

## Занятие 5. Теория вероятности 2

$\Omega$  – множество элементарных исходов

$\mu$  – мера над этим множеством (площадь)

### Классическая вероятность

Событие это множество состоящее из элементарных исходов

$\mathbb{P}(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$  – вероятность события  $A \subseteq \Omega$

$\mathbb{P}(\{\omega\}) = 0$  – элементарные события имеют нулевую вероятность

**Пример:** бросание дартс

$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$  – круг мишени

$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq r^2\}$  – область центра

$\mathbb{P}(A) = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{r^2}{R^2}$  – вероятность попадания в центр

$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2 \wedge x \geq 0\}$  – попадание в правую область

$\mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$  – вероятность попадания в правую половину

### Задания

1. В прямоугольник  $5 \times 4$  см<sup>2</sup> вписан круг радиуса 1.5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?
2. Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте, с 12.00 до 13.00 часов и ждете друг друга в течение 5 минут?
3. На отрезок  $AB$  длины 1, брошена точка  $M$  так, что любое ее положение на отрезке равновозможно. Найти вероятность того, что меньший из отрезков ( $AM$  или  $MB$ ) имеет длину, большую чем  $\frac{1}{3}$ , то есть  $\mathbb{P}(\min(AM, MB) > \frac{1}{3}) = ?$
4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше трех, не превзойдет трех, а их произведение будет не больше  $\frac{2}{7}$ ?
5. Наудачу взяты два положительных числа  $x$  и  $y$ , каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма  $x + y$  не превышает единицы, а произведение  $xy$  не меньше 0.09.
6. На отрезке  $AB$  длиной  $l$  независимо одна от другой поставлены 2 точки  $L$  и  $M$ , положение каждой из которых равновозможно на  $AB$ . Найти вероятность того, что точка  $L$  будет ближе к точке  $M$ , чем к точке  $A$ .
7. Моменты начала двух событий наудачу распределены в промежутке времени от  $T_1$  до  $T_2$ . Одно из событий длится 10 мин., другое –  $t$  мин. Определить вероятность того, что: а) события «перекрывают» по времени; б) «не перекрываются».  $T_1 = 1100$ ,  $T_2 = 1300$ ,  $t = 15$ .

## Домашнее задание

1. От деревянной дощечки, размером  $10 \times 10$  см, отшливают квадрат  $2 \times 2$  см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная на доску, окажется внутри отшлифованного квадрата?
2. Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте, с 12.30 до 13.00 часов и ждете друг друга в течение 7 минут?
3. Выбрав наугад точку в области  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ , найдите вероятность того, что она окажется внутри круга радиуса  $\frac{1}{2}$ , центр которого находится в точке  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .