40. Поставьте между цифрами знаки действий так, чтобы равенства стали верными. Можно использовать скобки:

а) $1\ 2\ 3 = 5$;

б) $1\ 2\ 3\ 4 = 5$;

в) $1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 5$;

г) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 = 5$;

д) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 5$;

е) $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 5$.

41. У Паши есть 16 шариков четырёх цветов: красного, зелёного, синего и жёлтого. Известно, что если он возьмёт 11 шариков наугад, то среди них обязательно будет хотя бы один красный, если он возьмёт наугад 12 шариков — хотя бы один зелёный, а если он возьмёт наугад 13 шариков — хотя бы один синий. Сколько у Паши жёлтых шариков?

42. Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц. А у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Кто Женя: девочка или мальчик?

43. Некогда перед судом предстали три жителя острова рыцарей и лжецов, которых мы для конфиденциальности обозначим А, В и В. Судья знал, что преступление совершил ровно один из них, но кто из них является рыцарями, а кто — лжецами, было неизвестно. Островитяне дали следующие показания.

— В — лжец. Но преступление совершил В, — заявил А.

— А и В либо оба рыцари, либо оба лжецы, — сообщил суду В.

— В говорит правду. Но тем не менее он и совершил преступление, — сказал В.

Поразмыслив недолго, судья сумел не только определить, кто есть кто, но и изобличить преступника. А вы сумеете это сделать?

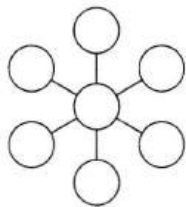
44. Дима решает одну задачу за 7 минут, затем 6 минут отдыхает. Петя решает одну задачу за 8 минут, затем 4 минуты отдыхает. Кто из них быстрее решит 8 задач и на сколько минут?

45. Расставьте в снежинке все цифры от 1 до 7 так, чтобы все суммы по три числа на отрезках были одинаковыми.

46. У Александры Дмитриевны есть 4 разноцветные фишки. Сколькими способами она может выложить их в ряд?

47. Длина детской площадки равна 10 метров, что на 20 дм больше её ширины. Сколько банок краски понадобится для покраски детской площадки, если известно, что на 1 квадратный метр уходит 250 граммов краски, а краска продаётся в банках по 5 кг?

48. В команде пиратского корабля некоторые пираты одноноги, а некоторые одноглазы (безногих или безглазых нет). Всего в этой команде 37 пиратов, вместе у них 55 ног и 62 глаза. Десять пиратов и одноноги, и одноглазы одновременно. У скольких пиратов все ноги и все глаза на месте?



49. Мальчики и девочки сажали цветы в школьной оранжерее. Девочки посадили 252 цветка, что на 27 цветков больше, чем посадили мальчики. Затем они вместе полили $\frac{2}{3}$ посаженных цветов. Сколько ещё цветков осталось полить?

50. На столе лежат монеты. Пятнадцать из них — орлом вверх, остальные — орлом вниз. Требуется с завязанными глазами разложить эти монеты на две кучи так, чтобы в этих кучах число монет, лежащих орлом вверх, было одинаково. Количество монет в кучах может быть разным (куча может состоять из любого количества монет, в том числе из одной или ещё меньше), монеты можно переворачивать, но определить на ощупь, как лежит монета, невозможно.

51. Две хозяйки покупали молоко каждый день в течение месяца. Цена на молоко ежедневно менялась. Средняя цена молока за месяц оказалась равной 20 рублям. Ежедневно первая хозяйка покупала по одному литру, а вторая — на 20 рублей. Кто из них потратил за этот месяц больше денег и кто купил больше молока?

52. В январе некоторого года было четыре пятницы и четыре понедельника. Каким днём недели было 20 января этого года?

53. Из книги выпало несколько листов. Первая страница выпавших листов имеет номер 213, а номер их последней страницы изображается теми же цифрами, но в ином порядке. Сколько листов выпало из книги?

54. Было 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на три части. Всего стало 15 листов. Сколько листов бумаги разрезали?

55. Когда Ваню спросили, сколько ему лет, он подумал и сказал: «Я вдвое моложе папы, но зато вдвое старше Серёжи». Тут прибежал маленький Серёжа и сообщил, что папа старше его на 40 лет. Сколько лет Ване?

56. Бабушке нужно пожарить 6 котлет, а на сковороде помещается только 4 котлеты. Каждую котлету нужно жарить 5 минут на одной стороне и 5 минут на другой. Можно ли пожарить 6 котлет на этой сковороде за 15 минут?

57. Узник ищет принцессу. Король объяснил узнику, что в одной из комнат сидит принцесса, в другой тигр, а третья пуста. При этом надпись на двери комнаты, в которой находится принцесса, истинна, надпись на двери, за которой сидит тигр, ложна, а то, что написано на двери у пустой комнаты, может быть как истинным, так и ложным. Вот эти таблички.

I: «Комната III пуста».

II: «Тигр сидит в комнате I».

III: «Эта комната пуста».

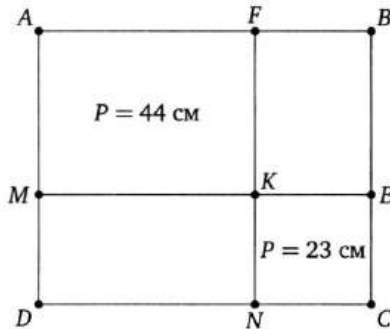
Помогите узнику найти принцессу.

58. Однажды Штирлицу удалось, взяв по два раза цифры 1, 2, 3, 4, написать восьмизначное число, у которого между единицами стоит одна цифра, между двойками — две, между тройками — три и между четвёрками — четыре цифры. Какое это число?

59. Даны две одинаковые бочки: бочка мёда и бочка дёгтя. Сначала берут столовую ложку мёда и кладут её в бочку дёгтя. Потом берут столовую ложку из бочки дёгтя и кладут в бочку мёда. Чего больше: мёда в дёгте или дёгтя в мёде?

60. Если на каждую грядку школьного участка посадить по 16 тюльпанов, то останется 12 тюльпанов; если же посадить по 20 тюльпанов, то все тюльпаны будут высажены. Сколько тюльпанов собираются высадить на эти грядки?

61. Прямоугольник разделили двумя прямолинейными разрезами на четыре прямоугольника. Известно, что периметр прямоугольника $AFKM$ равен 44 см, а периметр прямоугольника $KECN$ равен 23 см. Найдите периметр исходного прямоугольника.

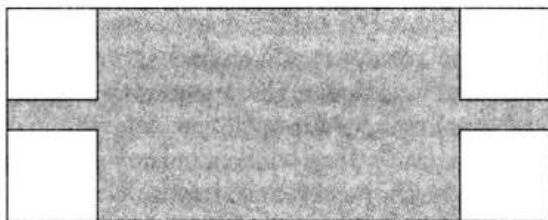


62. Перемножили 20 натуральных чисел и получили 20. Чему равна сумма этих двадцати чисел? Рассмотрите все варианты и запишите объяснение.

63. Три наследника разделили квадратный садовый участок со стороной 60 метров на три прямоугольные части равной площади. При этом каждые два наследника стали соседями. Какова общая длина забора, построенного внутри участка для отделения частей друг от друга?

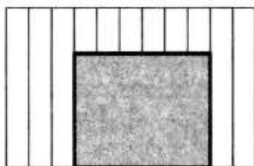
64. Из прямоугольника, одна из сторон которого равна 18 см, вырезали 4 одинаковых квадрата. Площадь оставшейся фигуры (на рисунке она закрашена) равна 90 см^2 . Это в 10 раз больше, чем площадь каждого из вырезанных квадратов. Найдите:

- площадь прямоугольника;
- периметр прямоугольника.

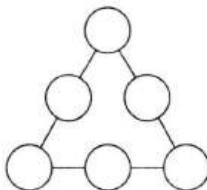


65. Забор сделан из 11 досок шириной 20 см и длиной 190 см каждая. Из него вырезали часть и вставили туда металлические ворота (на рисунке закрашены серым). Известно, что периметр каждой укороченной доски на 240 см меньше периметра изначальной. Найдите:

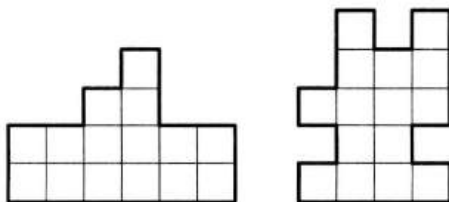
- площадь деревянной части забора;
- периметр ворот.



66. Расставьте числа 5, 6, 7, 8, 10, 11 в кружочки так, чтобы сумма чисел на каждой стороне была равна 23.



67. Разрежьте фигуру по линиям сетки на три равные части.



68. В 8 часов 40 минут Юра вышел из дома и пошёл по прямой дороге со скоростью 6 км/ч. Через некоторое время он развернулся и с той же скоростью пошёл домой. В 11:40 Юре оставалось до дома два километра. На каком расстоянии от дома он развернулся?

69. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придёт в школу за 3 минуты до звонка, а если вернётся домой за ручкой, то, двигаясь с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 минут. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил о ручке?

70. Барт, Гомер и Кайл пришли к парикмахеру. Побрив Барта, парикмахер сказал: «Посмотри, сколько денег в ящике стола, положи ещё столько и возьми 120 долларов сдачи». То же самое сказал парикмахер и Гомеру, и Кайлу. После того как все трое ушли, оказалось, что в кассе нет денег. Сколько денег было в кассе, перед тем как заплатил Барт?

71. В цирке работали 35 рыжих и черноволосых клоунов. После того как 8 рыжих клоунов уехали на гастроли, а 2 черноволосых клоуна перекрасились в рыжий цвет, рыжих клоунов стало вдвое больше, чем черноволосых. Сколько рыжих и сколько черноволосых клоунов было в цирке изначально?

72. Сторона квадрата на 5 см меньше длины прямоугольника и на 3 см больше его ширины. Периметр прямоугольника равен 24 см. Найдите площадь квадрата.

73. Три друга, измученные постоянными спорами и летней жарой, легли на полянке около дороги и заснули. Через некоторое время один школьник, проходивший мимо, намазал им лбы чёрным углем так, что они не почувствовали. Они проснулись, поглядели

друг на друга и стали смеяться. Вдруг один из них, тот, которого считали самым умным, перестал смеяться, он догадался, что и его лоб намазан. Как он рассуждал?

74. Число яиц в волшебной корзине удваивается каждую минуту. Через час она наполнится. За сколько времени она наполнится наполовину?

75. Три сестры, уже замужние, навещают родителей соответственно через 2, 3 и 5 дней. Через сколько дней три сестры встречаются в родительском доме?

76. Заяц убегает от волка, который находится от него на расстоянии 100 м. Один прыжок зайца равен 2 м, а волка — 3 м. Пока волк делает 4 прыжка, заяц делает 5 прыжков. За сколько прыжков волк догонит зайца?

77. Семь гномиков строят семь домиков за семь дней. За сколько дней сто гномиков построят сто домиков?

78. Поперёк длинного бревна нарисовали линии и раскрасили их в один из трёх цветов: красный, синий или жёлтый. Если распилить бревно по красным линиям, то получится 11 поленьев, если по жёлтым — 5 поленьев, если по синим — 10 поленьев. Сколько поленьев получится, если распилить бревно по всем цветным линиям?

79. Из литра молока получают 150 г сливок, а из одного килограмма сливок получают 300 г масла. Сколько полукилограммовых пачек масла получится из 100 литров молока?

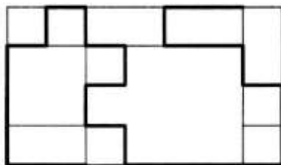
80. Было у царя три сына, и все они родились в один день, но в разные годы. Когда старшему исполнилось 35 лет, царю было столько же лет, сколько в сумме двум младшим. Когда среднему сыну исполнилось 35 лет, царю было 62 года. Сколько лет будет старшему сыну, когда младшему исполнится 35 лет?

81. В чемпионате участвует 101 команда. Каждая команда должна сыграть с каждой. Сколько состоится матчей?

82. В пруд пустили 30 щук, которые постепенно поедали друг друга. Щука считается сытой, если она съела трёх щук (сытых или голодных). Каково наибольшее число щук, которые могут насытиться?

83. В тёмной комнате на столе лежат 12 монет. Известно, что 6 из них лежат вверх орлом, остальные решкой. Вы можете переверачивать монеты, однако не можете на ощупь отличить орёл от решки. Как разделить монеты на две одинаковые группы так, чтобы в них было равное число монет, лежащих вверх орлом?

84. На рисунке изображён прямоугольник, составленный из квадратов трёх разных размеров и равных прямоугольников. Длина стороны самого маленького квадрата равна 1 см. Чему равна длина выделенной ломаной?



85. Говорят, что Тортилла отдала золотой ключик Буратино не просто так. Она вынесла три коробочки: красную, синюю и зелёную. На красной коробочке было написано: «Здесь лежит золотой ключик», на синей коробочке — «Зелёная коробочка пуста», а на зелёной — «Здесь сидит змея». Тортилла прочла надписи и сказала: «Действительно, в одной коробочке лежит золотой ключик, в другой — змея, а третья пуста, но все надписи неверны. Если отгадаешь, в какой коробочке лежит золотой ключик, он твой». Где лежал золотой ключик?

86. Султан, державший узника в заключении, повелел запереть его в темнице вместе с двумя своими верными слугами, один из которых всегда лжёт, а другой всегда говорит правду. В комнате есть две двери: «дверь свободы» и «дверь рабства». Дверь, через которую узник захочет выйти из темницы, и решает его судьбу. Узник имеет право на один вопрос одному из слуг. Разумеется, узник не знает, который из них лжёт, а который говорит правду. Может ли узник безошибочно найти способ выйти на свободу?

87. Узник ищет принцессу. Принцесса находится в одной из трёх комнат, ещё в одной находится тигр, а оставшаяся комната пуста. Король объясняет узнику, что табличка на двери, за которой находится принцесса, говорит правду, а две другие ошибочны. Таблички имеют следующий вид.

I: «Тигр сидит в комнате II».

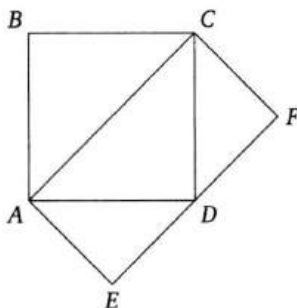
II: «Тигр сидит в этой комнате».

III: «Тигр сидит в комнате I».

Помогите узнику найти принцессу.

88. Один человек выпивает бочонок кваса за 14 дней, а вместе с женой он выпивает такой же бочонок за 10 дней. За сколько дней жена одна выпивает такой же бочонок кваса?

89. Площадь квадрата $ABCD$ равна 16 см^2 . Чему равна площадь прямоугольника $ACFE$?



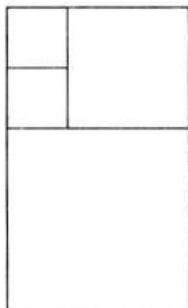
90. Петров и Семёнов имеют вместе 24 шара; Семёнов и Лысенко — 26 шаров; Лысенко и Карпенко — 28 шаров; Карпенко и Агапов — 34 шара, а Агапов и Петров — 28 шаров. Сколько шаров у Петрова, Семёнова, Лысенко, Карпенко и Агапова, вместе взятых?

91. На трёх деревьях всего сидело 36 воробьёв. Когда с первого дерева на второе перелетело 6 воробьёв, а со второго на третье — 4 воробья, на всех деревьях воробьёв стало поровну. Сколько воробьёв сидело первоначально на каждом дереве?

92. Из четырёх квадратов сложили прямоугольник. Чему равна площадь этого прямоугольника, если сторона маленького квадрата равна 1 м? Ответ запишите в квадратных дециметрах.

93. Приведите пример числа, которое делится на 5 без остатка, а при делении на 2, 3 и 4 даёт в остатке 1.

94. На гранях каждого игрального кубика расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Два кубика совместили гранями. Сумма очков на 10 видимых гранях равна 31. Какие грани совместили?



95. Таракан Валентин объявил, что умеет бегать со скоростью 50 м/мин. Ему не поверили, и правильно: на самом деле Валентин всё перепутал и думал, что в метре 60 см, а в минуте — 100 секунд. С какой скоростью (в «нормальных» м/мин) бежит таракан Валентин?

96. В январе на 1 песо можно было купить 40 винтиков или 60 шпунтиков. В феврале винтики и шпунтики стали продавать наборами из 25 винтиков и 25 шпунтиков по цене 1 песо за набор. Для сборки трактора необходимо 600 винтиков и 600 шпунтиков.

В каком месяце сборка трактора стоила дороже, если другие затраты не изменились?

97. Два автобуса ехали навстречу друг другу с постоянными скоростями. Первый выехал из Москвы в 11 часов утра и прибыл в Ярославль в 16 часов, а второй выехал из Ярославля в 12 часов и прибыл в Москву в 17 часов. В котором часу они встретились?

98. Паша младше мамы на столько же, на сколько папа старше Маши. Когда родилась Маша, маме было 23 года, а когда родился Паша, папе было 27 лет. Сейчас маме с Машей суммарно 45 лет. Сколько суммарно лет папе с Пашей?

99. Отряд солдат подошёл к реке, через которую необходимо было переправиться. Они увидели, что мост сломан, а река глубокая. Как быть? Вдруг командир заметил двух мальчиков, которые катались на лодке недалеко от берега. Но лодка была так мала, что на ней могли переправиться только один солдат или двое мальчиков — не более. Однако все солдаты переправились. Как им удалось это сделать?

100. В трёх играх чемпионата по футболу команда забила 3 гола и пропустила в свои ворота 1 гол. За каждую победу команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков. Сколько очков не могла набрать команда за эти 3 игры и почему? Покажите, как можно получить остальные очки:

а) 7; б) 6; в) 5; г) 4; д) 3.

101. Незнайка начертил три прямые линии и отметил на них 6 точек. Оказалось, что на каждой прямой он отметил 3 точки. Покажите, как он это сделал.

102. Какие числа пропущены в ряду 12, ..., ..., ..., 17, если известно, что сумма первых трёх чисел равна 27, сумма средних трёх чисел равна 32, а сумма последних трёх чисел равна 36?

103. Из города в деревню одновременно вышли два пешехода. Один из них половину затраченного времени шёл со скоростью 5 км/ч, а вторую половину — со скоростью 4 км/ч. Второй же пешеход первую половину пути шёл со скоростью 4 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 5 км/ч. Кто из пешеходов придёт в деревню раньше?

104. В классе расставлены двухместные и одноместные парты. Когда они заняты группой из 13 детей, то 9 парт полностью свободны, а когда сидит группа из 10 школьников, то свободны 6 парт. Сколько всего парт может быть в классе?

105. Трое друзей гуляют по картинной галерее, обсуждая картины. В залах представлены работы классицистов, символистов, импрессионистов и соцреалистов. Известно, что соцреализм друзья обсуждали на десять минут меньше, чем импрессионизм. На классицизм они потратили вчетверо меньше времени, чем на импрессионизм. Поскольку они были обременены богатой фантазией, на обсуждение символизма ушло в четыре раза больше времени, чем на обсуждение соцреализма. Всего друзья провели в галерее 75 минут. Сколько времени они обсуждали символизм?

106. У Бабы-яги есть две метлы: «Нимбус-2022 и «Молния». «Нимбус-2022» летает со скоростью 5 км/мин и потребляет при этом 4 литра бензина в минуту. «Молния» перемещается со скоростью 10 км/мин и потребляет 8 литров бензина в минуту. Сегодня Баба-яга летала на метле «Молния» к Лешему, а на метле «Нимбус-2022» — к кикиморам. Известно, что на дорогу к кикиморам она потратила 16 литров бензина, а полёт к Лешему занял в два раза меньше времени, чем полёт к кикиморам. Сколько литров бензина потратила Баба-яга суммарно на оба полёта?

107. В магазине продаются книги, альбомы и цветные карандаши. У Веры с собой столько денег, что хватит купить только альбом вместе с набором цветных карандашей или одну из книг. На полках стоят четыре разные книги, восемь вариантов альбомов и пять различных наборов цветных карандашей. Помогите Вере узнать, сколькими способами она сможет выбрать себе покупку.

108. Сумма 2012 натуральных чисел равна 2013. Чему равно их произведение? (Напоминаем, что натуральные числа — это числа 1, 2, 3, 4 и т.д.)

109. В словах «КОТ МУРЛЫКА» одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры. Известно, что среди цифр нет нуля и произведение цифр делится на 49. Найдите сумму цифр, запишите объяснение.

110. В игре «Юный конструктор» имеются четыре детали в виде одинаковых прямоугольников со сторонами 4 см и 2 см. Миша решил сложить из них прямоугольник большего размера, не накладывая один на другой.

Сколько различных прямоугольников можно сложить, используя каждый раз все четыре данных прямоугольника? Начертите их.

Какой из полученных прямоугольников имеет наименьший периметр?

Какой из полученных прямоугольников имеет наибольшую площадь?

Можно ли из данных прямоугольников сложить квадрат? Ответ обоснуйте.

111. Во время школьного праздника дети выпустили в небо жёлтые, белые, красные и голубые воздушные шарик, всего 218 шаров. Голубых шариков на три больше, чем жёлтых, красных на три больше, чем голубых, а белых на три больше, чем красных. Сколько среди них белых шариков?

112. Мама сварила яблочное варенье. Оказалось, что масса таза с вареньем — 7 кг 500 г, а масса пустого таза — 800 г. Мама собирается разлить варенье в банки, каждая из которых вмещает не более 900 г. Какое наименьшее количество банок ей нужно взять?

113. В семье гномов семь братьев. А рождались они ровно через два года друг за другом. Сейчас им вместе 742 года. Сколько лет каждому из братьев?

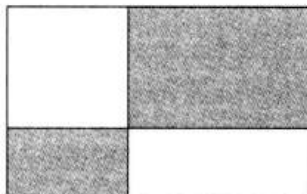
114. Пирожок стоит 9 рублей, а шоколадка — 48 рублей. Ваня купил какое-то количество пирожков и несколько шоколадок. Продавец сказал, что вся покупка обойдётся Ване в 773 рубля. Ваня попросил пересчитать стоимость, так как заподозрил, что продавец ошибся. Верно ли это и почему?

115. У подводного царя служат осьминоги с шестью, семью или восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда лгут, а те, у кого 6 или 8 ног, всегда говорят правду. Встретились четыре осьминога. Синий сказал: «Вместе у нас 28 ног», зелёный: «Вместе у нас 27 ног», жёлтый: «Вместе у нас 26 ног», красный: «Вместе у нас 25 ног». У кого сколько ног?

116. Прямоугольный лист бумаги разделили на четыре части, одна из которых — квадрат. Периметры серых прямоугольников равны 32 см и 18 см. Найдите:

а) периметр;

б) площадь листа бумаги.



117. По морскому берегу ползут две черепахи. Одной из них столько минут, сколько другой часов, а вместе им 183 дня. Сколько дней каждой черепахе?

118. В одном из вагонов метро было в 3 раза больше пассажиров, чем во втором вагоне. После того как из первого вагона вышло 40 человек, а во второй вошло 12 человек, количество пассажиров сравнялось. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?

119. Наступил 2017 год. Сколько лет с такой же суммой цифр будет в ближайшие 100 лет?

120. МАМА — это зашифрованное слово. В почётной семье черепашек 5 сестёр. Самой младшей черепахе на год больше, чем сумма цифр в зашифрованном слове. Каждая последующая сестра на 2 года старше предыдущей черепашки. Может ли сумма лет всех 5 черепашек равняться 108?

121. На олимпиаде половина участников решила ровно 2 задачи, четверть участников — ровно 3 задачи, пятая часть — ровно 4 задачи, а остальные 10 человек решили по 5 задач. Сколько ребят участвовало в олимпиаде?

122. Четыре ученика — Витя, Петя, Юра и Серёжа — заняли на математической олимпиаде первые 4 места. На вопрос о том, какие места они заняли, были даны следующие ответы:

- 1) Петя — второе, Витя — третье;
- 2) Сергей — второе, Петя — первое;
- 3) Юра — второе, Витя — четвёртое.

Кто же занял какое место, если в каждом ответе одна часть верна, а другая — нет?

123. Петя вышел из дома в 8:00 и пошёл прямой дорогой в сторону леса со скоростью 5 км/ч. Через некоторое время он вспомнил, что забыл дома телефон, и пошёл обратно с той же скоростью. В 11:00 до дома оставалось 3 км. На каком расстоянии от дома он вспомнил, что забыл телефон? Ответ обоснуйте.

124. Аня задумала натуральное число, умножила его на 13, зачеркнула последнюю цифру результата, полученное число умножила на 5, опять зачеркнула последнюю цифру результата и получила число 21. Какое число задумала Аня?

125. Почтальон Печкин из пачки в 100 конвертов отсчитывает 10 конвертов за 10 секунд. За какое наименьшее время он сможет отсчитать 70 конвертов?

126. У Петрова и Васечкина уроки математики идут по расписанию: во вторник, четверг и пятницу. В какие дни недели мог состояться такой диалог?

— Сегодня у нас математика, — сказал Петров.

— Нет, сегодня суббота, — ответил ему Васечкин.

Известно, что по нечётным дням недели Петров говорит только правду, Васечкин в эти дни всегда обманывает, а по чётным дням — наоборот. Неделя начинается с понедельника.

127. Петя ходит в бассейн один раз в 2 дня, Коля — один раз в 4 дня, а Вова — один раз в 5 дней. Они встретились в бассейне во вторник. В какой день недели они встретятся вновь?

128. Фред и Джордж играют в игру. Перед ними кучка из 1000 камешков. Первым ходом Фред добавил туда 1 камешек, а Джордж забрал 3 камешка, потом Фред добавил 5 камешков, а Джордж забрал 7 камешков, затем Фред добавил 9 камешков и т. д. Сколько камешков оказалось в кучке, когда Фред сделал свой 100-й ход, а Джордж ещё не успел ответить?

129. В пещере живут 17 ящериц — белые, чёрные и зелёные. Известно, что белых ящериц в 8 раз больше, чем зелёных. Каких же ящериц больше, белых или чёрных?

130. У Алисы живёт мюмзик. Каждый день мюмзик съедает апельсинов ровно в два раза больше своего веса, а каждую ночь худеет в три раза. Уезжая рано утром на четырёхдневные каникулы, Алиса оставила мюмзику 40 кг апельсинов, и этого ему в точности хватило, чтобы насытиться. Сколько весил мюмзик, когда Алиса уезжала?

131. Четыре девочки пошли гулять и решили сделать фотографии друг с другом. Для каждого снимка какие-нибудь три из них становились в группу, а четвёртая фотографировала их. Вечером они посчитали, что Аня присутствует на 8 снимках, Таня — на 6 снимках, Оля — на 3 снимках, а Катя — на 7 снимках. Сколько фотографий сделала Таня? Обоснуйте свой ответ.

132. Коля и его сестра Маша пошли в гости. Пройдя четверть пути, Коля вспомнил, что они забыли дома подарок, и повернул обратно, а Маша пошла дальше. Маша пришла в гости через 20 минут после выхода из дома. На сколько минут позже пришёл в гости Коля, если известно, что они всё время шли с одинаковыми скоростями?

133. Иван, Пётр и Сидор ели конфеты. Их фамилии — Иванов, Петров и Сидоров. Иванов съел на 2 конфеты меньше Ивана, Пет-

ров — на 2 конфеты меньше Петра, а Пётр съел больше всех. У кого какая фамилия?

134. Аня нарисовала на палке красные полосы, разделив ими палку на 3 части. Вова нарисовал на той же палке зелёные полосы, разделив палку на 13 частей, Боря на той же палке нарисовал жёлтые полосы, разделив палку на 4 части. Гоша разрезал палку по всем полоскам. Сколько кусков он получил?

135. Валя, Саша, Женя и Слава играли на перемене. Кто-то из них разбил окно.

Валя: «Разбил кто-то из мальчиков».

Саша: «Это Слава!»

Женя: «Среди нас мальчиков больше».

Слава: «Мы с Валеём — девочки!»

Оказалось, что все девочки солгали, а все мальчики сказали правду. Кто разбил окно? (Все имена могут носить как мальчики, так и девочки.)

136. Трое рыбаков поймали 65 окуней и стали варить уху. Когда первый рыбак дал на уху 5 окуней, второй — 8, а третий — 10, окуней у них осталось поровну. Сколько окуней поймал второй рыбак?

137. На доске в ряд выписаны числа 64, 28, 90, 1, 33, 12, 0, 179, 46, 54, 71, 5. Какие из утверждений являются верными?

а) Некоторые числа записаны одинаковыми цифрами.

б) Среди данных чисел есть хотя бы одно, делящееся на 23.

в) У всех чисел цифры идут в порядке возрастания.

г) Среди данных чисел чётных больше, чем нечётных.

д) Любое из данных чисел больше 5.

е) Все данные числа положительны.

ё) Среди данных чисел есть трёхзначные.

Зачеркните одно из чисел, чтобы среди указанных утверждений ложных стало больше, чем истинных.

138. На улице, встав в кружок, разговаривают 4 четвероклассника: Петя, Артём, Андрей и Дима. Мальчик, который любит играть в «Fortnite» (не Дима и не Андрей), стоит между игроком в «PUBG» и Петей. Мальчик, который играет в «Overwatch», стоит между игроком в «Minecraft» и Андреем. Какая любимая компьютерная игра у каждого из школьников?

139. У Иккинга есть два дракона: Беззубик и Громоглав. Беззубик летает со скоростью 5 км/мин и потребляет при этом 4 килограмма овощей в минуту. Громоглав перемещается со скоростью

10 км/мин и потребляет 8 килограммов овощей в минуту. Сегодня Иккинг летал на Громоглаве к Астрид, а на Беззубике — к Олафу. Известно, что на дорогу к Олафу он потратил 10 килограммов овощей, а полёт к Астрид занял в два раза меньше времени, чем полёт к Олафу. Сколько килограммов овощей пришлось скормить драконам суммарно за оба полёта?

140. В деревне в каждой семье есть корова или лошадь, причём в 20 дворах есть коровы, в 25 — лошади, а в 15 — и коровы, и лошади. Сколько в деревне дворов?

141. Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждого двух совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Придумайте имена, фамилии и отчества этих четверых людей.

142. Брат вышел из дома на 6 минут позже сестры, зато шёл в полтора раза быстрее. Через какое время он её догонит?

143. За 25 бубликов заплатили столько рублей, сколько бубликов можно купить на один рубль. Сколько стоит бублик?

144. Учителя Алексеев, Воронин и Соколов преподают в одном классе математику, физику, химию, биологию, английский язык и историю. Каждый учитель ведёт по два предмета. Учитель химии живёт в одном доме с учителем математики. Алексеев — самый молодой из трёх преподавателей. Учитель математики часто играет в шахматы с Соколовым. Учитель физики старше учителя биологии, но младше Воронина. Самый старший из учителей живёт дальше всех от школы. Какие предметы преподаёт каждый из них?

145. Высота кирпича — 2 дм, ширина — 3 дм, длина — 4 дм, а его вес равен 36 кг. Найдите вес башни из кирпичей, если её высота — 10 дм, ширина — 9 дм, длина — 16 дм.

146. Четырёхзначное число начинается с цифры 5. Эту цифру переставили в конец числа. Полученное число оказалось на 747 меньше исходного. Какова сумма цифр этого числа?

147. Можно ли вместо букв поставить такие цифры, чтобы равенство

$$\text{ЗАЯЦ} + \text{ЗАЯЦ} = \text{ЗАЙКИ}$$

было верным? Одинаковые цифры зашифрованы одинаковыми буквами, разные цифры — разными буквами.

148. У Малики было 4 одинаковые бутылки воды и 5 больших банок. Первую бутылку она разлила поровну во все банки, вторую

бутылку разлила поровну в первые четыре банки, третью — поровну в первые три банки, четвёртую — в первые две банки. В результате третья банка оказалась на 300 граммов тяжелее четвёртой. На сколько вторая банка оказалась тяжелее пятой?

149. Все натуральные числа от 1 до 1000 записали в следующем порядке: сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма цифр которых равна 1, затем, также в порядке возрастания, числа с суммой цифр 2, потом числа, сумма цифр которых равна 3, и т. д. На каком месте оказалось число 996?

150. Шахматист Миша расставил на шахматную доску 5 ладей и несколько коней, причём никакие две фигуры не бьют друг друга. Какое наибольшее количество коней он мог поставить?

Ответы

Глава 1

1.1. Вычисления

1.3. Задачи на худший случай

Уровень 1

1. а) 3 шарика; б) 12 шариков; в) 11 шариков.
2. а) 16 карандашей; б) 9 карандашей; в) 14 карандашей.
3. 11 носков. 4. 7 ботинок. 5. 3 носка. 6. 9 ботинок.
7. а) 13 карандашей; б) 25 карандашей; в) 24 карандаша; г) 26 карандашей.

Уровень 2

1. 46 карточек. 2. 73 карточки. 3. 10 проб. 4. 45 проб.
5. 23 груши. 6. 25 объектов. 7. а) 3 шара; б) 199 шаров.
8. а) 15 шаров; б) 5 красных шаров; в) 4 синих шара; г) 6 белых шаров.
9. а) 25 карандашей; б) 8 жёлтых карандашей; в) 10 оранжевых карандашей; г) 7 красных карандашей.

Глава 2

2.2. Головы и ноги

Уровень 1

1. *Решение.* Предположим, что все животные — курицы. Тогда у них должно быть $36 \cdot 2 = 72$ (ноги). Но так как по условию ног 100, получаем недобор $100 - 72 = 28$ (ног).

Если мы заменим одну курицу на одну овцу, то станет на $4 - 2 = 2$ ноги больше, а количество голов останется прежним. Итак, нужно добавить $28 : 2 = 14$ овец вместо 14 кур. Тогда остаётся $36 - 14 = 22$ курицы.

Проверка: $14 \cdot 4 + 22 \cdot 2 = 56 + 44 = 100$ ног.

Ответ: 14 овец.

2. 15 жеребят и 7 ребят. 3. 10 автомобилей и 30 мотоциклов.
4. 4 кошки и 6 собак. 5. 3 паука.

6. 2 трёхколёсных велосипеда и 1 двухколёсный.
7. 8 цыплят и 2 кролика. 8. 3 единорога.
9. Страусов на 1 больше, чем жирафов. 10. 6 жуков и 4 паука.
11. 7 трёхколёсных и 3 двухколёсных велосипеда.
12. 5 машин и 5 велосипедов. 13. 2 табуретки и 3 стула.

Уровень 2

1. 7 дроидов. 2. 5 машинок. 3. 5 ног. 4. 4 змеи.
5. 2 крокодильчика и 5 гусят. 6. 7 крокодильчиков и 13 гусят.

Уровень 3

1. 14 дней. 2. 12 уток. 3. 8 задач.
4. *Решение.* Если бы участник решил все задачи, то он бы заработал $12 \cdot 10 = 120$ баллов. Недобор составляет $120 - 30 = 90$ баллов. Разница между количеством баллов за решённую и нерешённую задачу составляет 18 баллов. (Обратите внимание на то, что за несделанную задачу баллы вычитаются.) Заменим решённые задачи на нерешённые. Получим, что участник не решил $90 : 18 = 5$ задач. Значит, было решено $12 - 5 = 7$ задач.

Проверка: $7 \cdot 10 - 5 \cdot 8 = 30$ баллов.

Ответ: 7 ответов.

Глава 3

3.2. Задачи на дроби

Уровень 1

1. 80 страниц. 2. 100 вареников.
3. 30 минут, 20 минут, 15 минут. 4. 50 см, 25 см, 20 см. 5. 72 км.
6. 18 страниц. 7. 60 марок. 8. 10 страниц. 9. 160 м. 10. 6 км.
11. 180 км. 12. 12 страниц. 13. 150 минут. 14. 60 т.
15. 64 км. 16. 81 рубль. 17. 40 лет. 18. 35 лет. 19. 16 км.

Уровень 2

1. 49 деталей. 2. 25 км. 3. 49 страниц. 4. 81 деталь.
5. 56 шаров. 6. 18 компьютеров. 7. $\frac{5}{18}$. 8. $\frac{4}{17}$. 9. 81 км.
10. 81 рубль. 11. 112 рублей. 12. 1100 учебников.
13. 950 учащихся. 14. 80 рублей. 15. 3 книги. 16. 60 лет.
17. 40 м.

Уровень 3

1. 200 марок. 2. Так как 35 не делится на 3.
3. 15, 30, 45 учащихся. 4. 40 учащихся. 5. 35 учащихся. 6. 135.
7. 240. 8. 351. 9. 752. 10. На 540. 11. 624 изделия.

Глава 4

4.1. Текстовые задачи на части

Уровень 1

1. 135 г. 2. 102 кг. 3. 140 г, 70 г, 700 г.
4. 200 г, 240 г, 360 г. 5. а) 325 г; б) 195 г.
6. а) 240 г; б) 45 г, 165 г. 7. а) 1166 г; б) 627 г, 539 г.
8. а) 600 г; б) 160 г, 120 г, 320 г.
9. а) 2 кг 100 г; б) 2 кг; в) 12 кг.

Уровень 2

1. 18 человек и 54 человека. 2. 4 см и 48 см. 3. 171 и 57.
4. 60 пятёрок. 5. 36 тетрадей. 6. 16 книг и 4 книги.
7. 490 и 70. 8. 4 кг. 9. 52 книги, 13 книг и 26 книг.
10. 51 кг, 68 кг и 17 кг. 11. 14 м, 42 м и 84 м.
12. 192 женщины. 13. 50 лет, 25 лет и 5 лет. 14. 20 пятёрок.
15. 52 года, 39 лет и 13 лет. 16. Нет.

Уровень 3

1. 45 марок и 28 марок. 2. 35 пятёрок. 3. 27 км.
4. 43 кг и 54 кг. 5. 287 км и 306 км. 6. 109 рублей.
7. Гриша — 37 пятёрок, Яша — 33 пятёрки, Лёва — 32 пятёрки.
8. Коля — 26 грибов, Вася — 33 гриба, Лёва — 38 грибов.
9. 35 лет, 33 года и 12 лет. 10. 47, 48, 49. 11. 144, 145, 146.
12. 5 л и 2 л. 13. 33 карандаша и 10 карандашей.
14. 56 яблок и 20 яблок. 15. 12 марок. 16. 45 деталей.
17. 14, 10 и 7 конфет. 18. 39, 22 и 13 пятёрок. 19. 3 л и 1 л.
20. 12, 16 и 28 шишек. 21. 240 пачек.

Глава 5

5.1. Быстрый счёт

5.2. Плюс-минус 1

Уровень 1

1. 5 распилов. 2. 7 брёвен. 3. 750 чисел. 4. 748 чисел.
5. 25 чисел. 6. 33 числа.
7. 90 двухзначных чисел; 900 трёхзначных чисел.
8. В воскресенье вечером. 9. 11 чурбачков. 10. 6 кусков.
11. 9 разрезов. 12. 5 батонов. 13. 6 пролётов. 14. 8 раз.
15. 9 частей.

Уровень 2

1. 20 листов. 2. 40 распилов. 3. 398 см. 4. 870 чисел.
5. 5 монет. 6. 19 кусков. 7. 32 девочки. 8. Одинаковые.
9. За 44 минуты. 10. 200 чисел. 11. 300 распилов.
12. 40 частей. 13. За 2 минуты.

Уровень 3

1. На 450 частей. 2. 21 раз. 3. За 747 минут. 4. 248 листов.
5. 24 шипучки. 6. 100 пончиков. 7. 20 столба.
8. 9522, ..., 10 021.

Глава 6

6.1. Разрезания

Уровень 1

1. а) Делим каждую сторону квадрата на две равные части и соединяем точки деления, лежащие на противоположных сторонах.

б) Делим каждую сторону квадрата на три равные части и соединяем соответствующие точки деления, лежащие на противоположных сторонах.

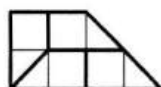
в) Делим каждую сторону квадрата на четыре равные части и соединяем соответствующие точки деления, лежащие на противоположных сторонах.

г) Берём разбиение из пункта б) и один из квадратов делим ещё на 9 частей.

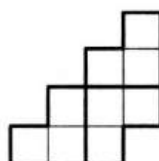
2.



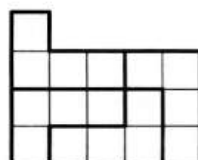
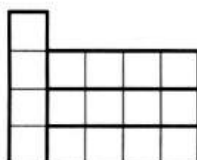
3.



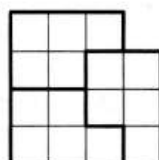
4.



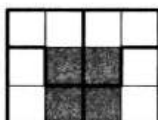
5.



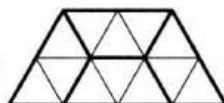
6.



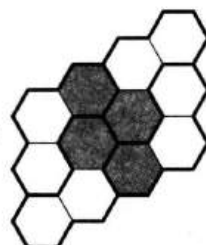
7.



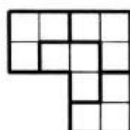
8.



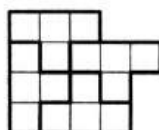
9.



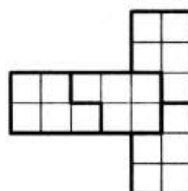
10.



а)

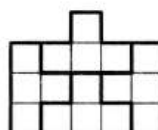
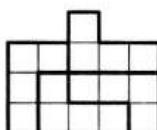


б)

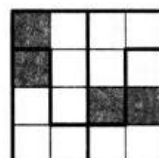


в)

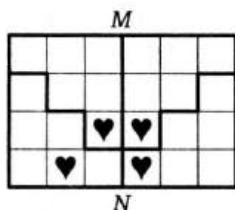
11.



12.

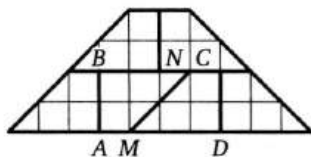
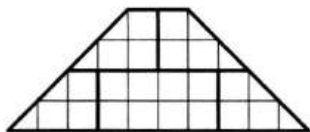


13.

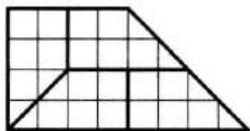


N

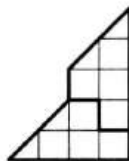
14. Трапеция состоит из 20 квадратов и 8 треугольников. Если из 2 квадратов сделать 4 одинаковых треугольника (разрежем каждый квадрат по диагонали), то оставшиеся 18 квадратов и получившиеся 12 треугольников делятся на 6 равных частей. На каждую часть будет приходиться 3 квадрата и 2 треугольника. К тому же мы должны учесть, что, разрезая на 6 равных частей, надо убрать углы трапеции. Подходящей частью является маленькая трапеция, состоящая из 3 квадратов и 2 треугольников. Она вырезана по углам данной трапеции. Оставшийся прямоугольник $ABCD$ делится отрезком MN , идущим по диагоналям клеток, на такие же трапеции.



15.

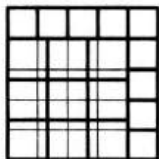


16.

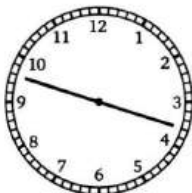


17. К одному из колец прицепляем четыре остальных кольца. При его разрезании получится пять отдельных частей.

18.



19. а)

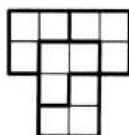


б) Так разрезать невозможно. Если бы так разрезать удалось, то суммы цифр в каждой из частей были бы равны, а значит, сумма всех цифр была бы чётной. Убедимся, что это не так:

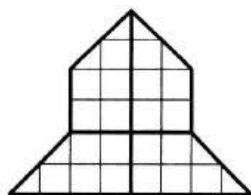
$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+(1+0)+(1+1)+(1+2) = \\ = 45+1+2+3 = 51$$

— нечётное число.

20.

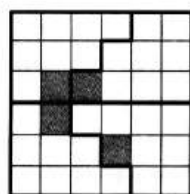


а)

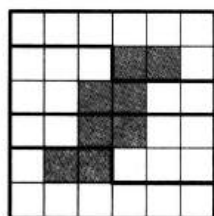


б)

21.



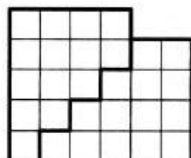
22.



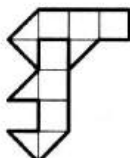
23.



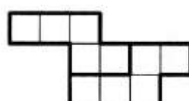
24.



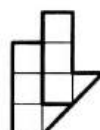
а)



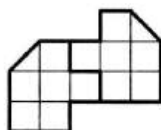
б)



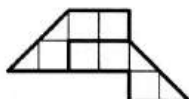
в)



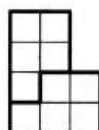
г)



д)

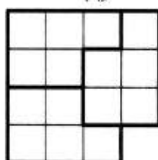


е)

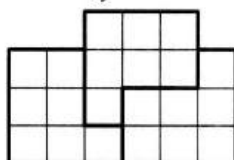


ё)

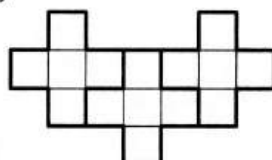
25.



а)

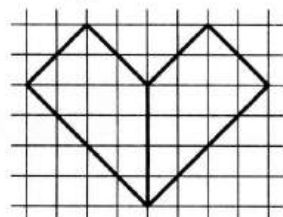


б)

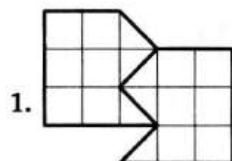


в)

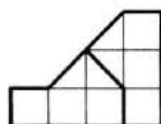
26.



Уровень 2

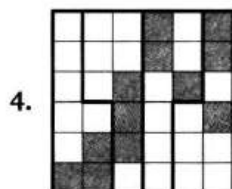
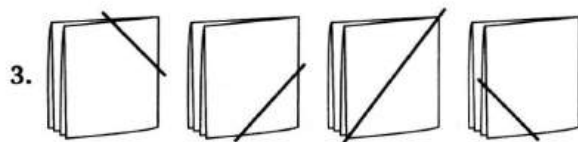
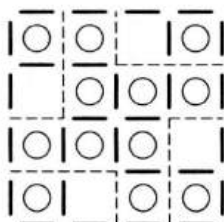


а)

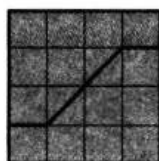
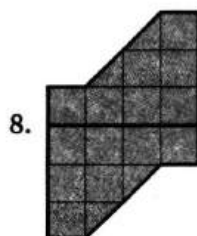
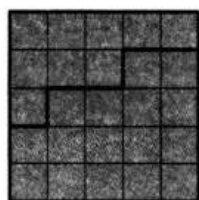
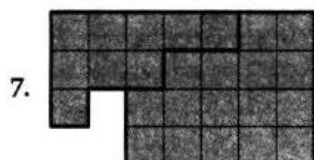
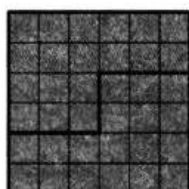
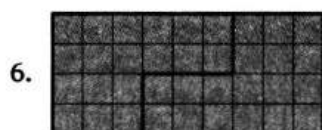
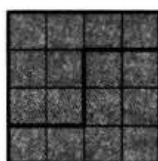


б)

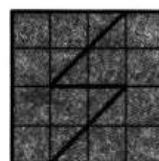
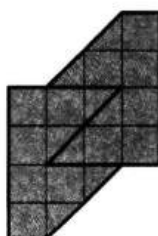
2.

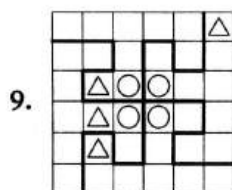


5.

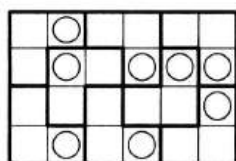


ИЛИ



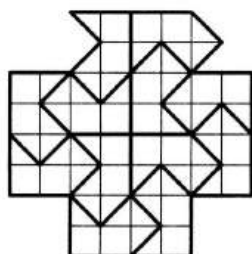


10.



Уровень 3

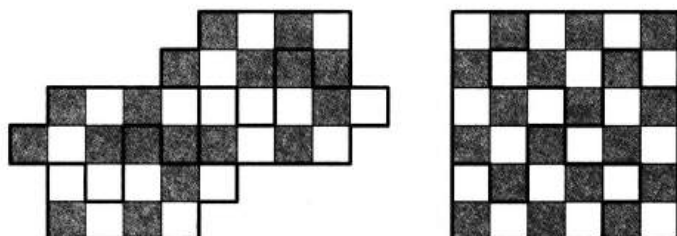
1.



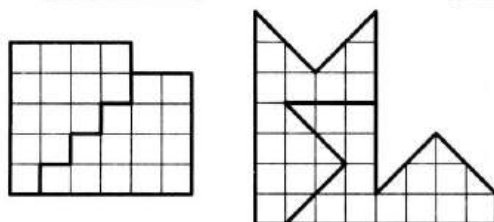
2.

2		1		4
7	3	5	6	8

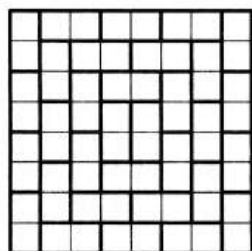
3.



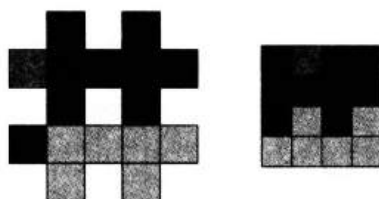
4.



5.



6.



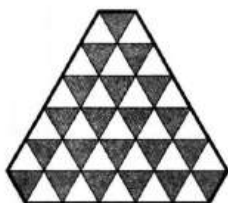
7. а) Да, можно. Шахматную доску можно разрезать на 8 полосок 1×8 , а каждую такую полоску на 4 доминошки.

б) Нет, не получится. Каждая доминошка занимает 2 клетки, т. е. если фигуру можно разрезать на доминошки, то в ней чётное число клеток. Но $8 \cdot 8 - 1 = 63$ нечётно.

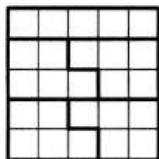
в) Да. Эту доску можно разбить на одну полоску 1×6 и 7 полосок 1×8 . Каждую из них можно разрезать на доминошки.

г) Нет. Пусть поля этой доски покрашены, как в шахматах. Заметим, что вырезанные поля одного цвета. Любая доминошка покрывает одну белую и одну чёрную клетку, т. е. при разбиении фигуры на доминошки количество белых и чёрных клеток должно быть одинаково. Но клеток одного цвета 30, а другого 32.

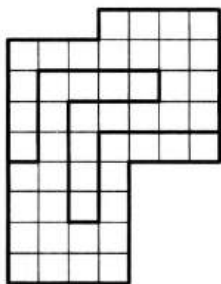
8. Раскрасим фигуру так, как изображено на рисунке. Если разрезание возможно, то в куске будет два треугольника: чёрный и белый (всего их 46), т. е. чёрных и белых треугольников должно быть поровну. Но на рисунке чёрных треугольников 21, а белых — 25, следовательно, требуемое разрезание невозможно.



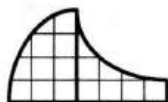
9.



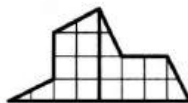
10.



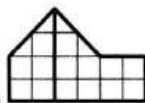
11.



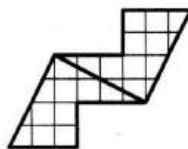
а)



б)

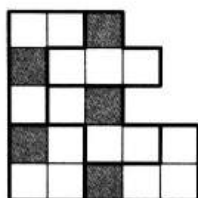


в)

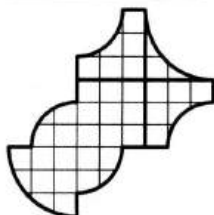


г)

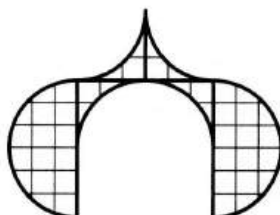
12.



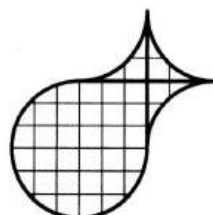
13.



а)

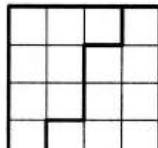
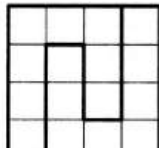
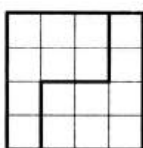
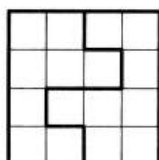
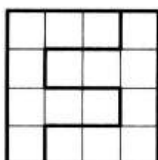
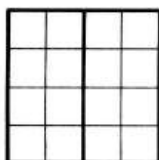


б)

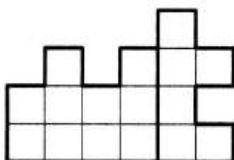


в)

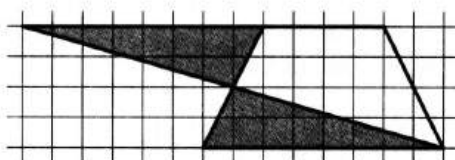
14.



15.



16.



Глава 7

7.1. Задачи на движение. Скорость, время, расстояние

1. 13 м; 16 м; быстрее ползёт змея. 3. 50 км; 45 км; быстрее летит журавль. 5. 170 км/ч. 7. 12 500 км. 9. 2 часа. 11. 36 км.
13. За 5 минут. 15. За 21 час. 17. 771 км. 19. 3 часа до остановки, 5 часов после остановки. 21. На 18 км/ч.

7.2. Задачи на переливание

Уровень 1

1. Можно.

Ведро 4 л	0	4	0	4	0	1	1	4
Ведро 9 л	9	5	5	1	1	0	9	6

4.

Бидон 5 л	5	0	5	0	5	0	5	3	3	0	5	0	5	0
Бидон 17 л	0	5	5	10	10	15	15	17	0	3	3	8	8	13

8. Сначала винодел наполнил 30-литровый кувшин и вылил его содержимое в 50-литровый. Потом опять наполнил 30-литровый и долил до полного заполнения в 50-литровый. В результате у него в 30-литровом кувшине осталось 10 литров.

Уровень 2

2. Если бы это было возможно, то во втором баке должно было бы быть не меньше 21 л бензина (так как иначе в нём не могло бы быть на 21 л больше, чем в третьем). Значит, в первом баке должно быть не меньше 31 л, так как в нём на 10 л больше, чем во втором. Но тогда только в первом и втором должно быть не меньше $21 + 31 = 52$ литров. Противоречие.

3. Переворачиваем и те и другие часы. Когда песок из 7-минутных часов высыпется, переворачиваем их опять. Ещё через 4 минуты закончится песок в 11-минутных часах. В этот момент надо перевернуть 7-минутные часы. Когда песок в них пересыпется обратно, пройдёт ровно 15 минут.

7.

Количество переливаний	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Бидон 14 литров	14	5	5	10	10	1	1	6	6	11	11	2	2	7
Бидон 9 литров	0	9	4	4	0	9	8	8	3	3	0	9	7	7
Бидон 5 литров	0	0	5	0	4	4	5	0	5	0	3	3	5	0

Уровень 3

1. Одинаково. Подсказка. Предположите, что изначально в задаче не две чашки, а две ложки.

3. Наливаем 5 л. Переливаем во второй кувшин до конца. Выливаем второй кувшин. Переливаем остаток из первого во второй. Вновь набираем 5 л и переливаем во второй до конца. Затем выливаем второй. Снова доливаем из первого во второй до конца. Если в первом кувшине что-то осталось, значит, мы три раза наполнили 3-литровый кувшин. Если первого не хватило, чтобы заполнить второй кувшин в третий раз, значит, второй кувшин 4-литровый.

5.

Сосуд 6 литров	6с	0	6в	0	2в	2в	6в	0	3в+3с	3в+3с	0	1в+3с	3в+3с
Сосуд 7 литров	0	6с	6с	6с	6с	6с	6с	2с	2с	0	3в+3с	3в+3с	3в+3с
Сосуд 8 литров	0	8в	2в	2в	0	8в	4в	4в+4с	1в+1с	1в+3с	1в+3с	0	0

Глава 8

8.1. Задачи на движение. Движение навстречу и в противоположных направлениях

2. а) Через 6 часов; б) 450 км и 390 км; в) 700 км; г) 280 км; д) 280 км; е) 700 км.
4. 1793 км. 6. 50 км/ч. 8. Через 6 дней. 10. 300 км.

8.2. Три рыбака — три судака

Уровень 1

1. За 3 дня. 3. а) 1 яйцо; б) 4 яйца; в) 48 яиц. 5. 1 кг.
7. За 10 минут. 9. 30 компьютеров. 11. 66 компьютеров.

Уровень 2

2. а) 8 маляров; б) 80 окон; в) за 6 дней. 6. 6 часов. 9. 27 минут.

Уровень 3

1. За 4 с половиной дня. 3. 4250 рублей. 5. На 60 дней.

Глава 9

9.1. Движение вдогонку и движение с отставанием

1. а) Через 5 часов; б) 350 км и 250 км; в) 40 км; г) 80 км.
3. а) 270 км; б) через 8 часов.
5. а) Через 13 часов; б) 832 км от города А и 689 км от города В;
в) 88 км; г) 44 км; д) 33 км; е) 77 км.
7. 9 часов.

9.2. Туристы и конфеты

Уровень 1

1. 10 туристов, 85 конфет.
5. 48 роз.
7. 23 задачи, 6 дней.

Уровень 2

1. 6 рублей.
3. 108 апельсинов.
6. 36 мешков, 384 зубика.

Глава 10

10.1. Комбинированные задачи на движение

1. Скорость одинаковая.
6. 120 м.
8. Через 64 с.
10. 98 м.
13. 7 часов.
15. 128 км.
20. Сонная муха.
23. На 12:20.
28. За 6 с.
30. В 15:56.

Глава 11

11.1. Логические задачи на таблицы

Уровень 1

1. Нина, Марина и Костя собирали яблоки, Валя и Инна — груши.
3. Тамара в красном платье и красных туфлях, Валя в голубом платье и белых туфлях, Лида в белом платье и голубых туфлях.
5. Семёнов.
7. Тарас играет на контрабасе и учится в 11 классе.
9. 1 — Евгений, 2 — Дмитрий, 3 — Борис, 4 — Андрей, 5 — Виктор, 6 — Геннадий.
10. У художника Рыжова чёрный цвет волос.
11. Синий.
13. Вадим — токарь, Сергей — слесарь, Николай — электрик, Антон — шофёр.
15. Фёдоров — водопроводчик, Давыдов — маляр, Кондратьев — столяр.

Уровень 2

2. Коля — 1, Серёжа — 2, Ваня — 3, Надя — 4, Толя — 5.
 7. Журавлёв — итальянским и испанским, Данилов — английским и немецким, Никольский — французским и арабским.

Уровень 3

1. Действие происходит в среду. Асе нужен хозяйственный, Ире — парфюмерный, Жене — обувной, Клаве — продовольственный.
 2. Савин — радиотехник, Кириллов — автомеханик, Данин — химик, Борисов — строитель.
 3. Коля Лысенко, Дина Шевченко, Соня Бойченко, Рома Савченко, Миша Карпенко.
 5. Воду пьёт норвежец, кот Симба живёт у японца.

1	2	3	4	5
норвежец	украинец	англичанин	испанец	японец
жёлтый	синий	красный	белый	зелёный
«Фортнайт»	«Бравл Старс»	«Майнкрафт»	«Танки»	«Геншин»
каракал	лошадь	улитки	собака	кот
вода	чай	молоко	сок	кофе

Глава 12

12.1. Геометрия-1

2. 60 см. 4. 32 м. 6. 36 см. 8. 46 м. 10. 24 м.
 12. 36 см^2 ; 24 см. 14. 18 см^2 . 16. 75 см^2 . 18. 64 см.

12.2. Задачи на системы уравнений

Уровень 1

2. 34 рубля. 3. Рогалик — 10 рублей, пирожок — 20 рублей.
 4. 20 чашек.

Уровень 2

1. 20 рублей. 6. 14 шкафов. 8. 50 рублей.

Уровень 3

2. 185 рублей. 4. 393 г. 6. 1101 марципан. 8. 117 рублей.

Глава 13**13.1. Геометрия-2**

2. 80 м. 4. 58 см. 6. 14 см. 8. На 3 см². 10. 250 см.
12. а) 360 см; б) 6075 см². 14. 6 км.

13.2. Обратный ход**Уровень 1**

2. 10. 4. 7. 6. 24.

Уровень 2

1. Илья — 7 пончиков, Миша — 3 пончика. 3. На 7-й день.
5. По 24 монеты. 7. 17 домов.
9. 16 пирожков было изначально, 8 съел Рон. 11. 25.

Уровень 3

1. И. 4. Нет. 7. 13 яблок, 7 яблок, 4 яблока. 9. 43 яйца.

Глава 14**14.1. Геометрия-3**

1. 2400 плиток. 3. 90 000 плиток. 5. 26 м. 7. 20 см².
12. 70 см. 16. 52 см, 50 см, 66 см. 19. 150 м. 22. 50 см.
23. а) 9 м²; б) 3 м². 27. а) 342 мм; б) 4 г. 29. 23 см. 30. 55 см.

Глава 15**15.1. Работа. Время. Производительность****Уровень 1**

1. За 8 суток. 3. 6 диванов. 5. Второй. 7. Одинаково.

Уровень 2

1. За 3 часа. 4. 75 л и 45 л. 8. На 20 м. 10. За 3 часа.

Уровень 3

1. 920 деталей; на 40 деталей. 3. 72 детали, 74 детали.
5. 196 рам и 84 рамы. 8. За 6 суток.

Глава 16

16.1. Задачи на совместную работу

Уровень 1

1. За 8 минут. 3. За 12 часов. 5. Через 6 дней. 7. На 18 дней.
9. За 4 минуты. 11. За 2 дня. 13. За 4 минуты.

Уровень 2

1. За 9 дней. 2. Через 15 часов. 6. За 15 часов. 10. За 18 часов.

Уровень 3

1. 160 минут. 2. 2 минуты. 5. а) 5 дней; б) за 24 дня.
7. За 560 минут. 10. 390 репок.

Глава 17

17.1. Чётность

Уровень 1

1. Да. 2. Чётной; чётной; нечётной.
3. Ч; Ч; Н; Ч; Н; Ч; Ч; Н; Ч; Н.
4. Нет, так как сумма чётного количества нечётных чисел чётна.
5. Нет. Какими могут быть числа, если их произведение нечётно? А какая тогда сумма?
6. Нет. Был один кусок, стало 3, потом 5 и т. д. Чётное число кусков получиться не может.
7. Разница между количествами голосов «за» и «против» равна 1, значит, это числа разной чётности. А сумма чётного и нечётного чисел нечётна.
8. $20 \cdot _ + 2 \cdot _ + _ \cdot 620 + _ \cdot 400$ — чётное число.
9. Решение аналогично задаче 8.
10. Нет. Сумма любого числа чётных слагаемых даст чётную сумму.

Уровень 2

1. Нет. Подсказка. Если первая шестерёнка крутится по часовой стрелке, то как должны крутиться вторая и одиннадцатая шестерёнки?

2. *Подсказка.* Как меняется цвет клетки коня после хода?
3. Да. *Подсказка.* Пусть это не так, тогда после чётного числа должно идти нечётное и наоборот. Может ли такое быть 7 раз?
4. Среди первых девяти чисел пять нечётных, поэтому результат должен быть нечётным числом.
5. Нет. Если числа отличаются на 1, то они разной чётности. Сумма четырёх чётных и четырёх нечётных чисел не может быть равна 2021.
6. Нет. На каждой странице с двух сторон написаны соседние номера. Количество нечётных номеров нечётно, значит, и сумма должна быть нечётной.
7. Нет. *Подсказка.* Могут ли разность и произведение одновременно быть нечётными?
8. 10.

Уровень 3

1. $4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2240$. *Подсказка.* Даже если в левой части две цифры исправлены, останется одна верная цифра 4. А значит, число в правой части чётно. Тогда какая там ошибка?
2. Нет. Первоначальная сумма всех чисел равна 1. После каждого действия она увеличивается на 2. А чтобы все числа стали одинаковыми, сумма должна стать чётной.
3. Да. Нужно добиться, чтобы было чётное число голов и 0 хвостов.
4. а) 10, 10 и 80.
б) Нет. Всего конфет чётное число. Медвежата вместе съедят поровну. Следовательно, лиса не может съесть нечётное число конфет.
5. Банан. *Подсказка.* Как меняется число апельсинов при каждой операции?
6. Чётна. 7. 8 рассказов.

Глава 18

18.1. Принцессы и тигры

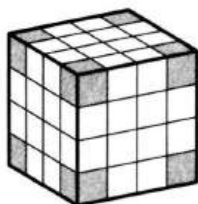
1. В первой комнате либо принцесса, либо пусто, а во второй — тигр.
2. В первой комнате тигр, а во второй — принцесса.
4. В первой комнате либо принцесса, либо пусто, а во второй — тигр.
5. В первой комнате тигр, а во второй — принцесса.
6. Принцесса сидит в первой комнате, а в двух остальных — тигры.

7. Принцесса сидит в первой комнате, а в двух остальных — тигры.
 8. Первая комната пуста, во второй сидит тигр, а в третьей — принцесса.
 9. В обеих комнатах принцессы.
 10. Принцесса в комнате VII.

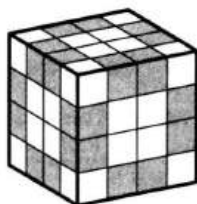
18.2. Раскраска кубика

1. 6 граней, 12 рёбер. 2. а) $1 \cdot 1 \cdot 6 = 6 \text{ см}^2$; б) 24 см^2 ; в) 54 см^2 .
 3. 27 кубиков. 4. $7 \times 7 \times 7$.

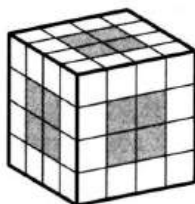
5. а)



б)



в)



6. 18 г. 7. 24 г.
 8. а) 8 кубиков; б) 12 кубиков; в) 6 кубиков; г) 1 кубик. 9. 24 см.
 10. а) 125 см; б) 54 см; в) 36 см; г) 27 кубиков. 11. 96 кубиков.
 12. 168 кубиков. 13. 96 кубиков. 14. 512 кубиков. 15. 90 г.
 16. 4 г. 17. 192 г.

Глава 19

19.1. Рыцари и лжецы

Уровень 1

1. Соня. 2. Нет. 3. 1 рыцарь.
 4. Первый — рыцарь, второй — лжец.
 5. а) 0 рыцарей; б) 0 или 6 рыцарей. 6. Браун. 7. 4 лжеца.
 8. 10 лет.
 9. а) Например, «Солнце встаёт на востоке»;
 б) например, «Солнце встаёт на западе»;
 в) например, «Я рыцарь»; г) например, «Я лжец».
 10. Подойдёт любой вопрос, правильный ответ на который меняется со временем, например, «Который час?».
 11. Афродита. 12. Осёл.

Уровень 2

1. а); г). 2. 6 лжецов. 3. Виктор. 4. Ты из этого города?
5. В понедельник.
6. В — рыцарь, С — лжец, про А ничего нельзя сказать.
7. В — лжец, С — рыцарь. 8. Франция и Италия.
9. «Меня съест ваш лев». Это утверждение не истинно и не ложно.
10. Андреев из Ярославля, Борисов из Ельни, Васильев из Гагарина, Григорьев из Вязьмы, Данилов из Ярцева.
11. Дима оба раза сказал правду. У него 7 яблок и 8 груш. У Марка 7 яблок и 9 груш.
12. 8 лет.

Уровень 3

1. Не может.
3. «Слово „тип“ означает „да“?» Рыцарь ответит «тип», лжец — «топ».
4. А — лжец, В — нормальный человек, С — рыцарь.
5. Ни одного. 6. 12 раз.
7. а) «Вы рыцарь?» Нормальный ответит «да», сумасшедший — «нет»;
- б) «Вы нормальный?»
8. «Добрыне заплатили больше, чем тебе?» 9. 4 человека, 2 лжеца.
10. Первый и второй из островитян — рыцари, остальные — лжецы.

Глава 20**20.1. Комбинаторика****Уровень 1**

1. 15 способами. 2. 30 способами. 3. 12 вариантов.
4. 8 последовательностей. 5. 16 раскрасок.
6. 60 способами и 47 способами. 7. 24 способами и 26 способами.
8. 9000 чисел, 90 000 чисел. 9. 110 способами. 10. 55 способами.
11. 6 рукопожатий. 12. 12 способами. 13. 72 комплекта.
14. а) 30 способами; б) 10 способами; в) 1 способом.
15. 26 способами. 16. 27 способами.

Уровень 2

1. $2 \cdot 3^3$ чисел; $2 \cdot 3^5$ чисел. 2. 28125. 3. 100 чисел; 500 чисел.
4. а) 81 число; б) 768 чисел; в) 6 чисел; г) 96 чисел.
5. 32 сигнала; 8 лампочек; 10 лампочек. 6. 24 слова; 6 слов.
7. 990 способами; 165 способами; 495 способами.

8. $3136 = 64 \cdot 49$ способов. 9. 1024 марсианина.
 10. 1023 способами. 11. 128 дней. 12. $4 \cdot 5^4 + 5^5$ чисел.
 13. 900 способами. 14. 3^6 способами. 15. 24 строки.
 16. Нет, так как иначе не хватит обозначений для букв.
 17. а) $33 \cdot 32 \cdot 31$ способами; б) $\frac{33 \cdot 32 \cdot 31}{6}$ способами.
 18. а) $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способами; б) $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ способами;
 в) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2}$ способами; г) $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2^2} = 6$ способами;
 д) $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 6}$ способами.
 19. 3^4 слов; $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4$ слов. 20. $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$ способами.

Глава 21

21.1. Взвешивания

Уровень 1

- 12 слив.
- Попробуйте сначала отвесить 12 кг, затем 6 кг, затем 3 кг.
- Сначала сравниваем любые две монеты. Если они весят одинаково, то фальшивой является третья монета.
- Делим 9 монет на три кучки по 3 монеты, далее см. предыдущую задачу.
- Делим 27 монет на три кучки по 9 монет, далее см. предыдущую задачу.
- Переворачиваем часы одновременно, когда пройдёт 7 минут на первых часах, тогда на вторых останется 4 минуты.
- Разделим 15 монет на три кучки по 5 монет и взвесим первые две кучки. Если весы в равновесии, то фальшивая монета в третьей кучке, и тогда сравним её с первой кучкой. Если же одна из первых двух кучек легче, то в третьей кучке фальшивых монет нет, значит, сравним более лёгкую кучку с третьей.

Уровень 2

- а) 1, 2, 4, 8 кг; б) 3, 4, 9 кг.
- Можно поступить, например, так: поставим на одну чашку весов гирию весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирию и вместо неё насыпем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1 кг, весы окажутся в равновесии.
- Да. Причём меньшим числом взвешиваний обойтись нельзя.

6. Положим сначала на каждую чашу по 50 монет. Затем возьмём более тяжёлую часть, разобьём её на кучки по 25 монет и взвесим их. Если их массы равны, то фальшивая монета легче остальных, иначе — тяжелее остальных.
7. Взвешиваем монеты по парам, тяжёлые откладываем в одну кучку, лёгкие в другую. Повторяем процесс, пока не найдём самую тяжёлую и самую лёгкую.
8. Нужно положить в первый кошелёк 1 рубль, во второй — 2 рубля, в третий — 4 рубля.
9. Раскладываем в кошельки степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16 рублей.
10. Раскладываем в кошельки степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 рубля.
11. За 10 вопросов. Делим каждый раз отрезок пополам.
12. Разбейте шары на 5 групп по 2 шара и ещё один шар.
13. а) Третье звено; б) 4 звена, так, чтобы получились куски 5, 10, 20, 40 и 21 и 4 звена по 1.
14. Взвешиваем первый пакет со вторым и третий с четвёртым. Взвешиваем два более лёгких — находим самый лёгкий, затем находим самый тяжёлый. Взвешиваем два оставшихся.
15. Положим на одну чашу весов все бриллианты из первой кучки, а на другую — 17 бриллиантов из второй (или из третьей). Если весы будут в равновесии, то в первой кучке все камни настоящие. Если равновесия нет, то кучка, камни которой не участвуют во взвешивании, содержит только настоящие бриллианты.

Уровень 3

1. Нужно взять из первого мешка 1 монету, из второго мешка — 2 монеты и т. д.
2. На весах осталась гиря массой 1 грамм.
3. Попробуйте взять 1 монету из первого мешка, 2 — из второго, 3 — из третьего, ..., n — из последнего и взвесить их.
5. Занумеруем яблоки. Взвесим первое яблоко со вторым, второе с третьим и третье с первым, сложим полученные веса и получим удвоенный вес трёх яблок, а затем и вес трёх яблок, следовательно, за три взвешивания мы узнали суммарный вес первых трёх яблок. Осталось пять взвешиваний и десять яблок, которые взвешиваем попарно и, суммируя все данные, получим вес 13 яблок.
6. Положим в первую кучку гири массой 101 г и 1 г, а во вторую — массой 100 г и 2 г, затем в первую кучку — гири массой 99 г и 3 г,

а во вторую — массой 98 г и 4 г. Так будем действовать, пока не положим во вторую кучку гирьки массой 84 г и 18 г. Теперь положим в первую кучку гирьки массой 83 г и 20 г, а во вторую — 82 г и 21 г. Так будем продолжать до тех пор, пока во вторую кучку не придётся положить последнюю пару гирек массой 52 г и 51 г.

8. С помощью первого взвешивания определите 12 монет, в которых не более одной фальшивой.

10. Необходимо поджечь первый шнур одновременно с обоих концов — получаем 30 минут. Одновременно с первым шнуром поджигаем второй шнур с одного конца и, когда первый шнур догорит (30 минут), поджигаем второй шнур с другого конца (оставшиеся 15 минут).

Глава 22

22.1. Делимость и остатки

Уровень 2

1. Голубой. 2. Зелёного. 3. $5 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 1$. 9. Указательный.
15. Обе стоимости делятся на 10, значит, их сумма делится на 10.
17. Обе стоимости делятся на 7, значит, их сумма...?
21. 7, 0. 24. 2232.

Глава 23

23.1. Принцип Дирихле

Уровень 1

3. Дни недели — «клетки» (их 7), игроки — «кролики» (их больше 8).
4. Чётность числа — это «клетки» (их 2), числа — «кролики» (их больше 2). У чисел одной чётности разница кратна 2.
8. Нет. Минимальное такое количество — 45 (кучки от 1 до 9). Пусть «клетки» — это цифры от 1 до 8, тогда «кролик» — это число, соответствующее одной кучке. Для последнего «кролика» не найдётся свободной клетки.
11. а) Верно; б) верно; в) нет (1 человек мог взять 7); г) нет.
12. Аналогично задаче 8. Минимальная необходимая для различных чисел сумма — 55 (от 1 до 10).

Уровень 2

5. Сделаем 12 хитрых клеток соответственно остатку от деления на 23: 0 — отдельно, затем клетку 1—22, клетку 2—21 и т. д., так, чтобы в каждую клетку распределялись числа, сумма которых делится на 23. Таких клеток всего 12, а 13-е число по принципу Дирихле имеет либо такой же остаток, как уже лежащее в клетке число, — и тогда берём разность чисел, либо другой остаток, но тогда их сумма кратна 23.

6. «Клетки» — это размеры, по которым разложим сапоги. Если есть 50 правых и 50 левых сапог какого-то размера — это искомые пары. Если нет — значит, в каждом размере лежит неравное число левых и правых сапог. Но во всех клетках одновременно не может быть больше правых или левых, потому что тогда бы в сумме было больше левых или правых соответственно, а их поровну. Итак, пусть в клетках A и B меньше левых сапог (x и y левых сапог) и в них лежит по $100 - x$ и $100 - y$ правых сапог соответственно. Значит, в клетке B меньше правых и в ней z правых и $100 - z$ левых сапог. Тогда всего годных пар $x + y + z$, а $x + y + 100 - z = 150 \geq x + y + z = 50 + 2z$. При положительном z утверждение доказано. Симметричное рассуждение, где в двух первых клетках A и B меньше правых сапог, доказывается аналогично.

13. «Клетки» — остаток от деления на 10. Всего их 10, а чисел 11. Значит, какие-то два числа попадут в одну «клетку» и их разность будет кратна 10.

Глава 24

24.1. 10 тренировочных вариантов

Вариант 1

1. а) 179; б) 8186369. 2. а) 9; б) 18. 3. 46 см, 40 см, 70 см.
4. 60 км/ч, 70 км/ч. 5. Больше тех, кто принёс циркуль.
6. Митя, Андрей, Вася, Федя, Вадик.

Вариант 2

1. а) 836; б) 7008. 2. а) 18; б) 13. 3. 40 кг.
4. а) 300 км; б) 120 км.
5. Морковь — 15 рублей, картофель — 12 рублей. 6. 73.

Вариант 3

1. а) 200; б) 18 022 765. 2. а) 14; б) 6. 3. 196 см^2 или 256 см^2 .
4. Через 5 часов. 5. 1 кошка, 1 попугай, 1 собака. 6. 8 кг.

Вариант 4

1. а) 27 028 000; б) 12 677. 2. а) 725; б) 4. 3. 4 минуты.
4. 5544 плитки.
5. Белая — красная, чёрная — жёлтая, зелёная — голубая.
6. 2474.

Вариант 5

1. а) 3 701 543; б) 5 590 094; в) 272 043 000; г) 2022. 2. а) 9; б) 17.
3. 160 минут. 4. 382 км. 5. 9989. 6. 110 рублей.

Вариант 6

1. а) 100; б) 7. 2. а) $>$; б) $<$; в) $=$. 3. 40 см. 4. Через 2 часа.
5. $26 \cdot 25 \cdot 24$ вариантов. 6. 658 рублей.

Вариант 7

1. а) 59; б) 25.
2. а) Первая величина больше на 293 с; б) одинаковые;
в) первая величина больше на 480 кг.
3. 36 см^2 .
4. а) 90 км/ч; б) 585 км. 5. 1400 рублей. 6. 24.

Вариант 8

1. а) 575 630; б) 518. 2. 13 кг 600 г. 3. 238 зёрнышек.
4. 468 км. 5. 5 с цветными, 4 с простыми карандашами. 6. 28.

Вариант 9

1. а) 73 712; б) 778 221. 2. 5. 3. 66 см.
4. а) 60 км/ч; б) 403 км. 5. 55 шаров. 6. 104 цифры.

Вариант 10

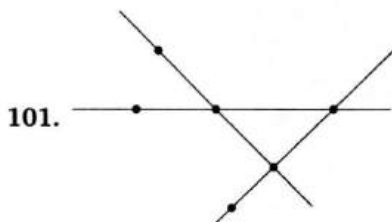
1. а) 2022; б) 94. 2. 4875 мм. 3. 86 км/ч.
4. Нет. Подсказка. Вспомните задачи про чётность. 5. За 40 часов.
6. 338 потатук.

Глава 25

25.1. 150 интересных задач

1. а) $33 - 3 = 30$; б) $3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 = 30$; в) $33 - 3 + 3 - 3 = 30$;
г) $3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 - 3 + 3 = 30$.
2. а) $1 + 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 = 8$; б) $1 \cdot 2 + 3 + 4 - 5 + 6 + 7 - 8 = 9$;
в) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 : 6 + 7 - 8 - 9 = 10$.
3. 6 г, 1 г, 14 г, 4 г. 4. 174 фигурки. 5. 11 перчаток.
6. а) $1 + 100$, $2 + 99$, $3 + 98$, ...; б) 5050; в) 2500. 7. 8500 г краски.
8. 3 часа; 120 км. 9. Прав. Подсказка. Составьте уравнение.
10. 76, ..., 125. 11. 161 см^2 . 12. 23 опытных воина.
13. а) Через 13 минут; б) 650 м. 14. 12 блинов.
15. Было 22 пончика, Джа-Джа съел 11 пончиков.
16. а) 5 недель, или 35 дней; б) 102 куска сыра. 17. 50 км.
18. 10 углов. 19. Влад. 20. 1650 см^2 . 21. 4200 км.
23. Винни-Пух ест ложкой в 6 раз быстрее, чем вилок.
24. 120 см^2 . 25. 12 карточек. 26. 45 обезьян.
27. На первом канале. 28. Заяц. Подсказка. Составьте уравнение.
29. 10 см. 30. 68 минут. 31. 8 копеек. 32. 12 см 5 мм.
34. 44 года. 37. Ананас.
38. Переправляются два лёгких; один из них пригоняет лодку обратно; переправляется тяжёлый; второй лёгкий пригоняет лодку обратно; снова переправляются два лёгких.
39. $7 : 7 + 7 - 7 = 1$; $7 : 7 + 7 : 7 = 2$; $(7 + 7 + 7) : 7 = 3$; $77 : 7 - 7 = 4$;
 $7 - (7 + 7) : 7 = 5$; $(7 \cdot 7 - 7) : 7 = 6$; $7 + (7 - 7) : 7 = 7$.
40. а) $1 \cdot 2 + 3 = 5$; б) $12 - 3 - 4 = 5$; в) $12 - 3 \cdot 4 + 5 = 5$;
г) $(1 + 23) : 4 + 5 - 6 = 5$; д) $12 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 = 5$;
е) $1 \cdot 23 - 4 - 5 + 6 - 7 - 8 = 5$.
41. 1 жёлтый шарик. 42. Женя — девочка.
43. А — рыцарь, Б — лжец, В — лжец, преступник.
44. Петя на 6 минут быстрее. 46. 24 способами. 47. 4 банки.
48. 16 здоровых. 49. 159 цветков.
51. Хозяйки потратили денег поровну, но вторая купила больше молока.
52. Воскресеньем. 53. 50 листов. 54. 3 листа. 55. Ване 15 лет.
56. Да. 57. Принцесса в комнате I. 58. 41 312 432.
59. Одинаково (см. задачу 1 уровня 3 на с. 61).

60. 60 тюльпанов. 61. 67 см. 62. 39, 30, 27 или 26. 63. 100 м.
 64. а) 126 см^2 ; б) 50 см. 65. $27\,400 \text{ см}^2$; 480 см.
 68. 10 км. 69. $\frac{1}{4}$. 70. 105 долларов.
 71. 24 рыжих и 11 черноволосых. 72. 25 см^2 . 74. За 59 минут.
 75. Через 30 дней. 76. За 200 прыжков. 77. За 7 дней.
 78. 24 полена. 79. 9 пачек. 80. 43 года. 81. 5050 матчей.
 82. 9 щук. 84. 28 см. 85. Ключик находился в зелёной коробке.
 87. Принцесса в комнате III. 88. За 35 дней. 89. 16 см^2 .
 90. 70 шаров. 91. 18, 10 и 8 воробьёв. 92. 1500 дм^2 .
 93. Например, 25. 94. 5 и 6.
 95. Валентин пробегает $50 \cdot 60 = 3000 \text{ см}$ за 100 с, т. е. его скорость равна 30 см/с , что составляет 18 м/мин .
 96. В январе. 97. В 14:00. 98. 45 лет. 100. в), г), д).



102. 13, 2, 17. 103. Первый. 104. 16 парт. 105. 40 минут.
 106. 32 л. 107. 44 способами. 108. 2. 109. 52.
 111. 59 белых шариков. 112. 8 банок.
 113. 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112 лет.
 114. Подсказка. Проверьте, делится ли 773 на 3.
 115. У зелёного 6 ног, у остальных по 7. 116. а) 50 см; б) 144 см^2 .
 117. 3 дня и 180 дней. 118. 78 человек и 26 человек. 119. 9 лет.
 120. Нет. Подсказка. Используйте чётность.
 121. 200 человек. 122. Петя — 1, Юра — 2, Витя — 3, Серёжа — 4.
 123. 9 км. 124. 33. 125. За 30 с. 126. В пятницу или субботу.
 127. В понедельник. 128. 1199 камешков. 129. Поровну.
 130. 5 кг. 131. 2 фотографии. 132. На 10 минут.
 133. Иванов Сидор, Петров Иван, Сидоров Пётр. 134. 18 кусков.
 135. Валя. 136. 22 окуня.
 137. Верны утверждения а), б), г), ё). Можно зачеркнуть число 179, тогда утверждение ё) окажется ложным и ложных утверждений будет больше, чем истинных.

138. Артём играет в «Fortnite», Андрей — в «PUBG», Дима — в «Overwatch», Петя — в «Minecraft».

139. 20 кг овощей суммарно. 140. 30 дворов.

141. Например, Иван Иванович Иванов, Иван Сидорович Сидоров, Александр Иванович Сидоров, Александр Сидорович Иванов.

142. Через 12 минут. 143. 20 копеек.

144. Алексеев преподаёт биологию и математику, Воронин — английский и историю, Соколов — физику и химию.

145. 2160 кг. 146. 18. 147. Нет. 148. На 975 г.

149. На 990-м месте. 150. 9 коней.

Больше ответов смотри по ссылке.



Литература

1. Алексеев Д. В. Логика. М.: Школа имени А. Н. Колмогорова, 2009.
2. Болховитинов В. Н. и др. Твое свободное время (Занимательные задачи, опыты, игры). М.: Детская литература, 1970.
3. Виленкин Н. Я. Математика. 5 класс: Учебник для пятого класса общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2013.
4. Галкин Е. В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: учебное пособие для учащихся 7—11 классов. Челябинск: Взгляд, 2005.
5. Гейдман Б. П. др. Математика. Учебник для 4 класса общеобразовательных учреждений: В 2 ч. М.: МЦНМО, 2010.
6. Гейдман Б. П. Подготовка к математической олимпиаде. Начальная школа. 2—4 классы. М.: Айрис-пресс, 2007.
7. Генкин С. А. и др. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2022.
8. Киселёв А. П. Арифметика. М.: Физматлит, 2002.
9. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки. Задачи для математического кружка. М.: МЦНМО, 2010.
10. Крылов А. С., Бутенко А. В. Задачи, которые может решить каждый. Книга для очкариков... и не только. Красноярск: Краснояр. гос. ун-т., 1995.
11. Мерзляк А. Г. и др. Математика. 5 класс. М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2018.
12. Никольский С. М. Математика. 5 класс: Учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2017.
13. Пушкин С. А., Шириков Е. Н. Задачник для пятых классов по математике 57-й школы. М., 2014—2015.
14. Смаллиан Р. М. Как же называется эта книга? М.: ИД Мещерякова, 2007.
15. Смаллиан Р. М. Принцесса или тигр? М.: Мир, 1985.
16. Шевкин А. В. Текстовые задачи по математике для 5—6 классов. М.: ИЛЕКСА, 2016.
17. Интернет-сайт <http://mmmf.msu.ru/archive/> — Архив задач малого мехмата. Москва, 1993—2020.
18. Интернет-сайт <https://www.problems.ru/> — Задачи. Проект МЦНМО при участии школы № 57.
19. Интернет-сайт <http://www.1514.ru> — Гимназия № 1514.
20. Интернет-сайт <https://1543.ru> — Московская гимназия на Юго-Западе № 1543.
21. Интернет-сайт <https://239.ru> — Президентский ФМЛ № 239.

Учебно-методическое издание

Светлана Петровна Сусленкова

Задачи на логику... и не только. 4—6 класс

В соответствии с Федеральным законом № 436-ФЗ
от 29 декабря 2010 года издание маркируется знаком (6+)

Подписано к печати 20.08.2024 г. Формат 60 × 90/16. Печать офсетная.
Объем 15 печ. л. Тираж 3000 экз. Заказ № ВЗК-03893-24.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Бол. Власьевский пер., 11. Тел. (499) 241-08-04.

Отпечатано в АО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА»
в полном соответствии с качеством предоставленных оригиналов.
610033, г. Киров, ул. Московская, 122. Факс (8332) 53-53-80, 62-10-36.
<http://www.gipp.kirov.ru> e-mail: order@gipp.kirov.ru

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745-80-31. E-mail: biblio@mccme.ru

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ...

И НЕ ТОЛЬКО!



Библио-Глобус

Москва, Мясницкая 5/7 стр. 1 Тел.: 499-61-781 1998
http://biblio-globus.ru



КТК:

9 785443 191853
Сусленкова С.П. Задачи на
Цена: 499,00