

МАТЕМАТИКА (10-13 лет) (преподаватель Мария Шаульская)

День 1. Логика. Кто прав?

1. Петин кот перед дождём всегда чихает. Сегодня он чихнул. ``Значит, будет дождь'' - думает Петя. Прав ли он?
2. В день рождения дяди Фёдора почтальон Печкин хочет выяснить, сколько тому лет. Шарик говорит, что дяде Фёдору больше 11 лет, а кот Матроскин утверждает, что больше 10 лет. Сколько лет дяде Фёдору, если известно, что ровно один из них ошибся? Ответ обоснуйте.
3. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденном бульоне. На суде Мартовский Заяц заявил, что бульон украл Болванщик. Соня и Болванщик тоже дали показания, но что они сказали, никто не запомнил, а запись смыло Алисиными слезами. В ходе судебного заседания выяснилось, что бульон украл лишь один из подсудимых и что только он дал правдивые показания. Так кто украл бульон?
4. Государство Диполия населено лжецами и рыцарями, причём лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Путешественник едет по этой стране в сопровождении официального гида и знакомится с другим жителем. "Вы, конечно, рыцарь?" -- спрашивает он. Туземец его понимает и отвечает "Ырг", что означает то ли "да", то ли "нет". На просьбу перевести гид говорит: "Он сказал - да. Добавлю, что на самом деле он лжец". А вы как думаете?
5. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: "Сколько рыцарей среди твоих спутников?". Первый ответил: "Ни одного". Второй сказал: "Один". Что сказал третий?
6. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме двух, — Говорящие Коты; все, кроме двух, — Мудрые Совы; остальные — Усатые Тараканы. Сколько обитателей в избушке у Бабы Яги?

День 2. Логика. Соотнесение.

1. Три подруги были на выпускном балу в белом, красном и голубом платье. Их туфли были тех же трёх цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвета платьев и туфель у подруг.
2. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном было просо, в другом — мак, а в третьем — ещё не разобранный смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них прикрепила по табличке: "Мак", "Просо" и "Смесь". Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная надпись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно-единственное зёрнышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?
3. Беседуют трое: Белокуров, Чернов и Рыжов. Брюнет сказал Белокурову: "Любопытно. Что один из нас русый, другой - брюнет, а третий - рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии". Какой цвет волос имеет каждый из беседующих?
4. Во всех зоопарках, где есть слоны и носороги, нет жирафов. Во всех зоопарках, где есть носороги и нет жирафов, есть слоны. Наконец, во всех зоопарках, где есть слоны и жирафы, есть и носороги. Может ли быть такой зоопарк, в котором есть слоны, но нет ни жирафов, ни носорогов?
5. Мастер спорта Седов, кандидат в мастера Чернов и перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед тренировкой. -- Обратите внимание, — заметил черноволосый, — один из нас седой, другой — рыжий, третий — черноволосый. Но ни у одного из нас цвет волос не совпадает с фамилией. Забавно, не правда ли? -- Ты прав, — подтвердил мастер спорта. Какого цвета волосы у кандидата в мастера?
6. Однажды Миша, Витя и Коля заметили, что принесли в детский сад одинаковые игрушечные машинки. У Миши есть машинка с прицепом, есть маленькая машинка и есть зелёная машинка без прицепа. У Вити есть машинка без прицепа и маленькая зелёная с прицепом, а у Коли — большая машинка и маленькая синяя с прицепом. Машинку какого вида (по цвету, размеру и наличию прицепа) принесли мальчики в детский сад? Ответ объясните.

День 3. Принцип Дирихле.

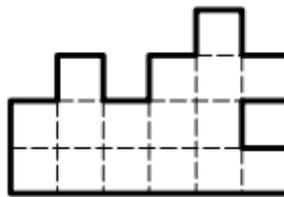
1. А) 8 кроликов посадили в 7 клеток. Докажите, что есть клетка, в которой оказалось по крайней мере 2 кролика. Б) 50 кроликов посадили в 7 клеток. Докажите, что найдётся клетка, в которой оказалось не менее 8 кроликов.
2. В лесу растёт миллион ёлок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что в лесу найдутся две ёлки с одинаковым числом иголок.
3. В мешке лежат шарики двух разных цветов: чёрного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?
4. В школе 30 классов и 1000 учащихся. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.
5. Обязательно ли среди двадцати пяти "медных" монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 3, 5 коп.) найдётся семь монет одинакового достоинства?
6. А) Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели. Б) Докажите, что среди жителей Москвы найдутся десять тысяч, празднующих день рождения в один и тот же день.

День 4. Круги Эйлера.

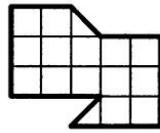
1. В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой увлекаются 15 человек, биологией — 20, а математикой и биологией одновременно — 10?
2. На прогулку пошли шестиклассники и пятиклассники. Все они были либо босиком, либо в тапочках. Шестиклассников было 24, а босых учеников 16. Обутой пятиклассников было столько же, сколько босых шестиклассников. Сколько учеников ходили на прогулку?
3. Восьмого марта в кино пришло 100 ребят. На приключенческий фильм было продано 87 билетов, а на комедию — 63. Сколько ребят посмотрели и тот фильм, и другой? (Каждый посмотрел по меньшей мере один из фильмов.)
4. Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 ребят, на скейтборде — 28, на роликах — 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах — 10, на сноуборде и на роликах — 5, а на всех трёх — 3. Сколько ребят не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах? (В число умеющих кататься на сноуборде включены те, кто умеет кататься ещё на чём-либо, и так далее).
5. В классе послушных девочек столько же, сколько непослушных мальчиков. Кого в классе больше: мальчиков или послушных детей?
6. In a school, there are 47 pupils in year ten. Nine girls are in the netball squad and twelve girls are in the athletics squad. Three girls are in both squads and seven girls are in neither squad. Thirteen boys are in the football squad and eight boys are in the basketball squad. Five boys are in neither squad. How many boys in year ten are in the football squad and the basketball squad?

День 5. Разрезания

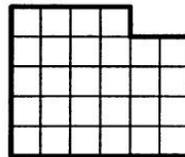
1. Зайцы пилят бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?
2. Бублик режут на сектора. Сделали 10 разрезов. Сколько получилось кусков?
3. Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов.
4. Разрежьте фигуру справа на наименьшее число частей, из которых можно было бы сложить квадрат. (Подсказка: достаточно двух частей).



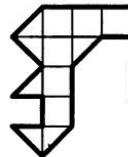
5. Разрежьте каждую из фигур на рисунке на две равные по площади и по форме части.



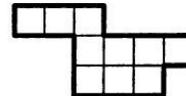
а)



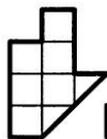
б)



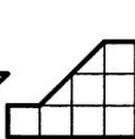
в)



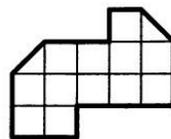
г)



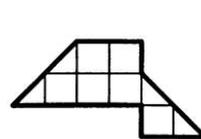
д)



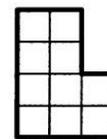
е)



ж)



з)



и)

День 6. Взвешивания.

1. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?
2. Есть 5 монет. Из них три настоящие, одна – фальшивая, которая весит больше настоящей, и одна – фальшивая, которая весит меньше настоящей. За три взвешивания определите обе фальшивые монеты.
3. Известно, что мешок сахара весит 16 кг. Каким образом можно при помощи чашечных весов без гирь отмерить: а) 1 кг; б) 10 кг сахара?
4. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?
5. 9 монет лежат по кругу. Известно, что среди них ровно три фальшивые, и они лежат подряд. Все фальшивые монеты весят поровну и легче настоящих монет. Все настоящие монеты весят поровну. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти все три фальшивые монеты?
6. У капитана Флинта есть 10 мешков с монетами. Ему известно, что в девяти мешках монеты настоящие, а в одном — фальшивые, причём настоящая монета весит 10 г, а фальшивая — 9 г. Как при помощи весов со стрелкой (которые показывают, насколько одна чаша тяжелее другой) за одно взвешивание определить, в каком мешке фальшивые монеты?

День 7. дох йынтарбо.

1. Саша задумал число, прибавил к нему 5, умножил на 3, поделил на 8 и в итоге получил 3. Какое число задумал Саша?
2. Оля, Коля и Толя пришли в столовую. Коля съел половину всех пончиков, после чего продавщица отложила один пончик для директора столовой. После этого Толя съел половину оставшихся пончиков. Увидев это, продавщица отложила один пончик себе, после чего Оля доела оставшиеся два пончика. Сколько пончиков съел Толя? А Коля?
3. Улитка хочет подняться на вершину тополя высотой 29 м. Известно, что за день она проползает вверх 5 м, но за ночь во сне сползает вниз на 1 м. На какой день улитка достигнет цели?
4. В стакане находится одна бактерия. Через секунду она делится пополам. Каждая из получившихся бактерий через секунду также делится пополам и так далее. Через минуту стакан заполнился. а) Через какое время стакан был заполнен наполовину? б) через какое время заполнится стакан, если изначально в нём находилось 4 бактерии?
5. За столом сидят Катя, Лиза, Маша и Настя, и у каждой из них есть персики. Сначала Катя отдала каждой из остальных девочек столько персиков, сколько у той уже было. Затем так же поступила Лиза, потом Маша и, наконец, Настя. В результате у всех девочек оказалось по 32 персика. Сколько персиков было у каждой из них сначала?
6. Один Бездельник захотел получить денег и заключил сделку с Чёртом. Теперь каждый раз, когда Бездельник переходит мост через речку, количество имеющихся у него денег удваивается. Но за это он отдаёт Чёрту каждый раз по 24 копейки. Сколько денег было у Бездельника, если он прошёл по мосту 3 раза и деньги у него закончились?

День 8. Комбинаторика.

1. Сколько существует трёхзначных чисел? Четырёхзначных?
2. Монету бросают трижды. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить?
3. В футбольной команде (11 человек) нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
4. а) В магазине "Всё для чая" есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем? б) В магазине есть ещё 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить комплект из чашки, блюдца и ложки? в) В магазине по-прежнему продаётся 5 чашек, 3 блюдца и 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить два предмета с разными названиями?
5. У двух начинающих коллекционеров по 20 марок и по 10 значков. Честным обменом называется обмен одной марки на одну марку или одного значка на один значок. Сколькими способами коллекционеры могут осуществить честный обмен?
6. Сколькими способами можно заполнить одну карточку в лотерее "Спортпрогноз"? (В этой лотерее нужно предсказать итог тринадцати спортивных матчей. Итог каждого матча – победа одной из команд либо ничья; счёт роли не играет).
7. Назовём натуральное число "симпатичным", если в его записи встречаются только нечётные цифры. Сколько существует четырёхзначных "симпатичных" чисел?

День 9. Календарь, время.

1. У Димы есть стрелочные часы, которые показывают точное время ровно дважды в сутки. Как такое может быть?
2. Чтобы приготовить гренки, нужно обжарить кусочек хлеба с двух сторон, по 3 минуты с каждой стороны. Как приготовить 3 гренки за 9 минут на сковороде, на которой помещаются ровно два кусочка хлеба?
3. В январе некоторого года было 4 понедельника и 4 пятницы. Каким днём недели могло быть 20-е число этого месяца?
4. Василий заметил, что дата 16.02.2016, записанная цифрами, обладает интересной особенностью: переставив некоторым образом первые четыре цифры, можно получить номер года. А какие ещё даты в этом году обладают тем же свойством?
5. Стрелочные часы показывают 07:20. Какой угол (в градусах) образуют их стрелки в этот момент?
6. Тёма сказал Коле: «Позавчера мне ещё было 10 лет, а в следующем году мне исполнится 13!» Мог ли такой разговор состояться в какой-либо день какого-либо года?
7. В городе Н-ске для ограничения транспортного потока для каждой автомашины устанавливаются два дня недели, в которые она не может выезжать на улицы города. Фирме нужно каждый день иметь в распоряжении не менее 10 машин. Каким наименьшим количеством машин можно обойтись, если для каждой машины директор фирмы может сам выбрать запрещённые дни, но менять их после этого нельзя?