Крис Уоринг

Формулы на все случаи жизни

Как математика помогает выходить из сложных ситуаций

Представьте, что вы в падающем самолете. Без паники! Из сари вашей соседки можно сделать парашют и остаться в живых, надо лишь правильно рассчитать площадь материала. Это всего один пример того, как знание нужной формулы может пригодиться нам в самых неожиданных ситуациях. В копилке британского математика Криса Уоринга таких много, ведь он как никто другой умеет просто и с юмором объяснять сложные вещи. Уоринг написал эту книгу, чтобы рассказать о прелести и пользе уравнений на примере бытовых и экстраординарных событий — от расчета оптимальной схемы для охраны одного из шедевров Лувра до спасения человечества во время энергетического кризиса. Даже если вы не любили математику в школе, прочитайте эту книгу, чтобы полюбить формулы и научиться применять их в жизни.

КРИС УОРИНГ

ФОРМУЛЫ НА ВСЕ СЛУЧАИ ЖИЗНИ

Как математика помогает
выходить из сложных ситуаций

AN EQUATION FOR EVERY OCCASION

SIMPLE FORMULAS FOR SURVIVING THE UNEXPECTED

CHRIS WARING

Michael O'Mara Books Limited

КРИС УОРИНГ

ФОРМУЛЫ НА ВСЕ СЛУЧАИ ЖИЗНИ

Как математика помогает
выходить из сложных ситуаций

Перевод с английского

альпина
паблишер
Москва
2022

УДК 51-7+51-8
ББК 22.12 + 22.161.6
У64

Переводчик Анна Туровская
Научный редактор Владислав Турченко
Редактор Любовь Макарина

Уоринг К.

У64 Формулы на все случаи жизни: Как математика помогает выходить из сложных ситуаций / Крис Уоринг : Пер. с англ. — М. : Альпина Паблишер, 2022. — 194 с., ил.

ISBN 978-5-9614-7818-1

Представьте, что вы в падающем самолете. Без паники! Из сари вашей соседки можно сделать парашют и остаться в живых, надо лишь правильно рассчитать площадь материала. Это всего один пример того, как знание нужной формулы может пригодиться нам в самых неожиданных ситуациях. В копилке британского математика Криса Уоринга таких много, ведь он как никто другой умеет просто и с юмором объяснять сложные вещи. Уоринг написал эту книгу, чтобы рассказать о прелести и пользе уравнений на примере бытовых и экстраординарных событий — от расчета оптимальной схемы для охраны одного из шедевров Лувра до спасения человечества во время энергетического кризиса. Даже если вы не любили математику в школе, прочитайте эту книгу, чтобы полюбить формулы и научиться применять их в жизни.

УДК 51-7+51-8
ББК 22.12 + 22.161.6

ISBN 978-5-9614-7818-1 (рус.)
ISBN 978-1-7892-9222-0 (англ.)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Уравнения и формулы. Большинству из нас они знакомы по школьным урокам математики, физики и химии. Но, вероятнее всего, даже те из них, что были некогда вызубрены для экзаменов, теперь пылятся где-то на задворках нашего взрослого разума — позабытые и, казалось бы, совершенно ненужные. В конце концов, нам действительно чаще всего требуются простейшие арифметические действия, а в самом крайнем случае (скажем, за неделю до зарплаты) — умение пользоваться калькулятором на смартфоне. Так зачем возвращаться к этим никчемным, бесполезным, никому не нужным штукам, если для задачи, которая внезапно потребовала решения, уже наверняка придумали приложение, электронную таблицу или программу?

Насколько мы можем судить, наша Вселенная подчиняется неким законам. Мы называем эти законы наукой и записываем математическим языком — при помощи уравнений. Абсолютно все — от образования галактик до расположения веснушек на носу ребенка — есть результат решения уравнений. Нравится вам это или нет, предпочитаете ли вы «метод научного тыка» или упорядоченные действия — уравнения сопровождают каждый аспект вашей жизни. Совершенно неважно, насколько решение уравнений доступно вашему пониманию — они управляют всем, что происходит вокруг. Так может быть, пора поближе познакомиться с миром математики?

Безусловно, уравнения помогут вычислить, какой дистанции следует придерживаться, чтобы избежать столкновения машин в час пик. Но они могут оказаться полезными и в чрезвычайных обстоятельствах — когда на кону стоит больше, чем выплата по страховке. Что, если вместо того, чтобы поутру тащиться на скучную работу в офис мистера Претенциозность, вы перехватываете сообщение от обитателей другой галактики? Или, останавливая чудовищный разлив нефти в Тихом океане, предупреждаете международный конфликт? В старом добром уравнении нуждаются даже важные для всех и шаткие с точки зрения международной дипломатии ситуации. Математика — то, что движет миром, а совершенствование математических знаний — то, что поможет развитию технологий и, возможно, спасет планету от экологической катастрофы!

Однако прежде, чем приняться за спасение жизней, давайте вспомним основы математики. Они понадобятся, если вы хотите читать эту книгу хоть сколько-нибудь осознанно.

Любому из нас, бывает, требуется помощь с математикой. Даже такие гении, как Исаак Ньютон и Альберт Эйнштейн, время от времени затруднялись записывать свои теории математическим языком и обращались за помощью к экспертам. Я не смогу быть рядом и помогать, пока вы читаете. Но я написал несколько пояснений: они облегчат понимание тех вещей, которые вы, возможно, успели подзабыть со школьных времен. Уверены в собственных знаниях — пропускайте этот раздел. К нему можно будет вернуться, если вдруг поймете, что переоценили свои способности.

Порядок действий

Всякий раз, когда вы видите выражение, требующее вычислений — или операций, как это называют математики, — вам нужно определить последовательность шагов. В отличие от письма или чтения, где мы движемся слева направо, в математике необходимо следовать определенному порядку.

Вычисления следует производить согласно аббревиатуре BIDMAS*:

Скобки
Возведение в степень
Деление
Умножение
Сложение
Вычитание

Например, выражение $5 - 3 + (2 \times 8) \div 4^2$ содержит все шесть действий. Итак, начнем со скобок. Мы видим, что $2 \times 8 = 16$, и наш пример становится таким:

$$5 - 3 + 16 \div 4^2.$$

Далее по плану возведение в степень («в степени n» означает «в n раз больше»). Такую степень мы видим над числом 4. 4^2 — это число 4, умноженное само на себя. Поскольку $4 \times 4 = 16$, мы получаем:

$$5 - 3 + 16 \div 16.$$

* Аббревиатура BIDMAS происходит от принятой в математике последовательности операций: brackets (скобки), indices (степени), division (деление), multiplication (умножение), addition (сложение), subtraction (вычитание). — *Прим. пер.*

Затем идет деление: $16 \div 16 = 1$. Теперь наше выражение принимает вид:

$$5 - 3 + 1.$$

Сложение –3 и 1 дает нам –2:

$$5 - 2.$$

У нас на руках остается простое вычитание:

$$5 - 2 = 3.$$

Сокращение дробей

Эквивалентность дробей — важное понятие: это означает, что дроби, пусть и записанные по-разному, могут соответствовать одному и тому же числу. Например, как мы знаем, одна вторая — то же самое, что и две четверти:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}.$$

Дроби принято оставлять в несократимом виде, то есть использовать наименьший возможный знаменатель (число под чертой) при целом числителе (число над чертой). Будь нам неизвестно, что две четверти эквивалентны половине, мы могли бы сократить дробь, найдя число, которому кратны и числитель, и знаменатель. Для двух четвертей оно будет равно двум, так как на него делятся и 2, и 4. Поделив оба числа на 2, мы сократим дробь, но ее значение останется таким же.

Если бы у нас было восемь двенадцатых, мы могли бы разделить числитель и знаменатель на 2 или на 4. Чтобы полностью сократить дробь, используем наибольший общий делитель:

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}.$$

Нет такого числа, которому были бы кратны 2 и 3, значит, наша работа завершена.

Степени и корни

Пример возведения в степень мы видели в подразделе «Порядок действий». Степень показывает, сколько раз число следует умножить само на себя. Так, вместо 3^5 мы могли бы написать $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$. Истинное значение 3^5 составляет 243 — а это, согласитесь, совсем не то же самое, что $3 \times 5 = 15$ (при возведении в степень такую ошибку допускают очень часто).

Извлечение корня — операция, обратная возведению в степень. Лучше всего мы знакомы с квадратными корнями, обозначающими действие, противоположное — или обратное, как выражаются математики, — возведению в квадрат (однократное умножение числа на себя). Например:

$$8^2 = 8 \times 8 = 64;$$

$$\sqrt{64} = 8.$$

Возведя 8 в квадрат, мы извлекаем из полученного числа квадратный корень и возвращаемся к тому, с чего начали. А дальше мы можем возводить число в любую степень, которая будет отлична от второй, и точно так же извлекать любой корень, отличный от квадратного: например, вычислить значение третьей степени числа 8 и извлечь из полученного кубический корень:

$$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512;$$

$$\sqrt[3]{512} = 8.$$

Решение уравнений

Строго говоря, уравнение — это задача с неизвестным. Сумеете ли вы найти неизвестное, если я скажу, что, умножив его на 4 и прибавив 3, мы получим 13? Алгебра позволяет записать задачу в кратком виде. Заменим загаданное число буквой y — переменной, и мой вопрос станет выглядеть так:

$$4 \times y + 3 = 13.$$

Чтобы еще больше упростить запись и заодно избежать путаницы между знаком умножения и буквой x, сократим $4 \times y$ до $4y$:

$$4y + 3 = 13.$$

Чтобы определить неизвестное число, то есть найти решение, или корень уравнения, начинаем с правой части выражения (суммы) и производим действия в обратном порядке. Из числа 13 вычитаем 3, а полученную разность делим на 4:

$$y = (13 - 3) \div 4.$$

Обратите внимание: наша первая операция — вычитание — заключена в скобки. Не будь их, нам пришлось бы, согласно установленному порядку действий, начинать с деления. Итак:

$$y = (13 - 3) \div 4;$$
$$y = 10 \div 4;$$
$$y = 2{,}5.$$

Уравнение решено! Имейте в виду, что есть и альтернатива: разбивать обратные операции на несколько этапов. Такой подход пригодится, если неизвестное встречается несколько раз:

$$3a + 6 = 7a - 2.$$

Например, если мы увеличим обе части уравнения на 2, то в правой избавимся от –2. Задача примет следующий вид:

$$3a + 8 = 7a,$$

затем из обеих частей вычтем 3a:

$$8 = 4a,$$

и, наконец, разделив и левую, и правую части на 4, получим ответ:

$$a = 2.$$

Этот метод прекрасно работает в приведенных выше линейных уравнениях — задачах с неизвестным без степени. Квадратные уравнения, то есть те, где подлежащее определению число возведено в квадрат, сложнее, поскольку у них может быть два, один или даже ни одного корня. И, хотя есть различные методы решения подобных задач, я, опустив подробности, просто предложу использовать для вычисления формулу $ax^2 + bx + c = 0$. Итак, никакого волшебства:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Оставлю ее как вызов самому добросовестному из читателей. Пусть проверит!

Формулы

Формула — это способ показать математическую связь между величинами. Например, фут равен 30,48 см. Мы можем представить это следующей формулой:

$$c = 30{,}48f.$$

Буква f обозначает количество футов, c — количество сантиметров. Будь мы в США, где фут все еще остается стандартной единицей измерения длины, отношение помогло бы нам вычислить, сколько сантиметров в 6 футах. Нужно только заменить f на 6:

$$c = 30{,}48 \times 6;$$
$$c = 182{,}88.$$

Итак, 6 футов — это 182,88 см.

В приведенном примере c — преобразуемое выражение. Если известна длина в сантиметрах, но ее следует перевести в дюймы, f нужно перенести в левую часть формулы, то есть должно получиться «f =». Действия будут напоминать решение уравнения. Чтобы вычислить c, мы умножали f на 30,48. Значит, разделив c на 30,48, получим:

$$f = c \div 30{,}48.$$

Другими словами, если бы мы захотели узнать, сколько футов в 182,88 см, то разделили бы это число на 30,48, получив 6 футов.

Неравенства

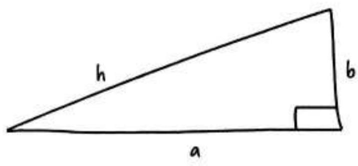
Часто цель математических действий — удостовериться и показать, что x равно определенному числу. Но иногда подобная конкретика нежелательна или невозможна, поскольку есть необходимость рассмотреть диапазон значений. Именно для этого мы и прибегаем к неравенствам. Допустим, по опыту мне известно, что каждое воскресенье за обедом моя семья съедает больше 7, но до 12 картофелин. Если представить количество картофеля в виде p, то «больше 7» будет выглядеть как $p > 7$. Предлагаю рассматривать символ неравенства как пасть прожорливого крокодила, который всегда норовит выбрать из двух объектов тот, который больше (в нашем случае это p), и съесть его. Поскольку «7 меньше p» означает то же, что и «p больше 7», выражение можно записать и наоборот: $7 < p$. «До 12» означает, что p может быть как меньше, так и равно 12. Неравенство будет выглядеть следующим образом: $p \leq 12$. У символа появилась дополнительная палочка, которая означает, что p способно быть не только меньше, но и равняться 12. Записав рядом оба выражения, мы охватим весь диапазон возможных значений p:

$$7 < p \text{ и } p \leq 12, \text{ или}$$
$$7 < p \leq 12.$$

Это все, что нам следует знать, чтобы вычислить, сколько картофелин понадобится для воскресного обеда.

Теорема Пифагора

Эта легендарная теорема (а о других вы слышали хотя бы раз ?) устанавливает соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.



Квадрат самой длинной стороны треугольника, или гипотенузы, равен сумме квадратов других более коротких сторон (они же катеты). Если известна длина обоих катетов, гипотенуза вычисляется по этой формуле:

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Захотим узнать длину одной из коротких сторон — воспользуемся этой:

$$a = \sqrt{h^2 - b^2}.$$

Раскрытие скобок

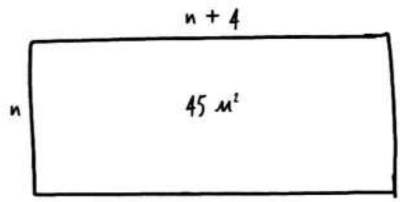
Бывает, что в уравнениях присутствуют скобки. Предположим, у нас есть некое число. Если прибавить к нему 4, а потом умножить полученную сумму на исходное число, получится 45. Все это можно представить в виде вот такого уравнения:

$$n \times (n + 4) = 45.$$

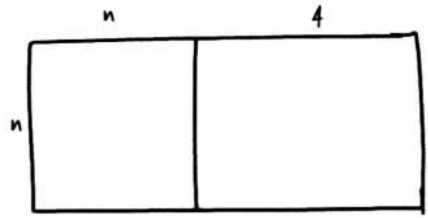
Знак умножения при записи обычно опускается:

$$n(n + 4) = 45.$$

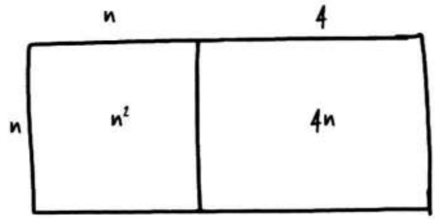
Прежде чем решить уравнение, нужно избавиться от скобок. Чтобы облегчить задачу, предлагаю представить ее в виде прямоугольника, одна сторона которого равна n метров (м), другая — n + 4 метров. Он будет выглядеть так:



Поделив длинную сторону на два отрезка, один из которых имеет длину n метров, а другой — 4 метра, получим прямоугольник и квадрат:



Теперь можем определить площадь каждой фигуры:



Таким образом, общая площадь прямоугольника получается равной $n^2 + 4n$, что составляет 45:

$$n^2 + 4n = 45.$$

Видите? Скобок больше нет! Процесс называется умножением на скобку, или ее раскрытием. Полученное квадратное уравнение решается с помощью формулы, приведенной в подразделе «Решение уравнений».

Вынесение за скобки общего множителя

Алгебраический метод, противоположный раскрытию скобок, может быть полезен при решении уравнений или преобразовании формул. Рассмотрим на примере:

$$4 \times 3 + 5 \times 3 = (4 + 5) \times 3.$$

Проведя операции, получим:

$$12 + 15 = 9 \times 3$$
$$27 = 27.$$

Равенство истинно. Истинно и то, что мы могли бы заменить тройку любым другим числом и получить: четыре раза по столько-то плюс пять раз по столько-то — это девять раз по столько-то. Если вместо «столько-то» мы возьмем букву, выражение станет алгебраическим, а задача примет такой вид:

$$4a + 5a = (4 + 5)\ a.$$

Обе части уравнения здесь, конечно, равны 9a. Такой процесс называется вынесением за скобки общего множителя. Можем пойти еще дальше и заменить 4 и 5 на другие неизвестные:

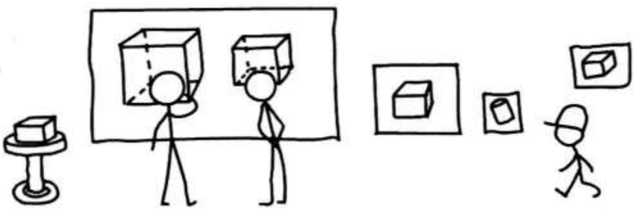
$$Xa + Ya = (X + Y)a.$$

Это умение — выносить общий множитель за скобки — пригодится при решении уравнений, где одно и то же неизвестное встречается несколько раз.

Надеюсь, что вышеизложенные основы помогли вам освежить воспоминания, и теперь вы готовы рассмотреть первую ситуацию. Все еще не уверены в собственных силах? Не волнуйтесь. В каждой главе мы внимательно, шаг за шагом и с подробными объяснениями разберем любую возможную проблему. Да, и никаких экзаменов. Возможно, вам это и не приходило в голову после школы, но, прочитав эту книгу, вы поймете, что на самом деле для каждого случая есть свое уравнение.

ГЛАВА 1

ПРЯМИКОМ ИЗ ЛУВРА



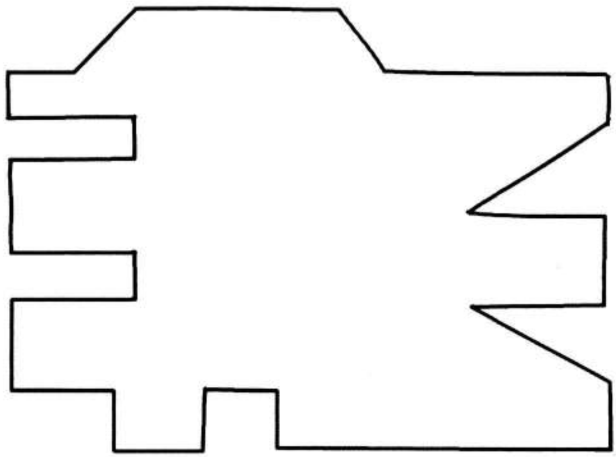
Как частный консультант по безопасности вы не имеете себе равных: ряд недавних громких дел даже привлек внимание международных СМИ. Но как только на пороге вашего офиса появляется разодетая по последней парижской моде дама, вы тут же отменяете все свои встречи и, предложив ей чай/кофе, соглашаетесь выяснить, кто из сотрудников Лувра подменяет шедевры практически идеальными копиями. Бюджет, который музей выделяет на безопасность, сильно ограничен. Вместе с заказчицей вам предстоит придумать, как при минимальном количестве охранников уберечь картины, скульптуры и прочие художественные ценности, представленные на выставке, которая недавно открылась... ну, скажем, в зале математического искусства. При этом заказчица требует, чтобы каждая часть экспозиции находилась под постоянным наблюдением хотя бы одного охранника. Как эффективно решить поставленную задачу?*

---

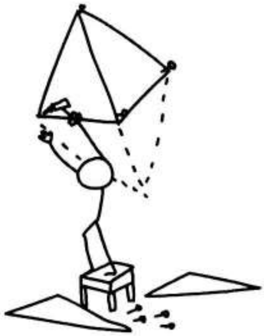
* Выдумка автора. — *Прим. пер.*

Мы должны обратиться к математической логике и попытаться мыслить геометрически. Давайте начнем рассуждать о помещении и его безопасности на языке математики. Итак: обозначьте необходимое количество охранников буквой g, а затем посмотрите, получится ли уменьшить это значение. Прежде всего вам нужно разобраться в многоугольниках (полигонах).

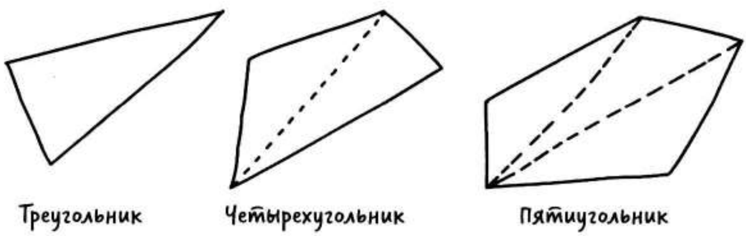
Многоугольники — плоские фигуры с прямыми сторонами. В большинстве случаев план помещения представляет собой совокупность многоугольников, которые в основном (но не всегда, что можно увидеть на представленной ниже планировке) имеют прямые углы.



Многоугольники принято называть по количеству сторон. Треугольник представляет собой многоугольник с тремя сторонами (для полигона это число сторон является минимально возможным). Если склеить два треугольника, сторона к стороне, получится четырехсторонняя фигура, известная как четырехугольник.

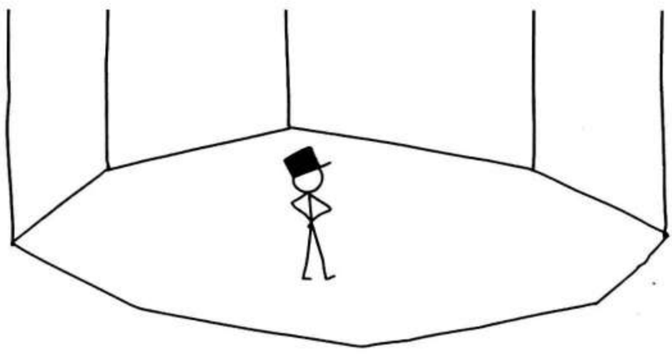


Четырехугольники — прямоугольник, квадрат, трапеция, дельтоид, параллелограмм и ромб. Добавьте к двум склеенным треугольникам еще один, и образуется пятиугольник — многоугольник с пятью сторонами. Приклеивая новые и новые треугольники, вы увеличиваете количество сторон полигона.



Многоугольники бывают выпуклыми и невыпуклыми. У первых все внутренние углы меньше 180°: это означает, что, если вы смотрите на фигуру со стороны, вам кажется, будто ее стороны, как и углы, выдаются вперед, то есть являются выпуклыми. У многоугольников второй разновидности, невыпуклых, как минимум пара-тройка внутренних углов больше 180°, и появляется ощущение, что углы направлены внутрь фигуры.

Вообразите, что находитесь в комнате, план которой выглядит как выпуклый многоугольник. Где бы вы ни стояли, для обзора доступен любой угол. Если выражаться математическим языком, у вас есть возможность провести прямую от своего местоположения к каждой точке в помещении. В таком контексте линия будет означать направление обзора, а значит, для охраны любой выпуклой комнаты хватит одного человека.



К сожалению, проектировщик зала математического искусства хотел блеснуть оригинальностью или, возможно, просто увеличить площадь экспозиции, поэтому помещение приобрело вид невыпуклого многоугольника с 28 сторонами — икосиоктагона, если использовать точный термин. Точки внутри помещения, из которой можно провести прямую линию в любую часть многоугольника, не пересекая его сторон, не существует, и потому у нас есть все основания заявить: для наблюдения понадобится больше одного охранника. Итак, нам известно, что $g > 1$. Наверное, это и так было очевидно, однако теперь у нас появилась отправная точка.

Как уже было сказано, многоугольник можно собрать из треугольников. И, как вы, вероятно, помните со школьных времен, внутренние углы последних составляют в сумме 180°. У треугольника три угла, каждый из которых должен быть меньше 180°, а значит, эта фигура точно не является невыпуклой. Получается, что для полноценной охраны любой треугольной комнаты достаточно одного человека. (Подобное заключение, конечно, не относится к четырехугольникам или многоугольникам с количеством сторон больше трех, так как любая из этих фигур может оказаться невыпуклой.) Итак, теперь вам известно, что на каждый из треугольников, составляющих икосиоктагон, клиентке потребуется самое большее по одному охраннику. В этой связи, наверное, есть смысл упомянуть, что треугольников в многоугольнике всегда на два меньше, чем сторон: треугольник — это один треугольник (что само собой разумеется) и три стороны, четырехугольник — два треугольника и четыре стороны, пятиугольник — это три треугольника и пять сторон…

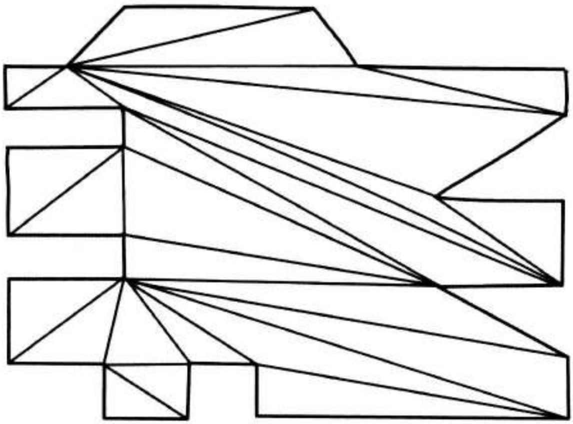
Итак, число g для комнаты с количеством стен n должно равняться по меньшей мере $n - 2$, что дает нам $g \leq n - 2$. Если объединить это неравенство с предыдущим ограничением, получим вот что:

$$1 < g \leq n - 2.$$

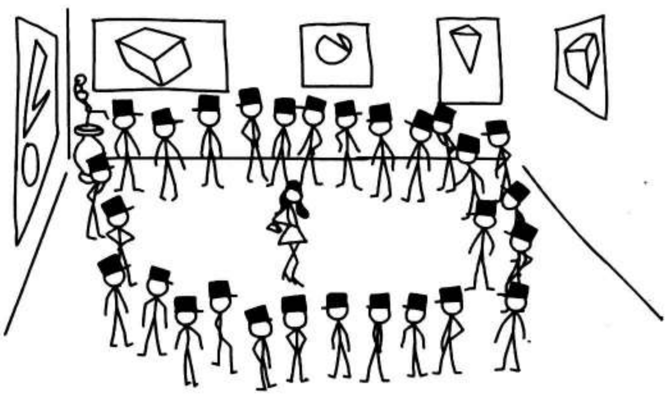
В случае с нашим залом, где по условию $n = 28$, диапазон возможных значений g будет представлен так:

$$1 < g \leq 26.$$

Разбить полигональное помещение на треугольники можно следующим образом:

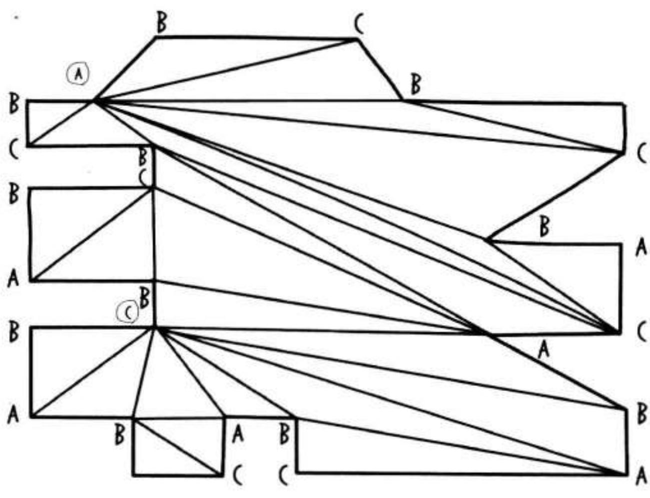


Разумеется, существуют и другие варианты, однако в том, что 28-сторонний полигон будет составлен из 26 треугольников, можно быть абсолютно уверенным.



Ход ваших рассуждений, кажется, устраивает клиентку, но у нее имеются вполне понятные опасения, что по залу — при достаточном бюджете — будут слоняться 26 охранников. Заверьте даму, что работа еще не закончена и что вы, приложив еще больше усилий, сумеете значительно уменьшить количество персонала.

Давайте подумаем, что получится, если распределить охранников по углам треугольников. Обозначим вершины каждого из них буквами A, B и C, причем таким образом, чтобы углы с одной и той же буквой не соседствовали друг с другом.



На иллюстрации буквы необходимо расставить в нужных местах.

«Почему это так важно?» — возможно, поинтересуетесь вы. Вот почему: выбрав вершину, обозначенную буквой A, B или C, и поместив туда соответствующего охранника, мы дадим каждой фигуре персонального наблюдателя, но некоторые из них будут обозревать больше одного треугольника. Дело в том, что некоторые углы относятся сразу к нескольким треугольникам. Разбивая помещение на простейшие выпуклые многоугольники, мы стремились, чтобы общими вершинами — особенно в двух углах зала, обведенных кружками, — обладало как можно большее количество треугольников. Таким образом, если у многоугольника n вершин, то количество углов, обозначенных как A, B или C, должно быть около n ÷ 3. Поскольку n ÷ 3 не обязательно будет целым числом, нам придется округлять его в меньшую сторону. В зависимости от точной формы помещения могут найтись способы, как еще уменьшить количество персонала, но будьте уверены: полученный ранее результат окажется верхней границей минимального числа охранников. Итак, теперь вы знаете:

$$1 < g \leq \lfloor n \div 3 \rfloor.$$

Такие полускобки означают округление в меньшую сторону. В нашей ситуации число охранников будет подсчитываться так:

$$1 < g \leq \lfloor 26 \div 3 \rfloor;$$

$$1 < g \leq 8\frac{2}{3};$$

$$1 < g \leq 8.$$

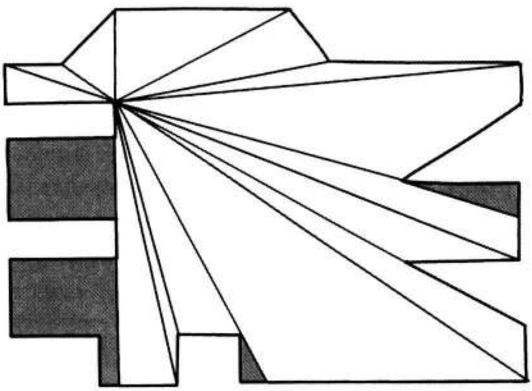
Это означает: независимо от конфигурации помещения с 28 сторонами для его охраны понадобится не более восьми человек. Клиентку это, кажется, радует — ведь количество персонала уменьшилось более чем втрое. Но можно ли улучшить результат?

А теперь вам придется пойти опытным путем и выявить те закономерности, что помогут улучшить промежуточный результат. Нет никакой гарантии, что эвристический подход поможет оптимизировать предыдущее решение, но клиентка совершенно точно обрадуется, если охранников в зале станет еще меньше.

Элегантное доказательство

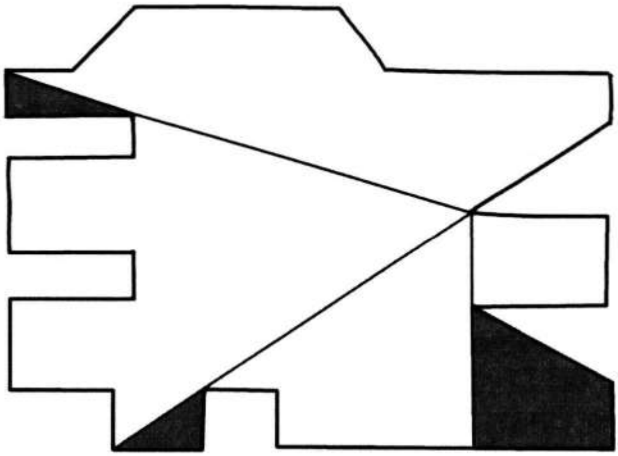
Теорема картинной галереи была доказана канадским математиком чешского происхождения Вацлавом Хваталом еще в 1970-х годах, а потом упрощена американским профессором Стивом Фиском. В этой главе приводится более простая, вторая версия. Математики называют это доказательство (оно приснилось Фиску, задремавшему в автобусе) «элегантным» — то есть простым и понятным даже неспециалисту решением сложной проблемы. По этой причине предложенные американцем рассуждения были включены в «Доказательства из Книги»* — сборник самых красивых и глубоких теорем из различных областей математики, составленный Мартином Айгнером и Гюнтером Циглером.

Вы замечаете, что на плане есть несколько мест с наилучшим обзором. Например, из точки на иллюстрации ниже зал просматривается почти полностью (за исключением заштрихованных областей):



* Айгнер М., Циглер Г. Доказательства из Книги: Лучшие доказательства со времен Евклида до наших дней. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015.

Следующего охранника вы помещаете таким образом, чтобы слепые пятна оказались в его поле зрения. Большинство нужных областей он увидит из этой точки:



За неохваченной крошечной зоной — она находится в нижнем левом углу — сможет наблюдать третий охранник.

Клиентка, которая выглядит приятно удивленной как простотой ваших рассуждений, так и экономией на охране, тянется к своей сумке Louis Vuitton — хочет выплатить гонорар.

— Не стоит, мадам, — останавливаете вы даму. — Я с радостью откажусь от денег в обмен на пожизненный абонемент в Лувр и индивидуальную экскурсию по залу математического искусства.

— Конечно, мсье, — подсчитывая в уме расходы на троих охранников, соглашается она.

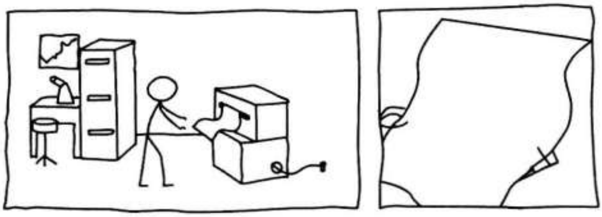
Очевидно, прежде чем совершить экскурсию, вам придется дождаться поимки преступника.

Сомнительный бизнес

Воровство и фальсификация произведений искусства были и остаются доходным делом. Даже Микеланджело начинал с копий — правда, по сравнению с некоторыми знаменитыми мастерами преступных дел он выглядит полным дилетантом. Так, британская семья Гринхолш с 1989 по 2006 год заработала миллион фунтов стерлингов, продавая подделки, сработанные в сарайчике на собственном заднем дворе. Шон Гринхолш, владеющий сразу несколькими художественными манерами, умелый скульптор и металлообработчик, был признан самым разносторонним фальсификатором. Будучи самоучкой, Шон изготовил по меньшей мере 120 подделок. Гринхолши попались в 2006 году, но не из-за того, что эксперт распознал фальшивку: просто Шон Гринхолш допустил ошибки в клинописи на барельефе. Француз Стефан Брайтвизер, путешествуя по Европе, сумел с 1995 по 2001 год украсть из небольших музеев и галерей более 250 произведений искусства. Пока его подруга следила, не идет ли охрана, он вынимал картины из рам. Продавать украденные полотна мужчина даже не пытался. Когда Брайтвизера арестовали после кражи 500-летнего горна из швейцарского музея, его мать, к сожалению, уничтожила многие похищенные работы. В 1990 году группой злоумышленников из Бостонского музея изящных искусств были украдены художественные произведения на сумму 500 миллионов долларов. Ни одна из картин до сих пор не обнаружена (а это полотна Вермеера, Дега, Рембрандта и Мане), преступники тоже не найдены, а вознаграждение в размере 10 миллионов долларов так никому и не выплачено.

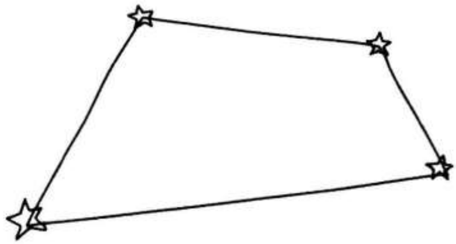
ГЛАВА 2

ЗВОНОК СЕМЬЕ



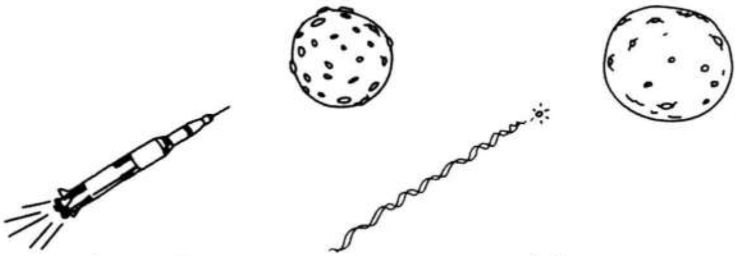
Институт поиска внеземных цивилизаций (SETI), который собирает доказательства существования инопланетной жизни, был основан в 1984 году. Одна из его задач — анализ поступающих из космоса радиосигналов. Вы как раз собираетесь писать диссертацию по астрономии. Вам посчастливилось выиграть конкурс, инициированный SETI, и попасть туда на стажировку. Какая удача: в первый же день регистрируется сообщение, источником которого может оказаться внеземной разум! Вместе с куратором — одним из ведущих астрономов — вам надлежит уточнить место происхождения сигнала. Исходя из настроек телескопов, уловивших сообщение, вы понимаете, что источник находится в пределах области, ограниченной четырьмя звездами. Если вы рассчитаете ее площадь, то сможете настроить телескопы для более точного поиска.

Космос огромен! Настолько огромен, что астрономы редко прибегают к стандартным единицам измерения длины



(метрам, километрам) и отдают предпочтение парсекам. По мере обращения Земли вокруг Солнца видимое положение звезд на небе будет изменяться в зависимости от того, насколько они удалены от нашей планеты. Попробуйте закрывать глаза по очереди. Удаленные объекты остаются на месте, но рука, поднесенная к лицу, будет «перемещаться» то вправо, то влево. Расстояние между глазами незначительно, поэтому положение звезд на небе искажаться не будет, но вот диаметр земной орбиты составляет около 300 миллионов километров — и этого достаточно, чтобы наблюдаемое положение объектов изменялось в зависимости от положения наблюдателя. Такое явление называется параллаксом. Если годовой параллакс звезды при условии, что за ней наблюдают с Земли, составляет $\frac{1}{3600}$, то расстояние до нее приравнивается к парсеку. Это с трудом укладывается в голове, поэтому ваш куратор рекомендует оперировать световыми годами. Световой год — это не отрезок времени, а расстояние, которое свет способен преодолеть в течение года. Поскольку в космосе, по большому счету, пусто — так, пыль, Солнечная система и молекула-другая водорода, — следует исходить из скорости света в вакууме. Преодолевать различные материалы, допустим, стекло или воду, он будет медленнее.

Насколько огромен космос, настолько быстр свет. Согласно Альберту Эйнштейну, скорость света максимальна для Вселенной — ничто не способно двигаться быстрее. Мы знаем, что скорость света в вакууме составляет 299 792 458 м/с. Это чуть меньше 300 000 км/с. Если перемещаться с подобной скоростью, то от Земли до Луны и обратно можно долететь менее чем за три секунды.



Чтобы вы могли в полной мере оценить космическое пространство и масштаб поисков SETI, астроном просит рассчитать световой год в километрах. Можете действовать следующим образом:

300 000 километров в секунду (× 60)

= 18 000 000 километров в минуту (× 60)

= 1 080 000 000 километров в час (× 24)

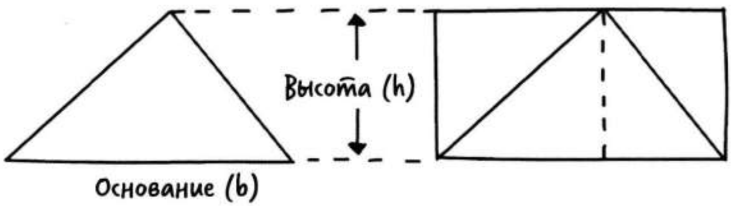
= 25 920 000 000 километров в день (× 365)

= 9 460 800 000 000 километров в год.

Это 9,5 триллиона километров. Рассмотрим полученные данные в контексте ситуации. Ближайшая к Солнцу звезда — Проксима Центавра — удалена от нас примерно на 4,2 световых года. То есть где-то на 40 триллионов километров. Самый быстрый космический зонд способен развивать скорость до 250 000 км/ч*. Таким образом, чтобы добраться до Проксимы Центавра ему потребуется «всего» 160 миллионов часов, или чуть больше 18 000 лет.

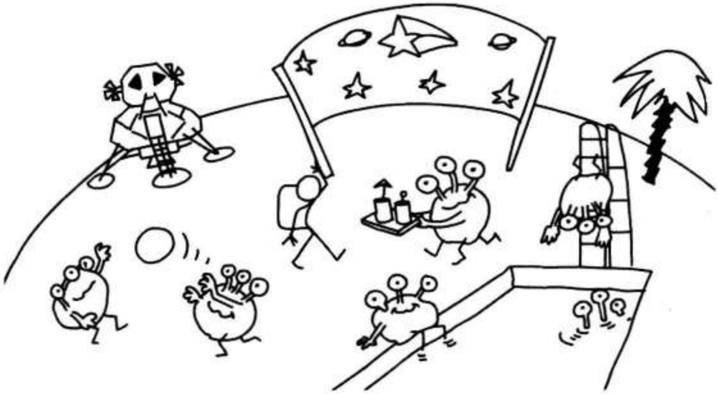
Теперь вы понимаете: даже при обнаружении инопланетного сигнала перед путешествием к его источнику придется серьезно модернизировать наши межзвездные аппараты.

Далее астроном вручает вам звездную карту, для наглядности размеченную на клетки — световые годы: здесь и четыре звезды, и образованная ими область. Небесные тела образуют четырехугольник, однако его форма неудобна для вычисления площади. Вы понимаете, что сумеете ее определить, если разобьете область между звездами на прямоугольники и треугольники. Известно, что площадь прямоугольника равняется произведению его длины и ширины**: $A = lw$. Нелишне напомнить, что любой треугольник — это половина прямоугольника (составленного как раз из двух треугольников):



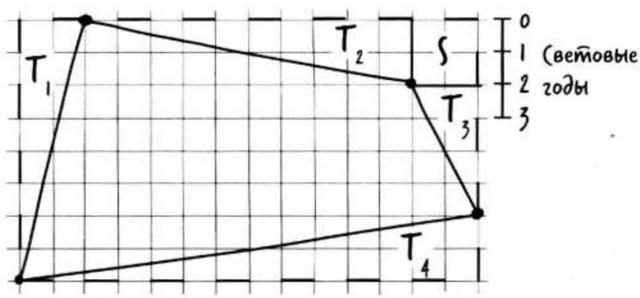
* Примерно 70 км/с. Этот рекорд принадлежал беспилотному космическому аппарату Helios 2, запущенному в 1976 году. В настоящее время рекорд принадлежит аппарату Parker Solar Probe, запущенному к Солнцу в 2018 году и разогнавшемуся в апреле 2021 года до 150 км/с (около 540 000 км/ч). Плановая максимальная скорость — около 200 км/с. — *Прим. науч. ред.*

** У автора A — площадь, l — длина, w — ширина. — *Прим. науч. ред.*



В случае с треугольником нет ни «длины», ни «ширины», вместо этого мы имеем дело с основанием и высотой: $A = \frac{1}{2}bh$.

Область между звездами сложно разбить на удобные для вычисления фигуры, однако внешние участки кажутся подходящими для расчета. Это позволяет определить требуемую площадь так: сначала вычислить площадь всего изображения, после чего вычесть из нее площади внешних фигур. Карту нужно разделить следующим образом:

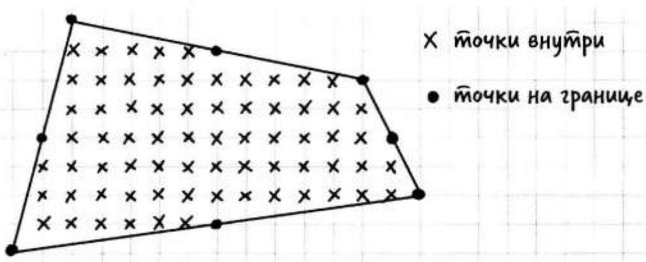


Высчитываете площадь пунктирного прямоугольника: $14 \times 8 = 112$. Единицей измерения пусть служат квадратные световые годы, ly^2. Далее приступаете к вычислению площади каждого из четырех треугольников. Площадь T_1 составляет $\frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8ly^2$. Подсчитав аналогичным путем площади T_2, T_3 и T_4, получаете $10ly^2$, $4ly^2$ и $14ly^2$ соответственно. Квадрат S имеет площадь $4ly^2$. Все вместе это означает, что площадь искомого четырехугольника равняется $112 - 8 - 10 - 4 - 14 - 4 = 72ly^2$.

Но вы добросовестный ученый и хотите проверить вычисления при помощи другого метода. К счастью, есть по-настоящему эффектный способ. В 1899 году австрийский математик Георг Пик опубликовал формулу, теперь известную нам как теорема Пика, — метод вычисления площади фигур, углы которых лежат на точках сетки. Теорема гласит:

$$\text{Площадь} = i + \frac{b}{2} - 1,$$

где буква i обозначает количество точек внутри многоугольника, а буква b — количество точек на его границе.



Из рисунка следует, что внутри фигуры имеются 69 точек, на ее границе — 8. И мы получаем:

$$\text{Площадь} = 69 + \frac{8}{2} - 1$$

$$\text{Площадь} = 69 + 4 - 1$$

$$\text{Площадь} = 72ly^2.$$

Гордясь подтвержденным результатом, вы несете его куратору, чтобы он мог сузить область поиска.

Многие ученые считают, что любое сообщение от внеземной цивилизации будет составлено на языке математики. На борту запущенных в 1970-х годах космических аппаратов «Пионер-10» и «Пионер-11» — на случай, если бы им по пути встретились инопланетяне, — разместили идентичные пластинки с выгравированными изображениями мужчины и женщины. Кроме того, эти послания содержали информацию о местоположении Солнечной системы, а базовой единицей длины служила длина волны излучения атома водорода*. В 1974 году радиотелескоп из обсерватории Аресибо (Пуэрто-Рико) отправил в космос закодированное сообщение, составленное Фрэнком Дрейком и Карлом Саганом. Оно рассказывало о ДНК, человечестве и планетах Солнечной системы. Чтобы добраться до намеченной цели, сигналу потребуется 25 000 лет.

Предполагается, что у инопланетных форм жизни, с которыми мы могли бы вступить в контакт, должно быть достаточно математических знаний, чтобы перехватить наши сообщения, разработав соответствующую технологию. Точная наука наверняка сработает как основа для метода коммуникации, однако есть отличная от нуля вероятность, что источником исчерпывающих сведений о человечестве станут многочисленные телешоу, которые мы транслируем на весь космос вот уже долгие годы. Но, как бы то ни было, математика все равно сыграет свою роль. Можете не сомневаться.

---

* 21 см. Водород распространен повсеместно, поэтому длина волны излучения его атома была использована в качестве «масштабной линейки» для нахождения других линейных величин на пластинке. — *Прим. науч. ред.*

Уравнение Дрейка

Фрэнк Дрейк — американский астроном, который пытался найти внеземной разум задолго до основания SETI. Чтобы выяснить, каковы наши шансы на контакт с внеземными цивилизациями, он предложил такую формулу:

$$N_c = R_* f_p n_e f_l f_i f_c L.$$

Здесь R^* означает количество звезд (в среднем), ежегодно рождающихся в галактике; f_p — доля звезд с планетами; n_e — число планет с условиями, пригодными для жизни; f_l — доля планет, на которых могла бы появиться жизнь; f_i — доля планет, на которых способна развиться разумная форма жизни; f_c — доля планет, где разумная жизнь может транслировать в космос понятные сигналы. L — отрезок времени, в течение которого такая цивилизация передает или слушает сообщения. Перемножив переменные, получаем N — число доступных для контакта инопланетных культур. Однако неизвестные в уравнении сложно определить объективно, и, согласно последним расчетам, число N лежит в диапазоне от 0 (мы одни в галактике) до миллионов (нас очень много, давайте-ка встретимся!).

ГЛАВА 3

ЗОМБИ-АПОКАЛИПСИС!

По всему миру люди становятся жертвами кровожадной, растущей день ото дня армии безмозглых зомби! Первая волна эпидемии вызвала всеобщую панику, и люди, сумевшие найти надежное укрытие, изо всех сил пытаются выжить. Интернет не работает, электричества нет. Телефонные сети — как стационарные, так и сотовые — мертвы. Помощи ждать неоткуда. Вы мэр городка Моддлтон с населением 1000 человек. В некотором смысле вам повезло: поселение занимает большой остров посредине очень широкой реки. Оба моста, что связывают его с берегами, вы заблокировали, однако, судя по поступающей информации, как минимум одному зомби все же удалось пробраться на остров. Сможете ли вы задействовать свои познания в области математического моделирования и, выработав правильную стратегию, спасти свой городок, его жителей и самого себя?

Человеческие популяции давно занимают ученых — экономистов, политологов, математиков, причем интерес вызывает поведение популяций даже в самые древние времена, когда после возникновения земледелия (то есть более 5000 лет назад) люди начали организовывать поселения. Математики перевели это поведение в системы уравнений, они же модели, и теперь, применяя их к самым разным данным, пробуют предсказать действия популяции в зависимости от ситуации.

Математические модели используются в различных областях: например, с их помощью можно объяснить циклы роста и сокращения популяций леммингов, прогнозировать урожай сельскохозяйственных культур или поведение избирателей во время выборов. Вас, однако, интересуют эпидемии и их последствия. За плечами у вас множество политических кампаний, и вы понимаете: чтобы спрогнозировать будущее жителей вашего городка, при моделировании зомби-апокалипсиса нужно обратиться к механизмам распространения и сдерживания инфекционных заболеваний. Еще вам известно, что в основе математических моделей лежат дифференциальные уравнения. Применительно к вашей ситуации это выглядит так: вместо того чтобы вычислять конкретное число — скажем, количество зомби в городке, — они будут описывать изменение этого числа, то есть определять, сколько ежедневно прибывает (или убывает) живых мертвецов.

Дифференциальные уравнения сложно решать аналитически — то есть находить точные ответы, прибегая к обычному способу решения уравнений. Обычно приходится прибегать к математическому анализу — а это вам не арифметика! Но если использовать численный метод, то есть последовательно подбирать числа, которые могут подойти к конкретному классу дифференциальных уравнений, параметры модели удастся оценить максимально точно.

Для применения модели требуется оценить ряд исходных числовых характеристик — параметров. В вашем случае важно, насколько быстро станет распространяться эпидемия зомби. До того, как отключился свет, СМИ успели передать, что за день живые мертвецы способны атаковать и «обратить» примерно двоих. Вот эта информация и есть необходимый параметр. Однако фактическая численность обращенных в зомби будет зависеть и от населения, доступного для заражения: чем меньше его количество, тем меньше людей встретится живым мертвецам. Зная все это, вы можете составить первое уравнение. Чтобы упростить задачу, сформулируем ее сначала словами:

Ежедневное изменение численности зомби = 2 × количество зомби × доля оставшейся человеческой популяции.

А теперь запишем иначе:

$$\dot{Z} = 2 \times Z \times \frac{H}{1000},$$

где Z и H — это количество зомби и людей соответственно. Поскольку изначально население составляло 1000 человек, доля оставшихся в живых людей выглядит как $\frac{H}{1000}$. $\dot{Z}$ — изменение популяции зомби. Если убрать символы умножения, уравнение примет краткий вид:

$$\dot{Z} = \frac{2ZH}{1000}.$$

Упрощаем дробь, для чего и числитель, и знаменатель делим на 2:

$$\dot{Z} = \frac{ZH}{500}.$$

Поскольку это изменение количества живых мертвецов, есть смысл представить уменьшение человеческой популяции в виде аналогичной дроби, но со знаком минус. Ведь если количество зомби увеличивается на столько-то единиц, то численность людей убывает на столько же единиц. Получаем:

$$\dot{H} = -\frac{ZH}{500},$$

где $\dot{H}$ — изменение человеческой популяции. Итак, у вас есть два дифференциальных уравнения. Пришло время проверить, как работает модель. Просчитать ее для первого дня довольно легко. Согласно предположению, на острове находится всего один живой мертвец, который заразит двоих людей. Изменение популяции зомби ($\dot{Z}$) получится равным 2, убыль численности городского населения ($\dot{H}$) составит –2. Это отличная возможность проверить работоспособность составленных уравнений:

$$\dot{Z} = \frac{1 \times 1000}{500},$$

перемножаем числа в числителе:

$$\dot{Z} = \frac{1000}{500},$$

упрощаем до:

$$\dot{Z} = 2.$$

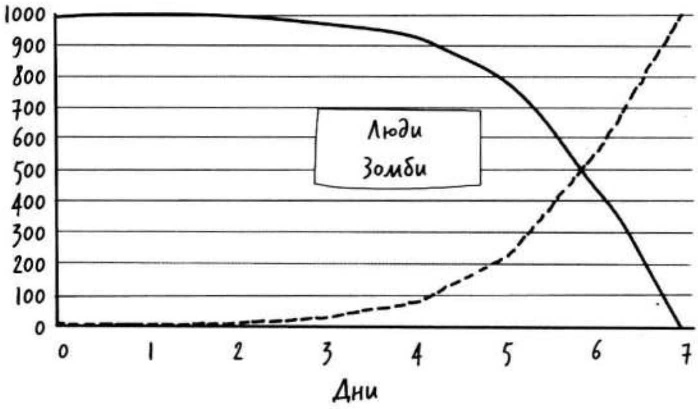
На второй день «обращение» людей в зомби немного осложнится, так как накануне человеческая популяция слегка сократилась. Итак, на второй день при H = 998 и Z = 3 имеем:

$$\dot{Z} = \frac{3 \times 998}{500}.$$

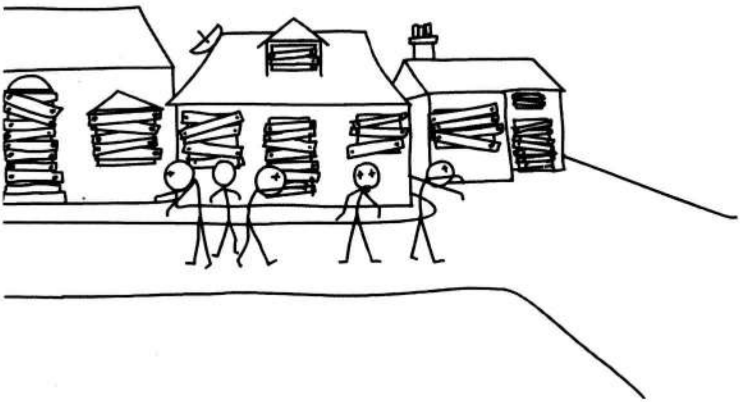
Используем калькулятор на солнечных батареях и подсчитываем:

$$\dot{Z} = 5{,}988.$$

Из-за незначительной убыли городского населения прироста в шесть живых мертвецов, который ожидается при наличии трех зомби, не получается. Вы можете возразить, что, если количество зомби не является целым числом, это выглядит как-то странно, но не забывайте: это просто модель. Согласно модели, к исходу второго дня зомби успеют «обратить» почти шестерых новичков, и они непременно завершат то, что начали. Следовательно, в городке появятся 8,988 живых мертвецов и останется 991,012 человек. Темп распространения кажется довольно низким, но уже через несколько дней ситуация резко обострится:

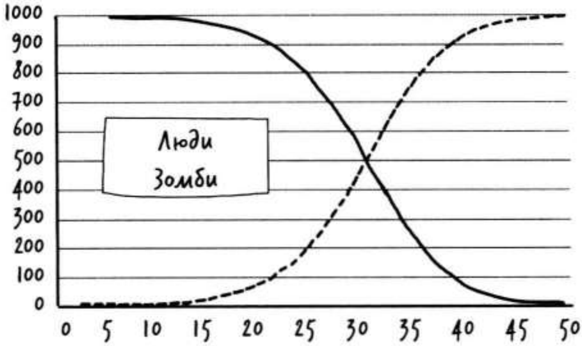


Если все умрут в течение недели, это станет катастрофой для вашей следующей избирательной кампании! Очевидно, причина столь высокой смертности — в том, что живые люди сидят сложа руки и позволяют зомби бесчинствовать. Тем не менее расчеты показывают, что через несколько дней ситуация станет критической, и потому вы отдаете приказ всем укрыться по домам и забаррикадироваться.



Как это повлияет на модель? Что ж, ежедневное пополнение армии живых мертвецов затормозится. Если люди попрятались, добраться до них сложнее, и у зомби нет возможности рекрутировать «новобранцев». Выражаясь языком математики, эффект будет заключаться в заметном уменьшении исходного множителя 2. Между тем каждому политику известно, что далеко не все станут выполнять приказы — кто из-за упрямства, кто из-за необходимости добывать пропитание или лекарства. Следовательно, снизить ежедневное количество «обращений» до нуля не получится. Поэтому, изменяя модель, вы закладываете скорость, равную 0,25, то есть подразумеваете, что каждый зомби будет «обращать» очередного человека в живого мертвеца не чаще чем раз в четыре дня. Производим вычисления и по результатам строим график на странице 44:

Итак, есть хорошая и плохая новости. Хорошая заключается в том, что зомби потребуется время, чтобы укрепить свои позиции и начать вредить всерьез. Плохая новость — через



50 дней население вашего городка все равно превратится в ходячих мертвецов. Однако вы понимаете, что такой подход позволит людям выиграть время, а единственный способ вытащить хоть кого-нибудь из этой передряги — переиграть зомби на их же поле. Тогда вы решаете закрыть Моддлтон на 20 дней и, призвав на помощь небольшой отряд городской полиции и несколько воинственно настроенных смельчаков, провести во время карантина кое-какие исследования и выработать победную стратегию.

Выясняется, что фильмы не врут: удар тупым предметом по черепу разрушает мозг зомби, и это лучший способ борьбы с ними. По счастью, Моддлтон славится крикетными, хоккейными и гольф-клубами, поэтому у горожан полным-полно бит и различных клюшек. Становится понятно, что живые мертвецы плохо видят в темноте, поэтому охотиться на них лучше ночью. Это опасно, да и вероятность «обращения» возрастает, но в борьбе за выживание не пристало привередничать. Вы занимаетесь исследованиями две-три недели, потом уточняете некоторые цифры и вносите в модель изменения.

Необходимо ввести третье уравнение, описывающее скорость уничтожения зомби. Вы подсчитываете, что с новой тактикой и импровизированным оружием, а также при численном превосходстве вам удастся ежедневно уничтожать 90% действующих зомби. Как и в прошлый раз, запишем уравнение сначала в словесной форме:

Ежедневное изменение численности убитых зомби = 90% × Z.

Представив изменение количества уничтоженных врагов в виде $\dot{K}$ и вспомнив, что 90% — то же самое, что и 0,9, получим:

$$\dot{K} = 0{,}9Z.$$

Во время непосредственного уничтожения живого мертвеца он по-прежнему может кого-нибудь заразить, причем коэффициент, согласно вашим оценкам, возрастает с 0,25 до 0,75. Еще придется учесть ежедневную убыль популяции ходячих трупов — на количество уничтоженных. Из-за двух новых параметров $\dot{Z}$-уравнение примет такой вид:

$$\dot{Z} = \frac{0{,}75ZH}{1000} - \dot{K}.$$

Несмотря на спешность вопроса, оставить уравнение с десятичной дробью в числителе мы не можем, поэтому упрощаем:

$$\dot{Z} = \frac{3ZH}{4000} - \dot{K}.$$

$\dot{H}$-уравнение, описывающее ежедневное изменение человеческой популяции, остается неизменным: $\dot{K}$ не учитывается — прежде, чем вы выйдете на ночную охоту, зомби будут нападать на людей целый день. Вот что у нас получается:

$$\dot{H} = -\frac{3ZH}{4000}.$$

Начинаем оперировать цифрами. Согласно наиболее оптимистичному прогнозу, на 20-й день в городке 920 человек и 81 живой труп. Подставив в каждое из трех уравнений $Z = 81$ и $H = 920$, получаем:

$$\dot{K} = 0{,}9Z$$
$$\dot{K} = 0{,}9 \times 81$$
$$\dot{K} = 72{,}9.$$

Люди, в атаку! В первый день человеческого восстания ожидается уничтожение почти 73 зомби. Однако, вычисляя изменение городской популяции, вы видите, что тут без потерь тоже не обойдется. Используем в $\dot{H}$-уравнении те же $Z = 81$ и $H = 920$:

$$\dot{H} = -\frac{3ZH}{4000};$$
$$\dot{H} = -\frac{3 \times 81 \times 920}{4000}.$$

Нажимаем кнопки на калькуляторе — том самом, на солнечных батареях, — и получаем:

$$\dot{H} = -55{,}89.$$

Ой-ой-ой! В первую же ночь контратаки погибнет почти 56 человек. Чтобы понять, стоит ли оно того, следует взглянуть на последнее уравнение, определяющее изменение численности активных зомби:

$$\dot{Z} = \frac{3ZH}{4000} - \dot{K}.$$

Вновь подставим сюда Z = 81 и H = 920, а также вычисленное ранее $\dot{K} = 72{,}9$:

$$\dot{Z} = \frac{3 \times 81 \times 920}{4000} - 72{,}9;$$

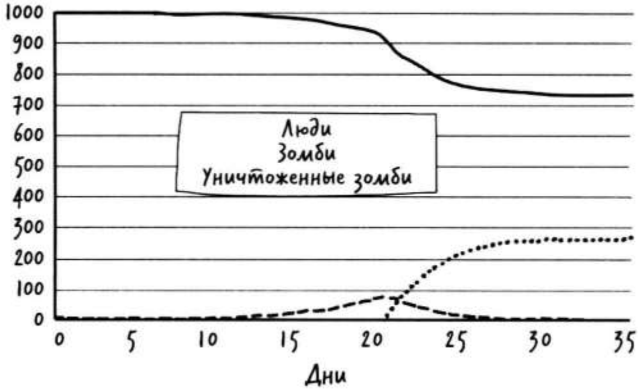
$$\dot{Z} = -17{,}01.$$

Можете называть меня SIR

Задействованная в этом сценарии реальная математическая модель известна как SIR, где S означает «восприимчивый» (susceptible), I — «инфицированный» (infected), R — «выздоровевший» (recovered). Эта модель, разработанная еще в 1920-х годах группой британских ученых — врачом Рональдом Россом, эпидемиологом Андерсоном Маккендриком, биохимиком Уильямом Кермаком, математиком Хильдой Хадсон и другими, — использовалась для моделирования пандемии COVID-19. Так же, как и в ситуации с зомби-апокалипсисом, нужно было найти способ ограничить скорость заражения и таким образом «сгладить кривую» — увеличить продолжительность пандемии, но снизить нагрузку на систему здравоохранения и другие жизненно важные службы. Возможно, если бы вирусы были видны невооруженным глазом и выглядели столь же устрашающе, как и блуждающие по улицам плотоядные зомби, люди соблюдали бы социальную дистанцию с куда большей охотой.

Да! Нам удается получить отрицательный прирост количества зомби. Несмотря на предполагаемые огромные потери среди людей в первую ночь контратаки, общая численность ходячих мертвецов сократится. Дни зомби-апокалипсиса в Моддлтоне, считайте, сочтены.

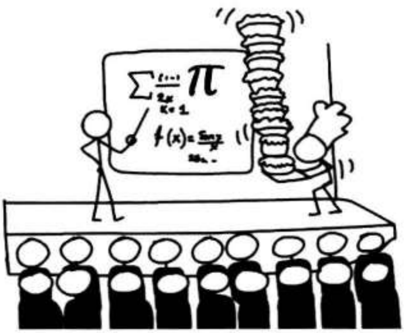
Обрабатываем остальные цифровые данные и выстраиваем вот такой график:



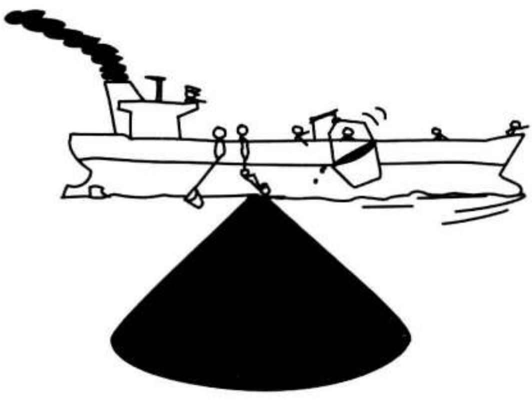
К 20-му дню, на который запланирована контратака, наблюдается резкое падение численности как горожан, так и зомби, но далее ситуация складывается явно в пользу человеческой популяции. Через 35 дней или, если хотите, спустя пять недель после того, как в Моддлтон проник первый ходячий труп, вы вместе с другими выжившими — их 731 — стоите на ступеньках ратуши и празднуете победу. Что там творится в мире? Кто знает! Но на местном уровне вы справились с беспрецедентным кризисом превосходно и наверняка сохраните за собой кресло мэра.

ГЛАВА 4

ЧТО МОЖЕТ БЫТЬ ПРОЩЕ ПИ...РОГА

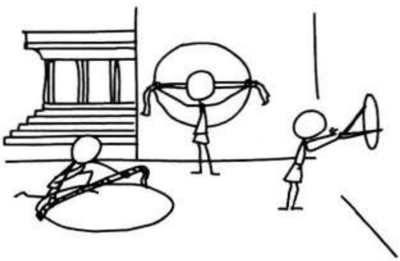


В офис вашего отряда экоспасателей по каналу экстренной связи поступает сообщение. Неподалеку от заповедника дикой природы, где обитают находящиеся под угрозой исчезновения морские птицы, млекопитающие и водные организмы, сел на мель танкер, из которого вытекают нефтепродукты. Танкер сильно поврежден, и экипаж не в состоянии самостоятельно остановить разлив. У вас есть запас надувных боновых заграждений (или просто бонов), с помощью которых можно сдержать загрязнение. По данным команды танкера, жидкость, вытекающая со скоростью 1000 л/ч, расползается пятном толщиной 0,002 мм; со спасательного вертолета, зависшего непосредственно над разливом, были сделаны фотографии, и у вас есть представление о форме *пятна. Вашему отряду по силам установить надувные боны и затем откачать водно-нефтяную эмульсию, но у вас уйдет два часа на то, чтобы добраться до места. Монтируя боновые заграждения, судно движется со скоростью 1,7 км/ч. Если определить заранее длину требуемых бонов, вы сможете в предельно сжатые сроки снарядить экипаж и справиться с проблемой. Какое-то время преимущественное направление ветра и течение в этом районе останутся неизменными, поэтому пятно, которое распространяется под углом 60° от танкера, сохранит свою форму. По оценкам береговой охраны, в вашем распоряжении есть меньше 12 часов — потом пятно достигнет вод заповедника дикой природы. Сумеете ли вы добраться до места и, установив боновые заграждения, сдержать разлив нефтепродуктов, прежде чем те доберутся до охранной зоны?*

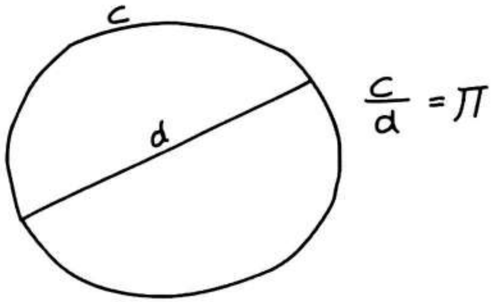


Нефтяной разлив имеет форму, близкую к сектору — части круга. Чтобы упростить расчеты, следует предположить, что схема размещения бонов также будет похожей на сектор. Вычисления осложняются тем, что пятно растет, поэтому вам придется соотносить границы разлива нефтепродуктов со временем, прошедшим с момента аварии.

Круги издавна очаровывают людей. Независимо от размеров, все круги имеют одну и ту же форму и одинаковые пропорции; как говорят математики, они *подобны*. И во все века особый интерес ученых привлекало одно соотношение: если взять длину окружности (периметр круга, или протяженность внешней границы) и разделить на диаметр (отрезок, который соединяет две точки на окружности и проходит через ее центр, а также длина этого отрезка), всегда будет получаться один и тот же ответ.



Найденное число чуть больше трех — 3,14159265356 при округлении до десятого знака после запятой. Это иррациональное число, то есть его нельзя записать в виде обыкновенной дроби. Будучи представленным в виде десятичной дроби, оно продолжается бесконечно — без групп повторяющихся цифр. Чтобы обозначить его как есть, мы используем греческую букву π («пи»), но если нужен числовой результат, приходится подставлять округленное значение. Число π применяется во многих областях математики, и его значение, похоже, определяет, как геометрия работает во вселенной. А еще оно, конечно, помогает вычислять длину кривых и площади криволинейных фигур. Вы можете преобразовать формулу, определяющую π:



$$\pi = \frac{\text{окружность}}{\text{диаметр}}.$$

Если умножим обе части уравнения на диаметр, получим:

$$\pi \times \text{диаметр} = \text{длина окружности}.$$

Формула позволяет вычислить криволинейную, сложную в измерении окружность путем умножения прямого, простого для оценки диаметра на π. Это дает нам равенство, которое разве что не звенит подобно школьному звонку:

$$C = \pi d.$$

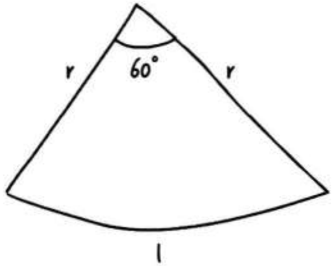
Если вы помните, радиус (расстояние от центра до окружности) равен половине диаметра. Значит, два радиуса образуют диаметр, и стоит нам только сказать, что $d = 2r$, как у нас появляется альтернативная формула:

$$C = \pi \times 2r.$$

Математики обычно записывают ее следующим образом:

$$C = 2\pi r.$$

Нефтяное пятно напоминает сектор, который представляет собой часть круга, ограниченную двумя радиусами и частью окружности — дугой.



Чтобы вычислить длину дуги, нужно знать, насколько велик сектор, а это определяется его углом. Глядя на спутниковый снимок, вы понимаете, что угол составляет 60°. Учитывая, что круг — это 360°, наш сектор будет шестой частью фигуры. Значит, длина его дуги составляет одну шестую от длины окружности:

$$l = \frac{1}{6} \times 2\pi r.$$

Превращаем уравнение в единую дробь:

$$l = \frac{2\pi r}{6}.$$

Сокращаем ее и получаем:

$$l = \frac{\pi r}{3}.$$

Необходимая длина бонов равняется сумме длины дуги и двух радиусов:

$$b = l + 2r, \text{ отсюда}$$

$$b = \frac{\pi r}{3} + 2r.$$

Теперь вынесем r за скобки:

$$b = r\left(\frac{\pi}{3} + 2\right).$$

Пока все хорошо. Есть формула для вычисления длины боновых заграждений, которая принимает в расчет радиус пятна. Но не слишком радуйтесь: мы еще должны учесть, что нефтепродукты продолжают вытекать из танкера, и разлив станет расти. На то, чтобы добраться до места, нужно время, поэтому следует выяснить, каким будет радиус пятна к моменту вашего появления.

Составляя уравнение для расчета длины боновых заграждений, мы исходили из того, что пятно, имеющее форму сектора, двухмерное. На самом деле оно трехмерное и напоминает невероятно тонкий (толщиной 0,002 мм) срез пирога. Вы можете вычислить объем разлива, умножив его площадь на толщину: для этого вам снова понадобится π. Вот формула площади круга: $S = \pi r^2$. У нас есть шестая часть круга, значит, объем пятна будет определяться так:

$$V = \text{площадь сектора} \times \text{толщина};$$

$$V = \frac{1}{6} \times \pi r^2 \times \text{толщина}.$$

Толщина пятна составляет 0,002 мм — оно не толще человеческого волоса, чем и объясняется способность нефтяных разливов распространяться на огромную площадь и наносить ощутимый урон окружающей среде. Нам известно, что 0,002 мм — это две тысячных доли миллиметра, а миллиметр — тысячная часть метра, то есть толщина пятна равняется двум миллионным частям метра. Подставим это в формулу объема:

$$V = \frac{1}{6} \times \pi r^2 \times \frac{2}{1000000}.$$

Превратим в единую дробь:

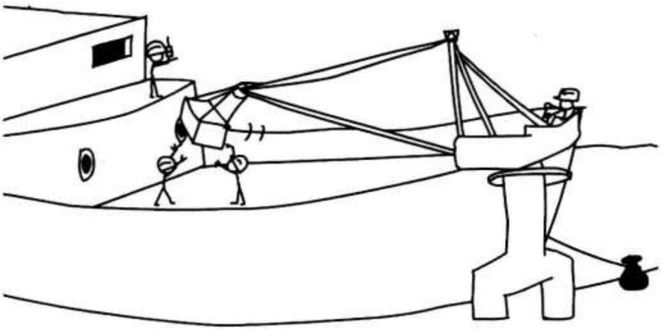
$$V = \frac{2 \times \pi r^2}{6 \times 1000000}.$$

Избавимся от двойки в числителе, разделив обе части дроби на 2:

$$V = \frac{1 \times \pi r^2}{3 \times 1000000}.$$

В итоге у нас остается такое уравнение:

$$V = \frac{\pi r^2}{3000000}.$$



Вы знаете, что объем пятна увеличивается на 1000 л/ч, то есть на 1 м^3/ч. Другими словами, объем, выраженный в кубических метрах, — это скорость, умноженная на количество часов, прошедших с того момента, как танкер дал течь. Определив t как количество прошедших часов, что дает $V = 1 \times t$, или просто $V = t$, подставляем выражение в формулу объема и изменяем ее таким образом, чтобы появилась возможность найти r:

$$t = \frac{\pi r^2}{3000000}.$$

Умножаем обе стороны на 3 000 000:

$$3\,000\,000t = \pi r^2,$$

Идея «Волосы дыбом»

Глядя на документальные кадры с выдрами, шерстка которых была перемазана нефтью, разлившейся после аварии танкера «Эксон Валдиз» в 1989 году, американского парикмахера Фила Маккори посетила блестящая мысль. Он взял галлон (около 3,8 л) масла и вылил его в бассейн сына; имитируя разлив нефти. Затем бросил туда же пару старых колготок жены, предварительно набив их волосами (чего-чего, а волос в парикмахерской Маккори хватало). Спустя две минуты «начинка» впитала в себя масло. Так появилась международная программа «Волосы — нефтяным разливам» (Hair for Oil Spills): ее задачей было собирать отходы парикмахерских, зоосалонов и ферм, где занимаются разведением овец, и использовать все это для борьбы с разливами нефтепродуктов. Лучше всего, конечно, подходят человеческие волосы: они, если судить по тому, как часто мы моем голову шампунем, способны впитать огромный объем маслянистой субстанции — во много раз больше их собственной массы. Кроме того, если отжать биосорбент, его можно использовать повторно.

затем делим обе стороны на π:

$$\frac{3000000t}{\pi} = r^2.$$

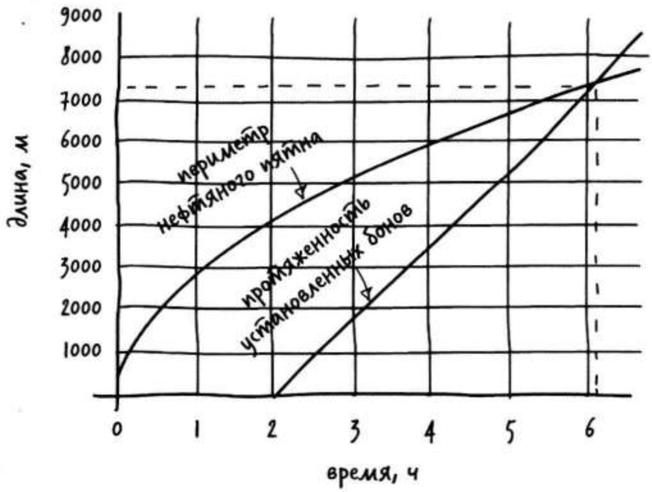
Чтобы получить r, а не r^2, извлекаем квадратный корень из обеих сторон уравнения:

$$\sqrt{\frac{3000000t}{\pi}} = r.$$

Подставив полученное выражение в формулу расчета длины бонов, вы сможете сказать, сколько боновых заграждений понадобится с учетом показателей времени, прошедшего с момента начала разлива:

$$b = \sqrt{\frac{3000000t}{\pi}} \times \left(\frac{\pi}{3} + 2\right).$$

Эта формула сообщает кое-что очень важное: требуемая длина боновых заграждений пропорциональна квадратному корню из времени. Ваше судно начнет монтаж спустя два часа после начала течи в танкере и каждый час будет устанавливать 1700 м бонов. Получается вот такой график:



Поначалу нефтяное пятно растет очень быстро, но со временем темп замедляется, и ваш отряд получает шанс наверстать упущенное. Если взглянуть на график, станет очевидно, что нужное (то есть превышающее внешние границы пятна) количество боновых заграждений — от 7000 до 7500 м — будет установлено всего за шесть часов.

Поняв, что возможность добраться до места, установить боны и защитить охранную зону все же существует, вы с облегчением выдыхаете, снаряжаете судно и пускаетесь в плавание.

Уйма π

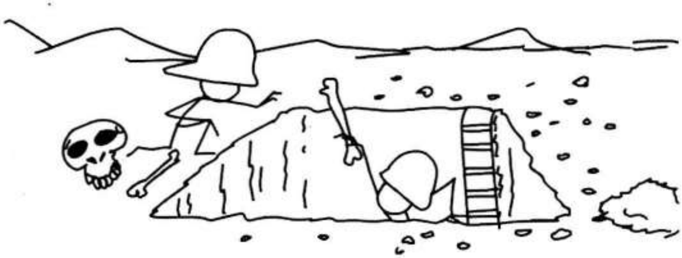
Помните, как в школе при различных расчетах вас приучали использовать разные приближения π? Как правило, это были 3,14 или $\frac{22}{7}$. Электронные калькуляторы могут отобразить столько знаков после запятой в числе π, сколько может понадобиться для любых вычислений, и ответ будет гораздо точнее. Однако Раджвир Мина из Индии решил, что этого мало, и запомнил 70 000 знаков после запятой. Мировой рекорд был зафиксирован в 2015 году: Мина почти 10 часов с завязанными глазами диктовал число π по памяти. Если зубрежка не ваш конек, можете обратиться к компьютеру: современные машины умеют вычислять π все точнее и точнее. В январе 2020 года был установлен мировой рекорд по уточнению значения π с применением домашнего компьютера: американский аналитик по кибербезопасности Тимоти Малликан после 303 дней вычислений остановился на 50 триллионах знаков после запятой*.

---

* В августе 2021 года мировой рекорд был установлен ученым из Высшей школы прикладных наук в швейцарском Граубюндене — 62,8 триллиона цифр после запятой, вычисленных за 108 дней и 9 часов. — *Прим. науч. ред.*

ГЛАВА 5

КАМЕНЬ ПРЕТКНОВЕНИЯ



Недели раскопок под палящим солнцем Сахары наконец-то окупились: ваша команда обнаружила окаменелые кости доисторического гоминида, что может перевернуть общепринятые представления об эволюции человека. Запасы еды и воды тем временем подходят к концу, да и сама мать-природа явно готовится бросить вызов: согласно метеопрогнозу, ожидается мощнейшая песчаная буря. Нужно срочно эвакуироваться, но место такое удаленное, что выбраться можно только пешком или верхом на верблюде. Оставлять находки не стоит: если их забыть — случайно или намеренно, — они будут погребены под слоем песка. Местные жители, разумеется, перевозят тюки с грузом отнюдь*

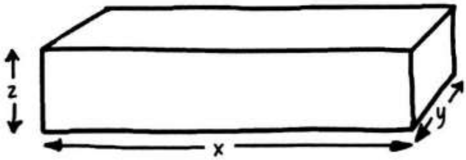
* Семейство млекопитающих из отряда приматов; в настоящее время представлены человеком и крупными человекообразными обезьянами, включая ископаемые виды. — *Прим. пер.*

не бесплатно и, следуя давней традиции, рассчитывают стоимость услуг по максимальному измерению ящика (длине, ширине или высоте), при этом 1 см = 1 дирхаму. Строение обнаруженной при раскопках os femoris (выражаясь простым языком, бедренной кости) свидетельствует о бипедализме — двуногости — древнего гоминида. Находку длиной 40 см надлежит взять с собой, но у вас всего 35 дирхамов. Сможете ли вы, используя свои познания в геометрии, упаковать кость так, чтобы и сэкономить на транспортировке, и успеть до того, как местность накроет песчаная буря?*

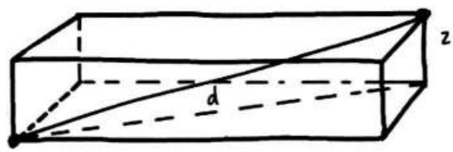
Навыки эффективной упаковки вещей необычайно полезны в нынешних реалиях — и не только потому, что большинство авиакомпаний устанавливают до обидного низкие нормы провоза багажа. Владение этими навыками упрощает перевозку крупных корабельных, а также средних и мелких грузов. (Когда я писал эту главу, математический алгоритм, который помогал бы оптимизировать размещение вещей в багажном отсеке фургона, все еще не был придуман. Сумеете разработать требуемую последовательность действий — сорвете куш и войдете в историю.) Тем не менее, когда необходимо положить в ящик нечто прямое и продолговатое, всегда обращаются к знаменитой теореме Пифагора. Ее помнят почти все (а если кто-то и подзабыл, то в начале книги приведена краткая справка), но известно ли вам, что существует ее трехмерная версия? Таковая весьма полезна при необходимости упаковать прямую продолговатую кость в ящик с более короткими сторонами. Звучит невероятно, но давайте обдумаем проблему и выясним, каким образом длинная палка способна поместиться в таре заданных размеров.

---

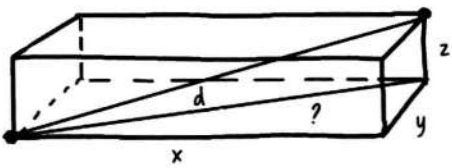
* Дирхам или дирхем — основная или разменная денежная единица нескольких государств, в частности Марокко и Ливии, на территории которых находится пустыня Сахара. — *Прим. пер.*



Предположим, что ящик представляет собой кубоид (прямоугольный параллелепипед) размерами x метров на y метров на z метров. Чтобы определить длину диагонали, помеченную как d, придерживайтесь более простой, двухмерной, версии теоремы Пифагора:



Вам нужны две из трех сторон треугольника, но на данный момент известна всего одна — высота ящика, она же z. Тем не менее, применив все ту же теорему Пифагора, вы можете вычислить длину отрезка, который по диагонали пересекает дно ящика:



Согласно Пифагору, длина этого отрезка должна быть вот такой:

$$? = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Возведите в квадрат обе стороны уравнения (зачем, поймете через минуту):

$$?^2 = x^2 + y^2.$$

Вернитесь к исходному треугольнику:

Окаменелости Тендагуру

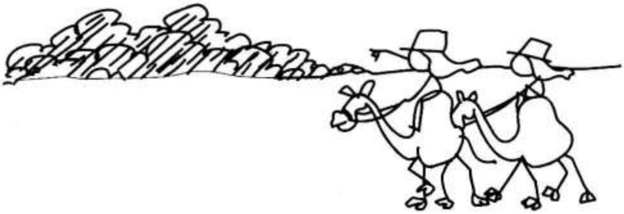
В 1906 году в формации Тендагуру (Танзания, на тот момент — колония Германской империи) немецкий горный инженер Бернхард Саттлер обнаружил удивительные залежи окаменелостей, обнажившиеся в результате эрозии косогора, — кости огромных динозавров. Саттлер связался с палеонтологами. С 1909 по 1913 год в Тендагуру были выкопаны около 200 тонн окаменелостей. Предполагалось, что на исследование в Германию находки будут отправлены морем, однако прежде груз надлежало доставить по суше до порта Линди в 60 км от раскопок — то есть в четырех днях пешего пути. Некоторые из окаменелостей, когда-то погребенных под естественными наслоениями, весили сотни килограммов. Вьючных животных пришлось исключить: в тех местах водились мухи цеце, переносчики паразитов, смертельно опасных для крупного рогатого скота, верблюдов и лошадей. Решение? Для транспортировки 4300 ящиков (некоторые из них не вскрыты до сих пор) наняли толпу местных жителей. Находящийся в Берлинском музее естествознания остов *жираффатитана бранкаи* (гигантского зауропода), или титанического жирафа, который остается самым большим и высоким скелетом в мире, привезли именно из Тендагуру.

$$d = \sqrt{?^2 + z^2}.$$

Теперь вам очевидно, зачем понадобилось выражение для отрезка, обозначенного вопросительным знаком? Подставив его значение, получите:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Поскольку для обозначения сторон своей тары вы использовали переменные, это уравнение — трехмерная версия теоремы Пифагора — подойдет для абсолютно любого ящика.



Давайте вернемся в Сахару. Буря еще далеко, однако на горизонте уже виднеется пылевое облако, и совсем скоро оно подберется к лагерю. Очевидно, что время уходит. Подыскивая тару для бесценной находки, вы решаете упаковать кость в ящик кубической формы, то есть со сторонами одинаковой длины. Поскольку плату с вас все равно возьмут в соответствии с самой длинной стороной, все остальные размеры могут быть точно такими же. Иначе вы заплатите ту же сумму при меньшем d. Итак, если все грани имеют равную длину, то y и z совпадают с x. Замените y и z в формуле на x:

$$d = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2};$$

$$x^2 + x^2 + x^2 = 3x^2;$$

$$d = \sqrt{3x^2}.$$

Квадратный корень из $3x^2$ равен квадратному корню из 3, умноженному на квадратный корень из x^2:

$$d = \sqrt{3} \times \sqrt{x^2}.$$

Вы помните, что квадрат и квадратный корень — обратные операции. Значит, они успешно отменяют друг друга*:

$$d = \sqrt{3}x.$$

Уравнение показывает, что диагональ куба в $\sqrt{3}$ раза больше его стороны. Поскольку $\sqrt{3}$ с округлением до двух знаков после запятой равен 1,73, в кубический ящик получается поместить нечто на 73% длиннее его грани.

Преобразуйте формулу, разделив обе части на $\sqrt{3}$, что даст следующее:

$$\frac{d}{\sqrt{3}} = x.$$

Бедренная кость имеет длину 40 см:

$$\frac{40}{\sqrt{3}} = 23{,}1 \text{ см}.$$

Настоящая бедренная кость толще теоретической прямой, поэтому возьмите тару чуть больше. Теперь вы уверились в истинности утверждения «мал золотник, да дорог»?

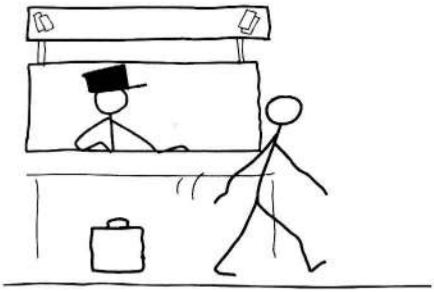
Между гранями ящика и бедренной костью остается свободное пространство, куда удается упаковать еще пару-тройку обнаруженных вами мелких костей. Вы раздаете остатки денег членам команды и, прежде чем отправиться в путь пешком, наблюдаете, как нагруженный верблюд скрывается в лучах заходящего солнца.

---

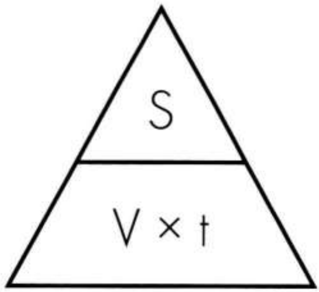
* Для неотрицательных значений x. — *Прим. науч. ред.*

ГЛАВА 6

ПОСЛЕДНИЙ ПОЕЗД ИЗ ВЛАДИВОСТОКА



На платформу прибывает последний сегодняшний поезд — вы так спешили, так хотели на него успеть! Но вдруг вы понимаете, что при вас нет портфеля с результатами годичной работы под глубоким прикрытием во Владивостоке — уликами против опасного двойного агента. Вне всякого сомнения, портфель был забыт у кассы, когда вы возились с поддельными документами и билетами. Вы смотрите на железнодорожные пути, затем через открытые двойные двери заглядываете в здание вокзала — по счастью, портфель на месте — и благодаря периферийному зрению, натренированному в MI6, замечаете там патрульного полицейского. Не доберетесь до своих вещей первым — сотрудник правопорядка конфискует бесхозный багаж. Оценив ситуацию, вы понимаете, что полицейский находится *в 60 м от портфеля и двигается неспешно, со скоростью около 1,5 м/с. От вас до портфеля — 200 м. Насколько быстро вам нужно бежать, чтобы суметь перехватить портфель и успеть до отхода поезда?*



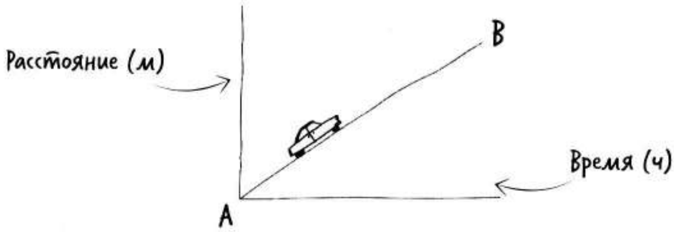
Этот простой и удобный треугольник — скорость, время и расстояние — вы, вероятно, помните по школьным урокам математики или физики. Величины взаимосвязаны: если известны любые две, то третья легко вычисляется. Предположим, вам требуется определить свой путь, то есть расстояние. Прикрываете рукой S и видите, что вашу скорость следует умножить на затраченное вами время. Таким образом, один-единственный простейший треугольник дает три невероятно полезные формулы:

Скорость = расстояние ÷ время

Расстояние = скорость × время

Время = расстояние ÷ скорость.

Чтобы легче запомнить первое уравнение, вспомните, как едет автомобиль: его скорость измеряется в км/ч (километрах в час). Мы знаем, что километр — это расстояние, час — время: получается, что скорость равна расстоянию, поделенному на время.



Расстояние и время — основные физические величины, у них собственные единицы измерения. Для физиков и математиков единица расстояния — чаще всего метр (м), а единица времени — секунда (с). Скорость — это производная (не основная) физическая величина, поэтому единица ее измерения — метр в секунду (м/с). В дополнение к ней на спидометрах автомобилей пишут внесистемные единицы скорости: миля в час и километр в час.

Основные единицы измерения

Метрическая система мер была придумана во Франции в конце XVIII века, во времена Первой Французской республики, и относительно быстро разошлась по всему свету. Она оказалась простой и удобной, поскольку была основана на десятичных единицах: все предыдущие системы требовали вычислений, что плохо подходило для быстрого счета. Сейчас в *международную систему единиц (СИ)* включены семь основных единиц. Это хорошо знакомые всем секунда, метр и килограмм, предназначенные для измерения времени, длины и массы соответственно, и не такие привычные ампер (сила тока), кельвин (термодинамическая температура), кандела (сила света) и — забавное слово — моль (количество вещества). Все остальные единицы — производные и выводятся из основных с помощью формул.

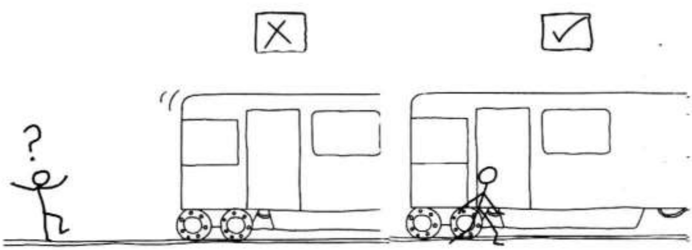
Сложное положение, из-за которого вы в нерешительности застыли на платформе, устраняется за два приема. Во-первых, нужно выяснить, сколько времени понадобится полицейскому, чтобы добраться до вашего портфеля. Нам известны расстояние и скорость, а значит:

$$\begin{aligned}\text{Время} &= \text{расстояние} \div \text{скорость}\\ &= 60 \div 1{,}5\\ &= 40\ \text{с.}\end{aligned}$$

Во-вторых, требуется вычислить, насколько быстро вам придется двигаться, чтобы оказаться возле своих вещей раньше полицейского. Если у вас есть небольшой запас времени, то, согласитесь, нет смысла нестись сломя голову и тем самым привлекать к себе внимание. Вычисленные нами 40 с подскажут скорость, которая позволит добраться до портфеля одновременно с патрульным:

$$\begin{aligned}\text{Скорость} &= \text{расстояние} \div \text{время}\\ &= 200 \div 40\\ &= 5\ \text{м/с.}\end{aligned}$$

Скорость 5 м/с соответствует бегу трусцой, что не вызовет особых подозрений в таком оживленном месте, как вокзал.



Чтобы понять, реально ли вообще успеть на уходящий поезд, следует выяснить, будете ли вы и хвост поезда находиться в одно и то же время на одинаковом расстоянии от начала платформы. В железнодорожном составе есть турный вагон*. Сумеете его догнать — попадете на поезд. Вопрос лишь в том, с какой скоростью придется двигаться к цели: ринуться как молния, просто побежать со всех ног или непринужденно потрусить? Поезд находится от вас на расстоянии 75 м; кроме того, известно, что он будет двигаться со скоростью 10 км/ч, пока не покинет платформу длиной 200 м.

Возможно, это и очевидно, однако давайте еще раз убедимся, что у нас везде задействованы одни и те же единицы измерения. Если мы оперируем метрами в секунду, скорость поезда 10 км/ч нужно перевести в м/с: 10 км/ч — это 10 000 м/ч, а 1 км — это 1000 м. Если поезд проезжает в час 10 000 м, то, разделив это расстояние на 60, мы узнаем, насколько далеко он окажется через минуту. Повторно разделив полученное частное на 60, поймем, где состав будет спустя секунду. Расчеты должны выглядеть вот так**:

$$\begin{aligned} 10\,000 \text{ м/ч} &= (10\,000 \div 60) \text{ м/мин} \\ &= 166{,}7 \text{ м/мин} \\ 166{,}7 \text{ м/мин} &= (166{,}7 \div 60) \text{ м/с} \\ &= 2{,}8 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Также учтем следующее: платформа слишком длинная, а вы — даже будучи самым несгибаемым человеком на свете и полностью осознавая масштаб возможного международного конфликта — проводили послеполуденные часы за поеданием

---

* Железнодорожный вагон, предназначенный для проезда лиц, сопровождающих грузы либо пассажирские вагоны на пути следования поезда, или двух-четырех локомотивных бригад при турной езде, когда половина из них работает, половина отдыхает. — *Прим. пер.*

** Здесь и далее: результат вычислений округлен у автора до указанных знаков, равенство сохранено. — *Прим. науч. ред.*

medovik и кропотливым изучением зашифрованных документов, однако ничего не делали для поддержания физической формы. Поезду остается проехать по платформе 200 – 75 = 125 м, а потом он разгонится так, что человеку его не догнать. Сколько на это уйдет времени? Ну что тут скажешь, мы знаем, что время = расстояние ÷ скорость, поэтому:

$$\text{Время} = 125 \div 2{,}8$$
$$= 44{,}6 \text{ с.}$$

Таким образом, какую бы технику бега вы ни выбрали, на то, чтобы догнать поезд, у вас есть 45 с. Давайте поочередно рассмотрим спринт, пробежку и бег трусцой.

Нам известны скорость поезда (2,8 м/с) и его фора в 75 м, но что насчет вашего спринтерского темпа? Ямаец Усейн Болт, обладатель мирового рекорда в забеге на 100 м, способен развить скорость до 12,4 м/с. Предположим, что вы не олимпиец, но как шпион международного масштаба имеете неплохую физическую подготовку, поэтому ваш максимальный темп — возможно, его поддерживают адреналин и *chifir'* — составляет 8 м/с. Сохранять такой темп вы способны в течение 12 с, потом вам придется остановиться и ненадолго прилечь.

Теперь у нас есть вся информация, необходимая для работы с формулой «расстояние = скорость × время». Время — это неизвестная величина, которую требуется найти; для ее обозначения используем букву t.

Формула для вас:

$$\text{Расстояние} = 8 \times t =$$
$$= 8t.$$

Формула для поезда:

$$\text{Расстояние} = 2{,}8 \times t =$$
$$= 2{,}8t.$$

Следует помнить, что у поезда есть фора в 75 м, поэтому, чтобы показать, насколько далеко он находится от начала платформы, добавляем к только что полученному выражению 75 м:

$$\text{Расстояние} = 2{,}8t + 75.$$

Нужно узнать, когда оба расстояния — то, что пробежите вы, и то, что проедет поезд, — станут равны, поэтому ставим между ними знак равенства и решаем — находим t:

$$8t = 2{,}8t + 75.$$

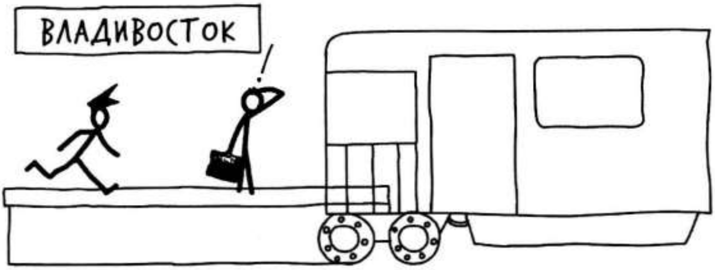
Вычтем из левой части уравнения 2,8t и получим:

$$5{,}2t = 75.$$

Делим на 5,2:

$$t = 75 \div 5{,}2$$
$$t = 14{,}4 \text{ с}.$$

Поскольку со спринтерской скоростью вы способны бежать не более 12 с, полученный нами результат означает: вы не успеете догнать состав до того, как упадет ваша скорость, поэтому, остановившись, будете беспомощно наблюдать за тем, как поезд уезжает в закат. А к вам тем временем направится полицейский, желающий задать кое-какие вопросы по существу…



Большинство сложных расчетов мы уже сделали, решая предыдущее уравнение. Формула для поезда остается прежней; нужно изменить только темп бега. Мировой рекорд в забеге на 400 м принадлежит Уэйду ван Никерку, южноафриканскому легкоатлету, преодолевшему дистанцию со средней скоростью около 9,1 м/с. Пусть темп, который вы способны поддерживать примерно с минуту, составляет 5,7 м/с. Тогда наше уравнение принимает вид:

$$5{,}7t = 2{,}8t + 75.$$

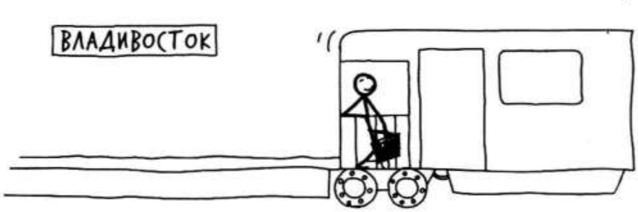
Вычитание 2,8t дает:

$$2{,}9t = 75.$$

Следующий шаг — деление на 2,9:

$$t = 75 \div 2{,}9$$
$$t = 25{,}9 \text{ с}.$$

Получилось! Результат находится в диапазоне между той минутой, за которую вы не успеваете потерять скорость, и теми 45 секундами, пока последние вагоны все еще остаются в пределах платформы. Совершив прыжок, который сделал бы честь солисту балета, вы оказываетесь на подножке последнего вагона и, переведя дыхание, отправляетесь в ресторан — обмывать успех рюмкой *vodka*.



Зачем бежать быстро и рисковать, привлекая к себе внимание? Что, если оказаться в нужном месте и в нужное время поможет и бег трусцой? Предположим, вы движетесь с типичной для воскресной пробежки скоростью (4,4 м/с) и сумеете придерживаться этого темпа даже после того, как поезд минует платформу:

$$4{,}4t = 2{,}8t + 75.$$

Еще раз вычитаем 2,8t:

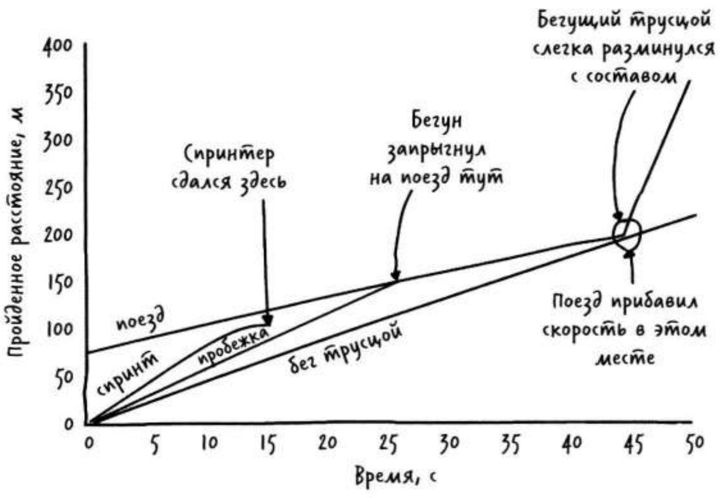
$$1{,}6t = 75.$$

Затем делим на 1,6:

$$t = 75 \div 1{,}6$$
$$t = 46{,}9 \text{ с}.$$

Катастрофа! Вы неверно оценили ситуацию. Когда до состава остается всего пара-тройка метров, платформа резко обрывается. Вы останавливаетесь и провожаете взглядом поезд, который едет в Европу без вас, набирая скорость. Мировой рекорд по прыжкам в длину составляет 8,95 м, но это уже совсем другая история…

Когда нам, как сейчас, нужно решить несколько уравнений, проще построить график, демонстрирующий



зависимость расстояния от времени. Тогда на одном и том же рисунке мы сумеем отследить изменение всех трех скоростей относительно движения поезда. Точки пересечения линий, отражающих различный темп бега, с линией поезда будут означать, что вместе с составом вы находитесь в одном и том же месте в одно и то же время.

Можно заметить, что угол наклона (крутизна) каждой линии отражает скорость бегуна. Наибольшая крутизна у линии спринтера, чуть меньшая — у линии быстрого бега, и, наконец, самая маленькая — у линии бега трусцой. Линия поезда изначально имеет наименьший угол наклона, однако спустя 44,6 с, когда состав ускоряется, она становится гораздо круче остальных. Обратите внимание, что на старте — нулевой отметке времени — поезд имеет преимущество в 75 м.

На протяжении всей главы мы пренебрегали ускорением, хотя все на свете замедляется и ускоряется. Но это справедливое допущение: когда вы только-только побежали за поездом, он уже находился в движении, а человеку требуется совсем немного времени, чтобы разогнаться до скорости бега трусцой или быстрого бега, да и выйти на спринтерский темп — не проблема. Также для нас характерно ускоряться на поворотах — да, то самое неприятное ощущение, которое возникает при движении по круговому перекрестку. Я предположил, что платформа ровная и прямая, поэтому об ускорении беспокоиться не приходится. Однако в следующей главе оно станет играть очень важную роль.

ГЛАВА 7

СВЕТ, КАМЕРА, МОТОР!

Ваш звездный час наконец-то пробил — вы были наняты постановщиком боевых сцен в голливудский блокбастер «Кунг-фу Дама». Режиссеру, который, как все знают, терпеть не может компьютерные спецэффекты, хотелось бы, чтобы в одном из эпизодов фильма героиня Дженни Вмордубей, применив свой фирменный удар, отправила заклятого врага в полет через все помещение. Вы опоясываете каскадера и привязываете к поясу трос, на другом конце которого — мешок с песком. Когда противовес начнет падать в шахту, он дернет за собой каскадера. Насколько увесистым должен быть мешок? Пожалеете песка — из сцены уйдет напряжение. Хватите через край — вполне вероятно, что каскадера придется выковыривать из гипсокартонных декораций.

Прежде чем приступить к расчетам, давайте поговорим о весе и массе. Зачастую мы употребляем эти слова как синонимы, однако обозначают они совершенно разные физические величины.

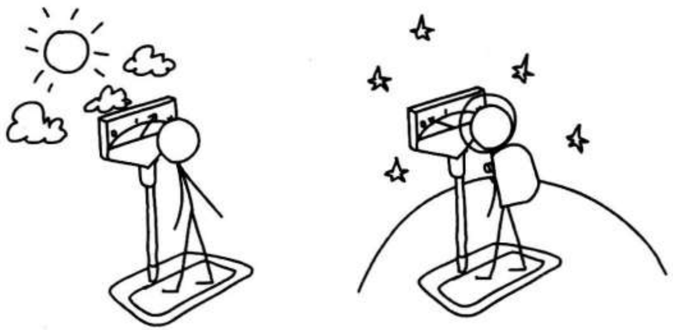
Любой атом обладает определенной массой, которая определяется типом и количеством составляющих его элементарных частиц. Сложив массу каждого атома своего тела, вы узнаете собственную массу. Она не изменится, даже если вы решите отправиться на Луну или орбитальную станцию, — ведь вы по-прежнему будете состоять из тех же самых атомов.

Конечно, весьма сложно вычислить собственную массу путем сортировки и подсчета массы всех атомов, поэтому мы обращаемся к весу. Вес — это сила, вызванная гравитацией: прямо пропорциональная нашей массе, она притягивает нас к центру Земли. Чем больше масса, тем больше вес.

Данное утверждение — оно понадобится нам не только в этой главе, но и в следующей, — верно только в том случае, если мы находимся на поверхности Земли. Силы способны изменить скорость, направление движения или форму объекта, однако пока они пребывают в равновесии, ничего происходить не будет. Когда вы просто стоите, вес (сила) тянет вас вниз, но сила, направленная вверх — реакция опоры, действующей на ваши ноги, — отменяет влияние первой силы, и именно поэтому ваши скорость, направление движения и форма не меняются. Если противодействие исчезает, то теоретически могут измениться сразу все три характеристики. Еще пример: пока моя машина движется с постоянной скоростью, ее гонит вперед мотор, создающий силу (тягу). Ее уравновешивает сопротивление воздуха, и темп езды остается неизменным. Я давлю на газ — двигатель наращивает обороты, а машина набирает скорость. По мере ускорения автомобиль встречает все более и более сильное сопротивление воздуха; оно будет расти, пока не достигнет равновесия с силой, выдаваемой мотором в данный момент. Но как только это произойдет, машина опять начнет двигаться в набранном устойчивом темпе.

Окажись мы с вами на Луне, наша масса осталась бы неизменной, однако из-за более низкой гравитации вес стал бы меньше, и мы смогли бы, как астронавты, здорово прыгать в высоту.

Уяснить разницу между массой и весом следует до того, как вы начнете, оперируя формулами, выяснять, что же произойдет с вашим каскадером.

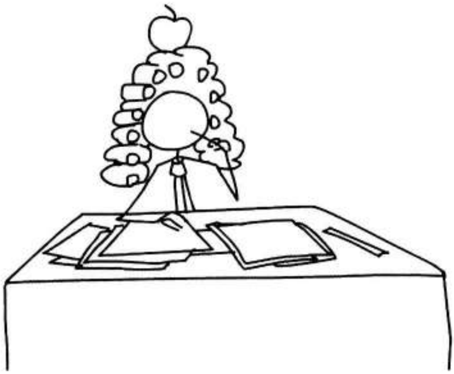


Исаак Ньютон (тот самый, с яблоком) разобрался с этим вопросом еще в XVII веке. Его гениальная идея состояла в следующем: осознав, что люди подчиняются силе тяжести, он представил, что могло бы произойти, если бы той не было, и создал три закона.

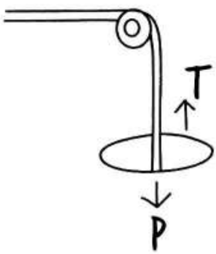
Первый закон: если все силы, действующие на тело, скомпенсированы, тело движется равномерно и прямолинейно (или находится в покое).

Второй закон: сила = масса × ускорение.

Третий закон: каждой силе соответствует равная ей и противоположная по направлению сила.



Нужную формулу можем почерпнуть из второго закона Ньютона.



Вес (сила) мешка с песком равен произведению его массы на ускорение свободного падения. Последнее составляет приблизительно 9,8 м/с^2 и обычно обозначается буквой g. Таким образом, получаем:

$$P = mg.$$

Также на мешок с песком действует и другая сила — направленная вверх сила натяжения троса. Если вес нашего груза и сила натяжения равны, мешок с песком сохраняет неподвижность. Если его вес больше, то равнодействующая сила*

* Сила, действие которой равно действию всех одновременно действующих на тело сил. — *Прим. науч. ред.*

направлена вниз, и мешок приобретает ускорение. Формула для мешка с песком:

равнодействующая сила, действующая на мешок с песком = вес — сила натяжения.

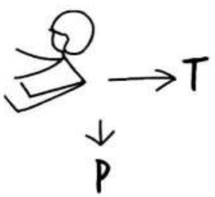
Исходя из того, что масса противовеса равна М килограмм, а натяжение — Т ньютонов (как известно, ньютон — это единица измерения силы), получаем:

равнодействующая сила мешка с песком = Mg — T.

Согласно второму закону Ньютона, сила — это масса, умноженная на ускорение, поэтому после замены равнодействующей силы на Ма у нас получается узнать ускорение груза:

$$Ma = Mg - T.$$

К другому концу троса привязан каскадер.



Если каскадер верно рассчитает время, он окажется в воздухе в тот самый момент, когда начнет двигаться мешок с песком. Другими словами, сопротивления тросу, который потянет каскадера вправо, не возникнет. Определять вес по-прежнему будет масса каскадера, но направленная вниз сила не помешает горизонтально ориентированной силе натяжения каната. Формула для каскадера:

равнодействующая горизонтальная сила = сила натяжения.

Поскольку масса исполнителя трюка равна m, получаем:

$$ma = T.$$

Итак, у нас есть две формулы. Требуется узнать, как изменится ускорение мешка с песком при увеличении его массы. Поскольку груз, падая, увлекает за собой каскадера, в обе формулы следует подставить одно и то же значение a. О силе натяжения, которая возникает при этом в тросе, мы ничего не знаем, и, следовательно, ее нужно исключить из расчетов. Как известно, T = ma, поэтому заменяем T на ma и начинаем определять ускорение:

$$Ma = Mg - ma$$

Добавляем ma к обеим частям:

$$Ma + ma = Mg.$$

В левой части выносим за скобки общий множитель:

$$(M + m)a = Mg.$$

Делим обе части на выражение в скобках:

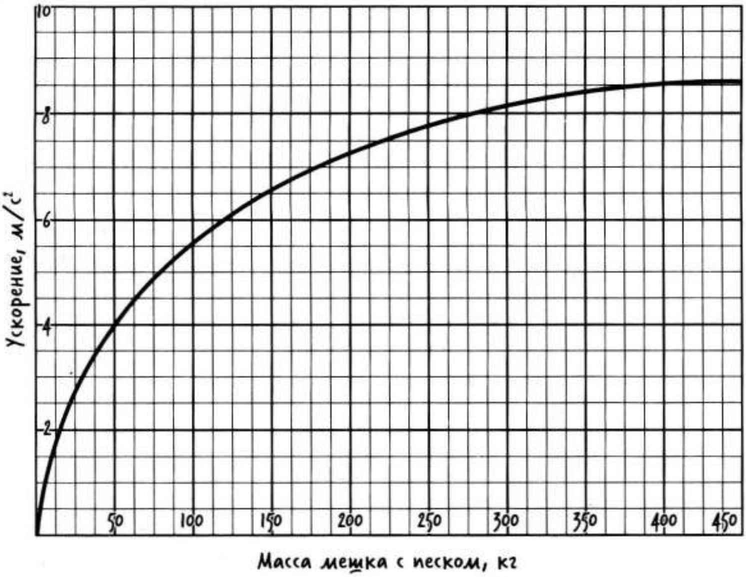
$$a = \frac{Mg}{M + m}.$$

Подставим в формулу массу каскадера, которая предположительно составляет 65 кг, и g, равное 9,8 м/с^2:

$$a = \frac{9{,}8M}{M + 65}.$$

Теперь можем построить график и посмотреть, как будет изменяться ускорение при увеличении M.

Смотрите сами: независимо от того, насколько тяжел мешок с песком, его ускорение растет, растет и упирается в потолок — чуть ниже 10 м/с^2. Если задуматься, то это закономерно: нет способа заставить противовес, который к тому же тащит



за собой каскадера, падать быстрее, чем позволяет гравитация. Таким образом, максимальное ускорение мешка с песком всегда будет равным g — 9,8 м/с². Приемлемо ли оно для исполнителя трюка? Что ж, ускорение нередко измеряется в g-ках, то есть выражается в том или ином количестве g. В течение ограниченного времени человеческое тело способно выносить воздействие сразу нескольких g-шек; для наглядности, поездка на американских горках, которая сопровождается перегрузкой в 3g или 4g, обходится без последствий. Таким образом, с высококвалифицированным каскадером все будет в порядке.

Теперь нужно выяснить, насколько далеко он сумеет переместиться по воздуху. Подробнее о полетах мы поговорим в следующей главе, однако давайте посмотрим, что нам известно на данный момент. Допустим, вы решите использовать массивный мешок с песком, который придаст каскадеру ускорение 8 м/с². При этом исполнитель трюка будет находиться в воздухе всего секунду.

Дюймовый удар Брюса Ли

Брюс Ли, легендарный мастер боевых искусств, мог с расстояния в дюйм (2,54 см) одним ударом заставить взрослого противника пролететь через всю комнату. По рассказам его менеджера, многолетние тренировки научили актера быстро и последовательно задействовать большинство основных мышц тела, чтобы высвободить «взрывную» мощь: он обрушивал кулак на цель со скоростью 200 км/ч (около 55 м/с, если округлить до целого в меньшую сторону). Для анализа этих ударов вспомним, что такое импульс силы. Он представляет собой массу объекта, умноженную на его скорость. Считается, что при столкновении двух тел импульс сохраняется, и, следовательно, импульс системы неизменен. Атакуя противника, Брюс Ли передавал тому импульс своих кулака и руки. Мы знаем, что Брюс Ли весил около 61 кг, а масса руки в среднем составляет около 5,3% от массы всего тела. Таким образом, **Б**рюс **у**дарял **м**ужчину — назовем это для краткости БУМ — с импульсом:

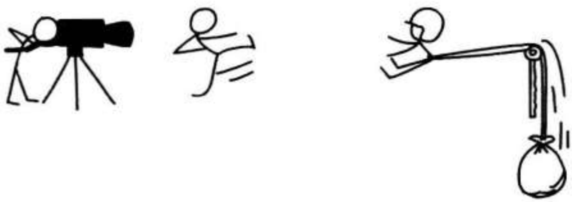
$$\text{БУМ} = mV$$
$$\text{БУМ} = 61 \times 5{,}3\% \times 55$$
$$\text{БУМ} = 178 \text{ кг}\bullet\text{м/с}.$$

БУМ попадает в цель — скажем, в некоего Джо массой 75 кг:

$$mV = 178$$
$$V = 178 \div 75$$
$$V = 2{,}37 \text{ м/с}.$$

Пусть это и потребовало кучи вычислений, но теперь нам очевидно: в результате мощного толчка человек действительно отлетал назад.

Поскольку с каждой единицей времени каскадер движется на 8 м/с быстрее, к завершению полета он выходит на скорость 8 м/с. Если предположить, что в точке отсчета исполнитель трюка неподвижен, то средний темп его перемещения по воздуху составляет 4 м/с (среднее между 0 и 8). Это значит, что он передвинется на 4 м. Но если каскадер начнет с прыжка назад, то расстояние увеличится. А что, если вместо мешка с песком использовать лебедку, чтобы ускорение стало больше, чем g? И когда «больше» превратится в «чересчур»?



Что ж, в повседневной жизни вы едва ли испытаете перегрузку, которая превысит гарантированное гравитацией одно g. Именно его обеспечивает приличный спортивный автомобиль. Чтобы получить то самое «больше», вам понадобятся спецсредства: истребитель, американские горки, болид Формулы-1 или ракета. Людям по силам выдерживать значительные перегрузки: как-то раз в 2003 году в Техасе шведский гонщик Кенни Брэк еле выжил после аварии, случившейся на пике ускорения его автомобиля до 214g. Квалифицированный каскадер, готовый к рывку и одетый в портупею для полетов, распределяющую нагрузку по телу, сумеет справиться с более серьезной перегрузкой, чем от мешка с песком. Поэтому вам стоит уточнить у режиссера, что именно он имел в виду под выражением «со всей дури», описывая, как героине предстоит наносить фирменный удар. Если тому действительно хотелось накалить обстановку, попробуйте настоять на покупке мощной лебедки.

ГЛАВА 8

НА ВЕС ЗОЛОТА

Вы — скупщик драгметаллов, и вам приходится колесить по всему свету, встречаясь со старателями, когда те обнаруживают нечто заслуживающее внимания. Ваш австралийский агент наткнулся на золото, и вы тут же кидаетесь к самолету. Встретиться со старателем следует в кратчайшие сроки: на тот же день, только позже, у вас запланирована сделка в Сингапуре. Вы задумываетесь: что, если при помощи познаний в физике вам удастся немного сэкономить? Вам известно, что сила тяжести уменьшается по мере удаления от поверхности Земли, поэтому вы решаете прихватить австралийца с собой в Сингапур, а добытое им золото взвесить во время полета. Когда самолет наберет определенную высоту, золото станет весить меньше, чем на поверхности Земли, что обеспечит вам беспрецедентную скидку при оплате. Итак, какую сумму получится сэкономить, если у старателя есть 100 кг золота?

Гравитация — это сила, которая заставляет объекты притягиваться друг к другу. Именно благодаря ей мы никуда не улетаем с поверхности Земли, а Луна не сходит со своей орбиты.

Сила тяжести заставляет планеты Солнечной системы вращаться вокруг Солнца, а звезды — вокруг центров галактик. В предыдущей главе для вычисления веса мы использовали формулу $P = mg$, но это было своего рода уловкой: она применима лишь при условии, что все объекты находятся на поверхности Земли. На самом деле эта формула выведена из закона всемирного тяготения Ньютона (так звучит официальное название) и полностью выглядит следующим образом:

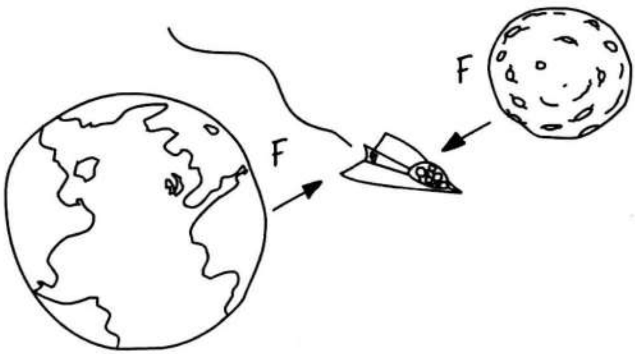
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Согласно ей, сила тяжести между двумя объектами есть произведение их масс (m_1 и m_2), поделенное на квадрат расстояния между ними (r) и умноженное на гравитационную константу G. Притягиваться друг к другу способны два абсолютно любых объекта, но само число G очень мало ($0{,}00000000006674 \frac{м^3}{кг \times с^2}$), поэтому для того, чтобы между ними возникло очевидное для нас взаимодействие, они должны обладать значительными массами. Как у Луны, планет и звезд.

Быстрое похудение

Не по карману аренда бизнес-рейса, чтобы подняться в воздух и быстро скинуть вес? Тогда отправляйтесь в Перу, на вершину горы Уаскаран. И хотя ее высота (6768 м), безусловно, поспособствует вашему плану похудения ничуть не хуже частного самолета, есть еще одно обстоятельство, которое будет вам на руку. Подобно тем, кто хочет сбросить вес, Земля расширяется посередине (это обусловлено ее вращением). Гора Уаскаран находится вблизи экватора, и за счет естественной выпуклости Земли сила тяжести на ее вершине будет почти такой же низкой, как и в самолете, летящем на высоте 15 000 м. Разумеется, сам по себе подъем на семикилометровый пик тоже поможет скинуть пару килограммов!

Знаменателем в уравнении выступает r^2 — квадрат расстояния между двумя объектами. Это значение и позволит вам сэкономить. Уменьшить массу золота или массу Земли вам не по силам, да и гравитационная константа, как следует из ее названия, неизменна. Однако, перенеся сделку в заоблачные высоты, вы сумеете изменить расстояние между центром Земли и золотом.



Что ж, для подсчета одного и того же у нас есть два уравнения: одно Ньютона, другое P = mg. Как считаете, какое лучше использовать? Масса Земли оценивается примерно в 5 972 000 000 000 000 000 000 000 кг, что составляет около 6 иоттакилограмм, или 6 бронтограмм (это вам на тот случай, если в гостях вы захотите ошарашить хозяев никому не нужным фактом, чтобы они вас больше никогда не приглашали). Расстояние от центра Земли до поверхности составляет в среднем 6371 км, или 6 371 000 м. Чуть выше приведено значение G, так что, подставив все данные, мы получаем:

$$F = 0{,}00000000006674 \times$$

$$\times \frac{5972000000000000000000000 \times m_2}{6371000^2}$$

$$F = 9{,}82 m_2.$$

G, m_1 и r^2 вместе составляют g, то есть 9,8 м/с². Таким образом, на поверхности Земли, где G, m_1 и *r* являются константами, мы можем задействовать формулу P = mg. А вот если дело происходит где-то еще — например, на вашем частном самолете, — придется использовать полную формулу закона всемирного тяготения.

Сколько будет составлять притяжение между Землей и 100 кг золота на уровне моря:

$$F_{\text{ур.моря}} = 0{,}00000000006674 \times \frac{5972000000000000000000000 \times 100}{6371000^2};$$

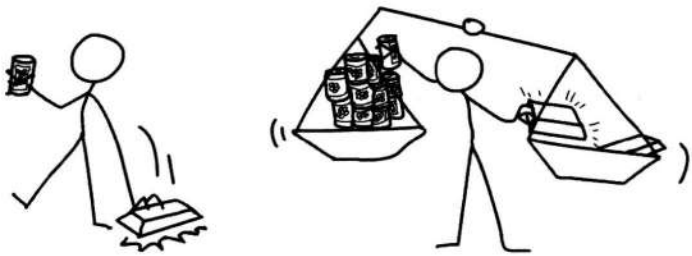
$$F = 982\ \text{Н}.$$

Полученная сила тяжести и есть вес золота. Стоит отметить, что оно притягивает Землю с аналогичной силой, однако планета слишком тяжела, поэтому ускорение, которое вызывает прикладываемая золотом сила, оказывается ничтожно малым. Впрочем, противоположно направленные, но равные силы все равно компенсировали бы друг друга. Вот что выходит: взвешиваясь, вы на самом деле производите силу, необходимую для противодействия притяжению, а откалиброванный особым образом измерительный прибор преобразует каждые 9,8 Н в килограмм.

Итак, пусть ваш бизнес-самолет способен набирать 15-километровую высоту. Тогда значение *r* увеличится на 15 000:

$$F = 0{,}00000000006674 \times \frac{5972000000000000000000000 \times m_2}{(6371000 + 15000)^2};$$

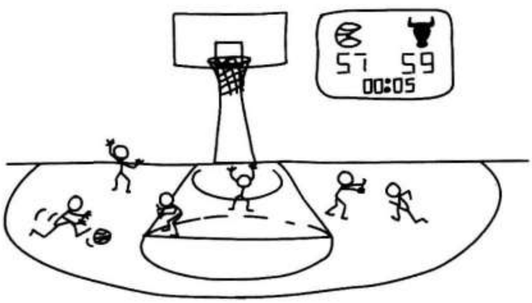
$$F = 977\ \text{Н}.$$



На такой высоте вес золота будет составлять на 5 ньютонов меньше, чем на уровне моря. Разницу не назвать колоссальной — всего-то полкило, что сравнимо, скажем, с банкой консервированной фасоли. Замечу, что на результат влияет и способ взвешивания. Если вы воспользуетесь традиционными рычажными весами с двумя чашами — одна для золота, другая для гирь, — ваш план провалится. Дело в том, что гири тоже будут иметь меньший вес, и на выходе получатся все те же 100 кг золота. Вот незадача! Но раз у вас есть средства на частный самолет, вы, очевидно, способны раздобыть и высокоточные электронные весы.

Давайте посмотрим, как это повлияет на сделку. На момент подготовки книги к печати золото стоило около 38 000 фунтов стерлингов за килограмм. Разница в полкило сэкономит вам примерно 19 000 фунтов — на эти деньги, замечу, можно купить приличный запас банок с консервированной фасолью. А старатель в любом случае получит очень крупную сумму денег, так что довольными останутся все.

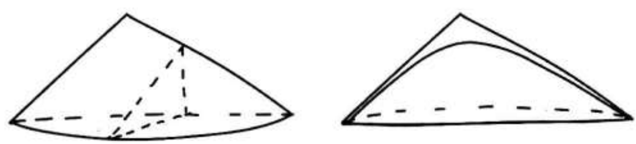
ГЛАВА 9
ТРЕХОЧКОВЫЙ



Кинув взгляд на табло, вы понимаете, что время на исходе: до завершения матча, в котором определится победитель баскетбольного турнира, остались считаные секунды. Ваша команда отстает на два очка: если вы сумеете воспользоваться шансом и попасть в кольцо оттуда, где находитесь, то станете легендой школы. Вам известно, что на игре присутствуют скауты, высматривающие перспективных новичков, поэтому у вас есть великолепная возможность продемонстрировать, как вы держитесь в стрессовой ситуации. Добьетесь успеха — и мечта о баскетбольной стипендии и карьере профессионального игрока станет на шаг ближе к реальности, промахнетесь — подведете команду, тренера, да и вообще всех на свете. Это немыслимо. С какой скоростью и под каким углом вам следует бросить мяч?

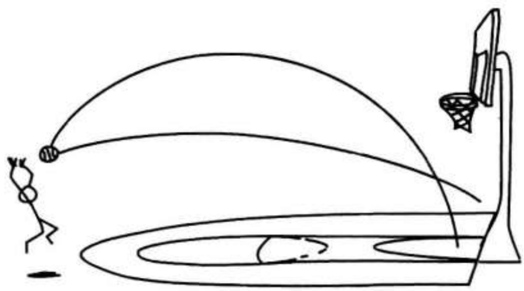
Выпущенные в пространство с определенной начальной скоростью объекты, к которым после этого не прикладываются дополнительные силы, принуждающие их к движению, называются снарядами. Поведение снарядов — предмет множества исследований. Давайте посмотрим правде в глаза: мы издавна обожаем швырять разные штуки куда ни попадя — на охоте (камни, копья, стрелы, пули), на отдыхе (шары), на войне (пушечные ядра, гранаты и прочее). Даже баллистика, наука, изучающая движение снарядов, получила название от античного орудия — баллисты, или гигантского камнемета.

Все снаряды следуют определенному пути (траектории). Этот путь, во многом зависящий от начальной скорости снаряда и угла при его запуске, соответствует кривой, известной как парабола. Если хотите узнать, как она выглядит, рассеките конус параллельно его образующей (отрезку между вершиной и границей основания):

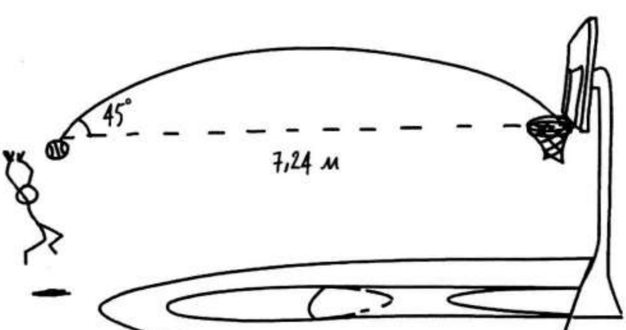


Если вы взглянете на снаряд с точки зрения математики, то, чтобы упростить задачу, сделайте важное допущение: пренебрегите сопротивлением воздуха. Оно так и так не окажет сколько-нибудь заметного влияния — расстояние и скорость полета баскетбольного мяча не настолько велики. Это означает, что на выпущенный снаряд будет влиять одна-единственная сила — гравитация.

При решениях задач такого плана есть смысл раскладывать скорость на две составляющие — горизонтальную и вертикальную. Поскольку вы знаете, что гравитация (единственная действующая на снаряд сила) направлена вертикально вниз, то горизонтальная скорость мяча должна быть постоянной. Таким образом, прослеживается определенное соотношение между вертикалью (высотой) и горизонталью (расстоянием). Если вы бросите мяч под слишком большим углом, он не продвинется по горизонтали настолько, чтобы достичь кольца: высокая скорость броска уйдет на преодоление силы тяжести. Кинете снаряд почти горизонтально, и его малой начальной скорости не хватит для сопротивления гравитации, поэтому он пролетит ниже кольца.



Разумно предположить, что наилучший результат — где-то посередине. Чтобы при заданной скорости мяч пролетел максимальное расстояние, нужно уравнять горизонтальную и вертикальную составляющие: это произойдет, если бросить снаряд под углом 45° к горизонту. Поскольку для



нахождения нужной начальной скорости достаточно применить теорему Пифагора (см. Введение), удастся обойтись без тригонометрических функций, а предположение, что мяч будет брошен с высоты, на которой находится кольцо, упростит расчеты еще больше.

Чтобы связать скорость броска (V) с ее горизонтальной и вертикальной составляющими — обе я называю u, — воспользуемся теоремой Пифагора. Если мяч должен пройти V метров по диагонали, а горизонтальная и вертикальные компоненты, или u, равны, значит, мы имеем дело с равнобедренным треугольником. Формула принимает следующий вид:

$$V = \sqrt{u^2 + u^2};$$

$u^2 + u^2$ составляют $2u^2$, значит,

$$V = \sqrt{2u^2}.$$

Рассуждаем так же, как в ситуации с костью гоминида, и получаем:

$$V = \sqrt{2}u.$$

С оставшейся частью проблемы поможет разобраться одно из уравнений Ньютона, описывающих движение. Оно выглядит так:

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2.$$

Нам понадобится рассмотреть две версии этой формулы. Первая будет характеризовать горизонтальное перемещение мяча, вторая — вертикальное. Итак, s — это расстояние, которое преодолел ваш снаряд, u — и горизонтальная, и вертикальная компоненты начальной скорости броска, t — время, a — ускорение.

По горизонтали ускорение равно нулю, то есть a = 0, поэтому сразу прощаемся с частью $\frac{1}{2}at^2$:

$$s_h = ut.$$

Нижний индекс h напоминает, что записанная формула отвечает за горизонтальное перемещение. По вертикали ускорение обусловлено гравитацией. Расстояние, пройденное в этом направлении, считается положительным, пока мяч движется вверх. Сила тяжести направлена в противоположную сторону, следовательно, в этом уравнении она будет фигурировать со знаком минус. Подставляем ускорение a = $-g$:

$$s_v = ut + \frac{1}{2} \times (-g) \times t^2;$$

наведя порядок в правой части формулы, получаем:

$$s_v = ut - \frac{1}{2}gt^2.$$

Вам нужно узнать, с какой скоростью требуется бросить мяч, а значит, необходима формула, которая сказала бы, чему равно u. При этом вы не хотите, чтобы в ней фигурировало t, поскольку не представляете, сколько времени уйдет на попытку, да и вообще не хотите возиться с этим аспектом. Мы сумеем избавиться от t, если выразим его через переменные s_h и u:

$$s_h = ut.$$

Обе части уравнения делим на u:

$$\frac{s_h}{u} = t.$$

Время *t* одинаково для обеих версий формулы, следовательно, мы можем подставить его в уравнение вертикального движения — $s_v = ut - \frac{1}{2}gt^2$:

Рекордсмены

В 2014 году американский баскетболист Элан Буллер сумел забросить мяч в кольцо с расстояния 34,3 м. Скорость снаряда была исключительной — 18,3 м/с, то есть почти 66 км/ч. Замечательный бросок. Наибольшую высоту — чуть более 200 м — набрал баскетбольный мяч, брошенный с вершины водопада Малетсюнейане (Лесото). При таком броске колоссальное значение имеет сопротивление воздуха. Вращающийся мяч генерирует подъемную силу, которая увеличивается по мере возрастания скорости. Автору рекорда, австралийцу Дереку Херрону, пришлось это учитывать — как и опытным футболистам, способным закрутить мяч. Правда, правильный бросок у него получился только после шестидневных тренировок.

$$s_y = u\frac{s_h}{u} - \frac{1}{2}g\left(\frac{s_h}{u}\right)^2.$$

Пока уравнение выглядит довольно пугающе, но после упрощения (u ÷ u = 1, а еще есть скобки, которые можно раскрыть) получаем:

$$s_y = s_h - \frac{g{s_h}^2}{2u^2}.$$

Шаг за шагом мы приближаемся к u. Из обеих частей вычитаем s_h:

$$s_y - s_h = -\frac{g{s_h}^2}{2u^2}.$$

Обе части умножаем на u^2:

$$u^2\left(s_y - s_h\right) = -\frac{g{s_h}^2}{2}.^{*}$$

---

* От знака «минус» под знаком корня так же можно избавиться, внеся его в знаменатель, и поменять местами уменьшаемое и вычитаемое в скобках: 2(sh – sy). — *Прим. науч. ред.*

Далее делим на выражение в скобках из левой части:

$$u^2 = -\frac{gs_h^{\ 2}}{2\left(s_y - s_h\right)}.$$

Наконец, из обеих частей формулы извлекаем квадратный корень:

$$u = \sqrt{-\frac{gs_h^{\ 2}}{2\left(s_y - s_h\right)}}.$$

В завершение всего подставляем кое-какие значения: $g = 9{,}8$ м/с^2, $s_h = 7{,}24$ м до корзины, $s_y = 0$, поскольку мы допустили, что в момент броска мяч находится на одной высоте с кольцом:

$$u = \sqrt{-\frac{9{,}8 \times 7{,}24^2}{2(0 - 7{,}24)}};$$

$$u = 5{,}9562 \text{ м/с}.$$

Теперь, когда нам известны горизонтальная и вертикальная составляющие начальной скорости, можем подсчитать скорость броска:

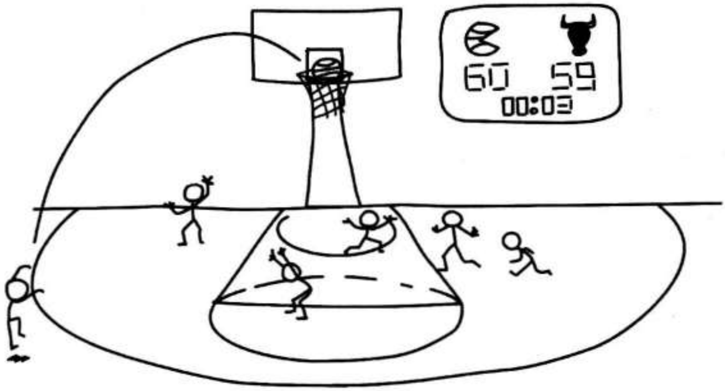
$$V = \sqrt{2}u.$$

Подставляем вместо u его значение 5,9562:

$$V = \sqrt{2} \times 5{,}9562;$$

$$V = 8{,}42 \text{ м/с}.$$

Если скорость вашего броска выше, вот две возможные траектории, которые позволят вам выполнить трехочковый. Направьте мяч под углом, превышающим 45° к горизонту. Тогда благодаря броску-свечке сумеете обыграть исполинского звездного игрока команды-соперника. Выбрав более



динамичную, но пологую траекторию, пресечете попытки противника перехватить ваш бросок.

Произведя все эти баллистические расчеты за считаные мгновения у себя в голове, вы бросаете мяч со скоростью 8,42 м/с под углом 45° и обеспечиваете своей команде победу в турнире. Баскетбольная стипендия, профессиональная карьера и всеобщее обожание — все это теперь ваше!

ГЛАВА 10

БЫСТРЫМ ШАГОМ

Автономная экспедиция на Южный полюс — впечатления на всю жизнь. Известно, что в 1912 году в аналогичном переходе погибли все пятеро членов команды Роберта Скотта: из-за особенностей местности, холода и оторванности от цивилизации любое действие превращалось в борьбу не на жизнь, а на смерть. Будучи всемирно известным исследователем и участником соревнований на сверхвыносливость, вы с нетерпением ожидаете столь грандиозного испытания. Кроме того, вы рассчитываете, что путешествие поможет вам собрать внушительные пожертвования на благотворительность. На протяжении всех 2900 километров и 120 дней пути вы собираетесь самостоятельно тянуть сани, груженные снаряжением и провизией. В вашем распоряжении уже есть самое современное переносное оборудование, и осталось рассчитать, сколько припасов понадобится вам для выживания. Чем больше возьмете с собой, тем тяжелее станут сани: следовательно, волоча все на себе, вы сожжете еще больше калорий, и вам понадобится еще больше пищи. А если взять *недостаточно припасов, то не хватит сил завершить переход. Из экологических соображений и ради последующих медицинских исследований вы не планируете оставлять после себя даже отходов собственной жизнедеятельности. Кроме того, вас попросили собрать образцы льда во время экспедиции, и сани совершенно точно не станут легче.*

Калория. Все мы не раз слышали это слово, а некоторые вообще выбирают продукты, исходя только из показателей их калорийности. Но что это такое — калория? Начнем с того, что «калория» — неправильное слово. Имея в виду пищу, мы на самом деле говорим о килокалориях, а килокалория — это 1000 калорий. Килокалория — количество энергии, необходимое для нагревания литра воды на градус Цельсия. В науке общепринятая единица энергии — джоуль (Дж), а килокалория эквивалентна 4184 Дж.

Мы постоянно, даже не двигаясь, тратим энергию. Она уходит на поддержание жизнедеятельности (сердцебиение, дыхание, сохранение температуры тела) и на мыслительную деятельность*. Количество потребляемой энергии зависит от веса, роста и телосложения человека, но в среднем взрослый индивид ежечасно сжигает около 100 килокалорий (ккал), то есть за день у него уходит примерно 2400 ккал.

Если энергии потрачено больше, чем получено, тело задействует резервы — сначала жировую прослойку, затем мышцы. Гибель капитана Скотта можно объяснить множеством причин, но одна из них, вне всякого сомнения, — неудачный рацион питания. Дневной паек каждого члена его команды содержал около 4300 ккал, но путешественникам

---

* Мозг взрослого человека потребляет до 20% энергии, вырабатываемой организмом. У детей и подростков этот показатель иногда доходит до 60%. — *Прим. науч. ред.*

не хватало энергии, чтобы справиться с неблагоприятными условиями окружающей среды и огромными физическими нагрузками: до трагического завершения экспедиции все они потеряли по 30 с лишним килограммов.

Вот группы основных источников энергии: углеводы, белки и жиры. Первые две обеспечивают нам примерно по 4 ккал/г, третья — 8,8 ккал/г, то есть в два с лишним раза больше. Отчасти поэтому наш организм запасает излишек еды в виде жира; кроме того, это одна из причин, почему людям трудно похудеть. В килограмме жира содержится 8800 ккал. Это эквивалентно энергии, которую человек при обычном рационе получил бы за 3,5 суток. Это больше, чем профессиональный велосипедист сумел бы сжечь, проведя в седле целый день. Эффективно усвоить все эти калории помогает клетчатка — она добавляет еще 1,9 ккал/г.

Именно потому перед антарктическим марафоном вы решаете переориентировать свой план питания в сторону жиров, однако сначала выясняете, сколько энергии может дать предполагаемый рацион. С оглядкой на массу продуктов вы вместе со специалистом по питанию разрабатываете рацион, который на 50% состоит из жиров, на 20% — из белков, на 20% — из углеводов и на 10% — из клетчатки. Предположим, что продовольственный пакет весит 10 кг:

Группы продуктов питания	Калорийность, ккал/г	Масса, г	Расчет энергии	Энергия, ккал
Жиры	8,8	5000	8,8 × 5000 =	44 000
Белки	4	2000	4 × 2000 =	8000
Углеводы	4	2000	4 × 2000 =	8000
Клетчатка	1,9	1000	1,9 × 1000 =	1900

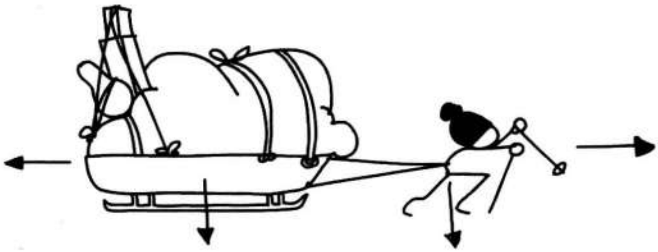
На 10 кг припасов выходит 44 000 + 8000 + 8000 + + 1900 = 61 900 ккал, на килограмм — 6190 ккал.

Энергию предстоит расходовать двумя способами. Прежде всего следует убедиться, что у вас имеется суточный минимум — 2400 ккал. В дополнение к этому вы, разумеется, станете тратить дополнительную энергию: вы не просто будете шагать по бескрайним просторам Антарктиды — вы потащите за собой сани. Если посмотреть на предстоящее испытание как на формулу, получаем нечто вроде этого:

Общая энергия =
энергия перетаскивания + энергия выживания.

Ладно, давайте сначала посмотрим, сколько энергии вы сожжете, когда приметесь тянуть сани. Чтобы составить общее представление, нужно сделать несколько допущений. Предположим, что вы станете двигаться в постоянном темпе, а еще исключим сопротивление воздуха. Также допустим, что путь будет пролегать через равнину.

В основном вам придется преодолевать силу трения, которая станет действовать в направлении, обратном вашему движению. Вы потянете сани в одну сторону, а сила трения, направленная против перемещения, будет вам противостоять. Когда вы движетесь с постоянной скоростью, сила трения и та сила, которую вы производите, должны быть равными: если это не так, вы будете либо ускоряться, либо замедляться.



Сила трения зависит от двух обстоятельств. Первое — это соприкасающиеся друг с другом материалы. В нашем случае это полозья саней и снег (или лед). То, насколько легко станет перемещаться ваша повозка, на самом деле зависит от характеристик поверхности. У инуитов имеется множество слов для обозначения разных видов снега: каждый из них по-разному взаимодействует с полозьями саней. Второе обстоятельство — масса саней. Чем они тяжелее, тем больше сила трения, которую придется преодолевать. Математически это отношение выражается формулой, предназначенной для движущегося объекта:

$$F = \mu P.$$

Греческая буква μ («мю»), или коэффициент трения, характеризует специфику трения между двумя поверхностями. Как уже упоминалось, μ бывает разным в зависимости от вида снега, но мы будем использовать усредненное значение 0,2. P обозначает вес — в данной формуле он равен сумме вашего веса и веса саней. Далее. Масса повозки складывается из массы самих саней, а также массы оборудования и припасов. Масса саней составляет 25 кг, снаряжение (палатка, топливо, печка и так далее) — еще 100 кг, массу пайка выражаем через m_f. Таким образом, нагруженные сани весят $25 + 100 + m_f = 125 + m_f$. Пусть ваша масса составляет 70 кг. Теперь выразим общую массу:

$$\text{Общая масса} = 125 + m_f + 70$$
$$\text{Общая масса} = 195 + m_f.$$

Вес — это масса, умноженная на g, поэтому общий вес равен (195 + mf)g. Подставляем полученное выражение в уравнение трения:

$$F = \mu(195 + m_f)g.$$

Заменив μ и g на их значения, мы вычисляем силу трения, которую придется преодолевать, пересекая Антарктиду:

$$F = 0{,}2 \times (195 + m_f) \times 9{,}8.$$

Переставляем следующим образом:

$$F = 0{,}2 \times 9{,}8 \times (195 + m_f).$$

Умножаем $0{,}2 \times 9{,}8$:

$$F = 1{,}96\ (195 + m_f).$$

Раскрываем скобки:

$$F = 1{,}96 \times 195 + 1{,}96 \times m_f$$
$$F = 382{,}2 + 1{,}96m_f.$$

Теперь вам, возможно, стало интересно, что связывает силу трения со всей предыдущей болтовней об энергии? Что ж, энергия (работа), затраченная на производство силы, — это сила, умноженная на расстояние d:

$$\text{Энергия перетаскивания} = \text{сила трения} \times \text{расстояние}$$
$$\text{Энергия перетаскивания} = (382{,}2 + 1{,}96m_f) \times d.$$

Расстояние d, которое предстоит преодолеть, составляет 2900 км, или 2 900 000 м:

$$\text{Энергия перетаскивания} = (382{,}2 + 1{,}96m_f) \times 2\,900\,000.$$

Умножаем на выражение в скобках:

$$\text{Энергия перетаскивания} = 382{,}2 \times$$
$$\times\ 2\,900\,000 + 1{,}96m_f \times 2\,900\,000$$
$$\text{Энергия перетаскивания} = 1\,108\,380\,000 + 5\,684\,000m_f.$$

Энергия, как мы помним, выражается в джоулях — стандартной единице измерения. Поняв, что с килокалориями будет проще, преобразуем число, поделив его на 4184:

$$\text{Энергия перетаскивания} = 264\,909 + 1358{,}509m_f.$$

Теперь переходим к требуемой энергии выживания. Вам известно, что на переход уйдет 120 суток, а в день, если вы, конечно, не хотите упасть замертво в снег, организму необходимы 2400 ккал:

$$\text{Энергия выживания} = 120 \times 2400 = 288\,000.$$

Таким образом, чтобы просто оставаться в живых, вам нужен колоссальный запас энергии — 288 000 ккал. Ваша формула принимает следующий вид:

$$\text{Общая энергия} = \text{энергия перетаскивания} + \text{энергия выживания};$$
$$\text{Общая энергия} = 264\,909 + 1358{,}509m_f + 288\,000;$$
$$\text{Общая энергия} = 552\,909 + 1358{,}509\,m_f.$$

Всю требуемую энергию обеспечивает провиант. Поскольку каждый его килограмм дает вам 6190 ккал, общая энергия должна равняться произведению массы еды и этих 6190 ккал:

$$6190m_f = 552\,909 + 1358{,}509m_f.$$

Чтобы решить задачу, нужно собрать вместе все переменные m_f. Для этого из каждой части уравнения вычитаем $1358{,}509m_f$:

$$6190m_f - 1358{,}509m_f = 552\,900;$$
$$4831{,}491\,m_f = 552\,900.$$

Тяжкий труд

В 1992–1993 годах британские исследователи Ранульф Файнс и Майк Страуд предприняли попытку пересечь Антарктиду — вдвоем, без поставок припасов, без какой бы то ни было внешней поддержки. В «энергетическом бюджете» каждого было заложено около 5500 ккал в день. При этом путешественники, рассчитывая потерять вес в ходе экспедиции, заранее набрали по 10 кг. В действительности каждый из них похудел более чем на 25 кг. Страуд, врач-диетолог, анализировавший все детали этого приключения, пришел к выводу, что в самые напряженные дни они потребляли до 11 000 ккал, а уровень сахара у них в крови сохранялся на минимальном уровне, то есть на грани потери сознания. Несмотря на это, исследователи добились своего и пересекли континент за 97 дней.

Далее, поделив обе части на 4831,491, мы сможем узнать, сколько понадобится продуктов:

$$m_f = 552\,900 \div 4831{,}491;$$

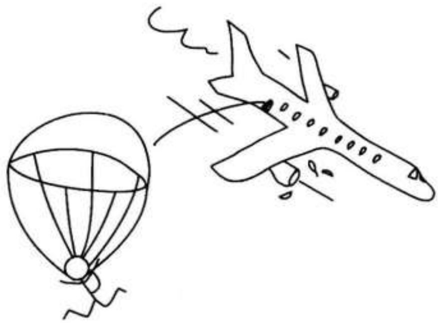
$$m_f = 115 \text{ кг (округляем до большего целого)}.$$

Очевидно, что это немногим менее килограмма, или около 6190 ккал в день. Однако в действительности паек должен быть чуть больше. Согласно нашей модели, вы должны двигаться с постоянной скоростью. На самом деле это невозможно: вам придется часто останавливаться и заново трогаться с места, отдыхать, проверять GPS, перекусывать, повиноваться зову природы. И всякий раз после вынужденного снижения темпа вам придется прикладывать усилия, чтобы и разгонять сани, и преодолевать силу трения, а для этого потребуется дополнительная энергия.

А еще наша модель исходила из того, что вы будете передвигаться по ровной поверхности. Но если ваше путешествие, подобно той злосчастной экспедиции Скотта, начнется от шельфового ледника Росса, то помните: он находится где-то между 15 и 50 м над уровнем моря. Высота самого Южного полюса составляет 2835 м, а между ним и шельфовым ледником располагаются Трансантарктические горы (наибольшая высота — 4528 м). Вам определенно предстоит восхождение! То, что мы пренебрегли сопротивлением воздуха, тоже относится к разряду оптимистических допущений. В Антарктиде экстремально холодный климат. Даже летом средняя температура воздуха составляет –26 °С, и в любое время суток может начаться метель. Холодный воздушный поток, направленный вниз с высот Южного полюса, вызывает катабатический ветер, который может быть сильнее урагана. Не самая приятная встреча. Поэтому, снаряжая сани, стоит добавить еще провианта.

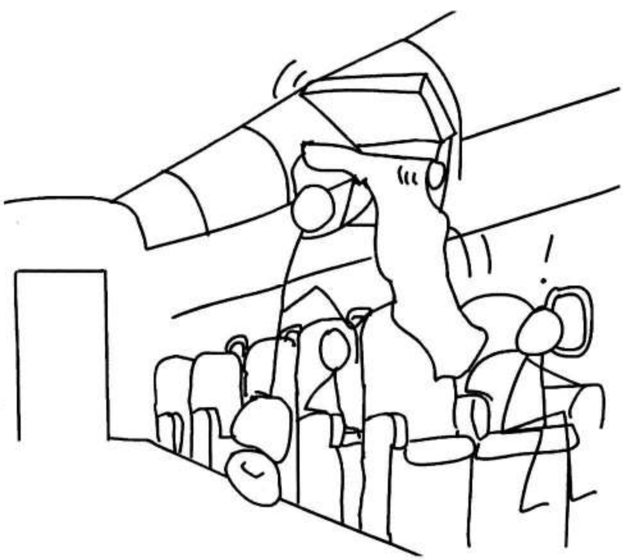
ГЛАВА 11

УРАВНЕНИЕ ПАРАШЮТА



Вы возвращаетесь домой после крайне успешной деловой поездки. Сидя в бизнес-салоне авиалайнера и наслаждаясь бокалом шампанского, вы ведете занимательную беседу со своей соседкой, Авантикой. Она, как и вы, занимается международной торговлей и сейчас, пользуясь популярностью сари, активно расширяет семейный бизнес за счет VIP-клиентов по всему миру. Внезапно самолет начинает потряхивать. Поскольку передние двигатели издают странные звуки, вы тянетесь к ремню безопасности. Не обращая внимания, что вам на колени выплеснулось ледяное шампанское, вы следите за тем, как один из бортпроводников безуспешно пытается связаться с кабиной пилотов. Столкновение с птицами — вот что вам удается понять из его разговора с коллегой. Тут неизменно гудящие двигатели вдруг замолкают, *и самолет начинает терять высоту. Проносясь в авиалайнере с неработающими моторами над залитыми лунным светом джунглями Юго-Восточной Азии, вы понимаете, что спасательный жилет, который хранится у вас под сиденьем, полностью бесполезен и единственное, что может спасти вам жизнь, — парашют. Вы тут же вспоминаете о шелке, которым, как вам известно, заполнена ручная кладь вашей знакомой, торгующей сари. Удастся ли вам смастерить действующий парашют до авиакатастрофы?*

Современные пассажирские самолеты — нечто удивительное. Согласно исследованиям, проведенным Северо-Западным университетом, из расчета на миллиард пассажиро-миль* на авиалайнеры приходится 0,07 смертельных случаев, в то время как на автомобили — 7,28, а на мотоциклы — колоссальные



* Пассажиро-миля — единица измерения пассажирских перевозок (произведение количества перевезенных человек на суммарное расстояние). — *Прим. пер.*

213 смертей. По данным статистики, вероятность погибнуть в автомобильной аварии в 100 раз выше, чем в авиакатастрофе. Между тем воздушные средства перевозки перемещаются очень быстро — со скоростью 500 узлов, или примерно 900 км/ч. Поэтому при столкновении с чем-либо (скажем, со стаей гусей) удар всегда очень силен. Именно это и произошло в 2009 году с рейсом US Airways, летевшим по маршруту Нью-Йорк — Шарлотт — Сиэтл. По счастью, самолет был умело посажен на реку Гудзон, и все находившиеся в нем люди выжили. (Хотите узнать подробности — посмотрите фильм «Чудо на Гудзоне».)

Общее представление о парашютах появилось у людей давно — не позднее чем во времена Леонардо да Винчи. Еще в 1485 году он сделал набросок парашюта — работающего, как было доказано в июне 2000 года британским парашютистом Адрианом Николасом, который сумел воспроизвести, а затем испытать устройство.

Базовый принцип парашюта прост. Свободно падающий (в воздухе, любом другом газе или даже жидкости) объект испытывает силу сопротивления, которая по мере увеличения

скорости падения возрастает, пока не становится равной гравитации — то есть весу, тянущему тело вниз. Тогда оно перестает ускоряться. Максимальная (конечная) скорость падения зависит от размеров и формы падающего объекта. У человека, парящего в воздухе животом вниз, она способна достичь 55 м/с, или 120 миль/час, и врезаться в землю с подобной скоростью — дело крайне опасное. Поскольку благодаря парашюту площадь поверхности объекта значительно увеличивается, во время падения ему приходится вытеснять гораздо больше воздуха. Сила сопротивления существенно возрастает, конечная скорость ощутимо падает: при наличии современного парашюта она становится равной 5 м/с, или 11 миль/ч, что повышает шансы на выживание.

Итак, нам необходимо уравнять вес и силу сопротивления. Вес определяется произведением массы объекта и ускорения, обусловленного гравитацией. Сила сопротивления связана с плотностью воздуха, скоростью падения, размерами и формой тела:

Вес = сила сопротивления,

$$mg = \frac{1}{2}\rho C_d A V^2.$$

Не пугайтесь обилия букв в правой части уравнения. S — площадь поперечного сечения парашюта, или площадь купола парашюта, m — суммарная масса падающего объекта и парашюта, g — ускорение свободного падения, ρ — плотность воздуха, C_d — коэффициент лобового сопротивления парашюта, или мера аэродинамики парашюта, *V* — желаемая скорость спуска.

Прежде чем приступить к изготовлению парашюта, следует уточнить его размеры: это значит, что формулу нужно преобразовать так, чтобы суметь найти S. Для начала делим обе части формулы на $\rho C_d V^2$:

$$\frac{mg}{\rho C_d V^2} = \frac{1}{2} S.$$

Затем, чтобы выразить S, обе части умножаем на 2:

$$A = \frac{2mg}{\rho C_d V^2}.$$

Пора подставлять в уравнение известные значения:
m — ваша масса, выраженная в килограммах, плюс масса парашюта. Пусть она равняется 100 кг.

А зачем вообще парашют?

Те немногие, кому удается выжить при падении из самолета без парашюта, получают, как правило, серьезные повреждения. Однако некоторым все же здорово везет. Во время Второй мировой войны возвращавшийся после бомбардировки Берлина «Ланкастер» под управлением старшего сержанта Николаса Алкемейда был атакован и потерял управление. Парашют сгорел в пламени, охватившем самолет, но Алкемейд решил, что лучше разбиться, чем сгореть, поэтому отважился на прыжок. Каким-то чудом падение пилота с пяти- или шестикилометровой высоты замедлили сосны: приземлившись в глубокий сугроб, он отделался незначительными травмами. А в 2012 году каскадер Гари Коннери стал, пожалуй, первым человеком, пережившим сознательно совершенный прыжок без парашюта*. Находясь недалеко от Хенли-на-Темзе, он спрыгнул с вертолета, набравшего высоту в 732 м, и, используя вингсьют (специальный костюм-крыло), приземлился на взлетно-посадочную полосу из 18 500 картонных коробок.

Величина $g = 9{,}8$ м/с^2. По крайней мере, на поверхности Земли.

Величину ρ принимаем за 1,2 кг/м^3 — как на уровне моря. Это разумно, учитывая, что вы постараетесь выпрыгнуть из самолета как можно позднее.

C_d — хитрый коэффициент. Коэффициент лобового сопротивления чего бы то ни было вычисляется очень сложно, поэтому мы, вынужденные положиться на экспериментальную

* В 2016 году американец Люк Эйкинс стал первым человеком, который смог прыгнуть без парашюта с высоты 7620 м и успешно приземлиться. — *Прим. науч. ред.*

оценку, используем аэродинамические трубы или рассчитываем время падения того или иного предмета. Парашют безупречной куполообразной формы имеет коэффициент лобового сопротивления около 1,5, объект с плоской поверхностью — около 0,75. Ваш сари-парашют, вероятно, будет обладать неким усредненным коэффициентом лобового сопротивления, поэтому есть смысл принять его значение равным 1,1.

Выбор значения *V* в какой-то мере остается за нами: чем оно выше, тем меньше должен быть парашют. Удар о землю со скоростью 9 м/с, или 20 миль/час, равнозначен падению примерно с четырехметровой высоты. Будет не слишком приятно, но выжить можно и, если повезет, получится обойтись без травм.

Следовательно:

$$A = \frac{2 \times 100 \times 9{,}8}{1{,}2 \times 1{,}1 \times 9^2};$$

$$A = 18{,}3 \text{ м}^2.$$

Это площадь, которая нужна для расчета купола парашюта. Площадь круга выражается через πr^2, и мы получаем следующую формулу:

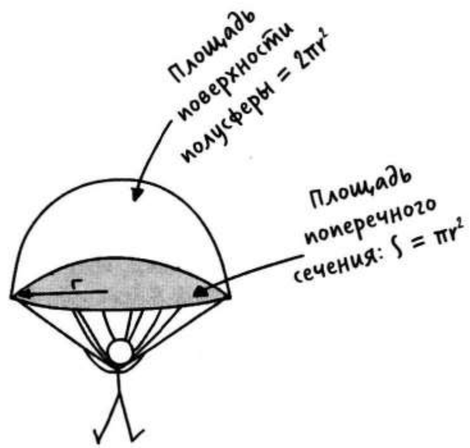
$$18{,}3 = \pi r^2$$

Переиначиваем ее, чтобы определить r, для чего обе части уравнения делим на π, а из частного извлекаем квадратный корень:

$$r = \sqrt{\frac{18{,}3}{\pi}};$$

$$r = 2{,}41 \text{ м}.$$

Итак, чтобы получился парашют, нужно сделать из имеющейся ткани полусферу. Следовательно, вы должны определить, сколько на это уйдет сари. Площадь поверхности полусферы задается формулой $2\pi r^2$, что в два раза больше площади поперечного (кругового) сечения, равного πr^2. Таким образом, зная, что площадь поперечного сечения составляет 18,3 м², умножаем ее на 2 и получаем: $18{,}3 \times 2 = 36{,}6$ м² сари-парашюта.

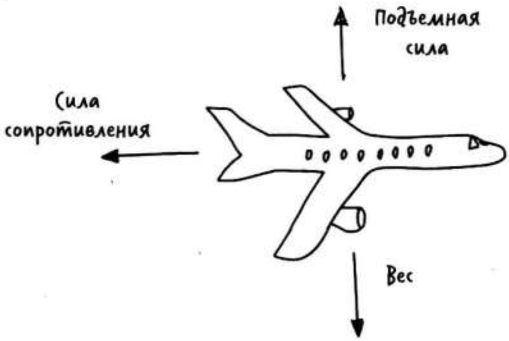


Длина изогнутой поверхности купола равна половине обхвата всей сферы. Он равен $2\pi r$, значит, половина от него — πr.

$$\text{Длина поверхности парашюта} = \pi r$$
$$= \pi \times 2{,}41$$
$$= 7{,}6 \text{ м.}$$

Повернувшись к Авантике, вы сообщаете ей о своей идее сделать парашют из сари. Она думает, что вы помешались, однако радуется возможности отвлечься от предстоящей аварийной посадки. По словам Авантики, длина отрезов 8 м, а ширина 1 м: это означает, что необходимо пять сари, чтобы обеспечить будущему парашюту более-менее подходящее поперечное сечение и материал необходимой площадью 40 м². Но есть ли время на шитье?

Когда объект начинает планировать вниз в неподвижном воздухе, следует учитывать подъемную силу, силу сопротивления и вес.



Не имея силы тяги (двигатели, восходящие воздушные потоки), планирующий объект начнет вынужденно терять скорость, то есть по мере движения будет снижаться. Потеря высоты зависит от коэффициента планирования, который, в свою очередь, обусловлен скоростью самолета. Коэффициент планирования демонстрирует, какое расстояние пролетит планер, теряя метр высоты. Для авиалайнера коэффициент планирования составляет от 15 до 20: таким образом, пока самолет снижается на метр, он успевает продвинуться на 15–20 м.

Допустим, коэффициент планирования вашего авиалайнера составляет 17,5. Если бы самолет находился на высоте около 8000 м (такую высоту, кстати, способны набрать многие перелетные птицы), то прежде, чем опуститься до уровня моря, он успел бы пролететь 8000 × 17,5 = 140 км. Это может показаться значительным расстоянием, но вспомните о высокой скорости воздушных судов. При скорости около

250 узлов, или примерно 130 м/с, у авиалайнеров самый высокий коэффициент планирования. Чтобы определить оставшееся до аварийной посадки время, исходим из того, что время — это расстояние, деленное на скорость:

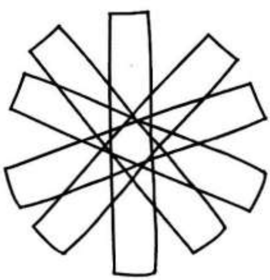
$$\text{Время} = \frac{\text{Расстояние}}{\text{Скорость}}.$$

Расстояние составляет 140 000 м, скорость 130 м/с:

$$\text{Время} = \frac{140\,000}{130} = 1077 \text{ секунд}.$$

Получается чуть меньше 18 минут. Хватит ли их, чтобы смастерить парашют? Будем надеяться! Но как добиться нужной формы?

Большинство купольных парашютов делают из треугольных кусков ткани рипстоп*: сшитые вместе, они образуют большой круг. Под рукой ничего подходящего нет, да и время поджимает. По счастью, у Авантики есть чудо-клей для шелка, с помощью которого можно быстро и прочно склеить сари.



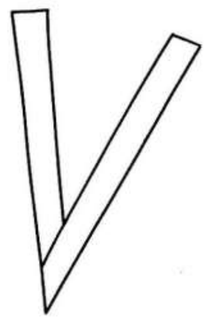
Но как сложить из прямоугольных отрезов ткани почти полусферический парашют?

Пожалуй, самый быстрый способ, не предполагающий склеивание по длинной стороне, — сложить сари крест-накрест, чтобы получилось что-то вроде звездочки.

Понятно, что в конце концов парашют станет напоминать десятиконечную звезду. Дело это быстрое, но из-за способа складывания купол не получается цельным. Авантика

* Рипстоп — тип ткани комбинированного переплетения, в структуре которой есть более прочная нить (нейлон, полиэстер). — *Прим. пер.*

предлагает прикрыть дыры за счет еще одного, шестого, сари. Но хватит ли его? И какая площадь по-прежнему останется неохваченной?



Шесть отрезов шелка образуют звезду с 12 лучами, и это немного упрощает наши расчеты. Останавливаемся на таком варианте и, исходя из размеров и формы 1/12, определяем площадь купола.

По счастью, Авантика, которая знает толк в кройке и шитье, подсказывает, что площадь 1/12 равна 3,07 м². Умножив это значение на 12, вы вычисляете площадь купола и, словно по волшебству, получаете 36,8 м². Почти то, что и было нужно. Кто-то там наверху любит вас…

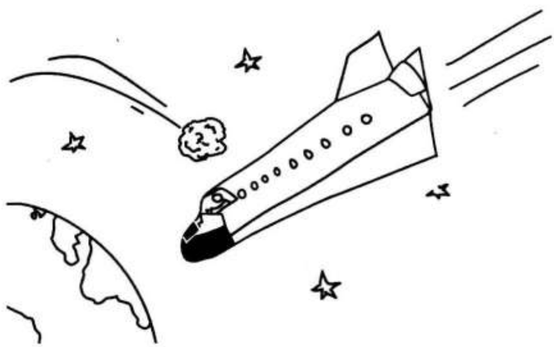
Узлы и морские мили

В обычной жизни, чтобы понять, какое расстояние вам нужно пройти пешком, пробежать или проехать, вы оперируете километрами и милями, которые предполагают передвижение по плоской поверхности. Если же вас ожидает дальняя дорога, приходится учитывать, что Земля — это сфера, и, что бы там ни говорили плоскоземельцы, фактически вы будете перемещаться по кривой. Морская миля определяется как одна шестидесятая градуса широты и составляет 1,852 км, или 1,15 «сухопутной» мили. Узел — это скорость, равная одной морской миле в час. Корни этого названия — в древности: когда-то моряки, определяя скорость судна, выбрасывали за борт дощечку, привязанную к тросу, и считали, сколько узлов на тросе пройдет через руку измеряющего за полминуты. Друг от друга узлы располагались на расстоянии восьми фатомов, или морских саженей (сажень — это шесть футов). Летчики измеряют скорость в узлах по тем же причинам, что и мореплаватели, однако в этой главе, чтобы упростить расчеты, я решил прибегнуть к привычным километрам в час.

Вытащив ремни из собранных по всему салону спасательных жилетов, вы надежно — насколько это вообще возможно — привязываете их к себе и краям парашюта. Самолет тем временем успевает снизиться: на такой высоте уже можно дышать без кислородной маски. Вы решаете — сейчас или никогда! — и, заключив соседку Авантику в объятия, прощаетесь с ней. Та в ответ качает головой: не верит, что вы вверяете жизнь парашюту, сделанному на коленке из шелка и спасательных жилетов. Бортпроводник помогает вам пробраться к маленькому люку в нижней части фюзеляжа. Вы начинаете обратный отсчет…

ГЛАВА 12

СПАСЕНИЕ В КОСМОСЕ



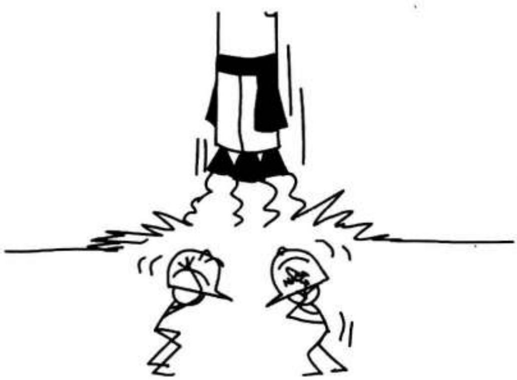
Вы — пилот орбитального челнока последней модели. Ваша обязанность — регулярно доставлять грузы, оборудование и туристов на новые космические курорты, которыми заправляют частные консорциумы и IT-миллиардеры. Не успев отправиться в текущий пункт назначения, Космобадос, вы получаете сигнал бедствия с другого курорта — Неземландии. Он серьезно пострадал от падения метеорита, поэтому и туристы, и персонал нуждаются в эвакуации. По силам ли вам спасти положение? Сейчас вашему 150-тонному челноку предстоит выйти на 400-километровую орбиту, но вам придется изменить траекторию и подняться еще на 50 км, чтобы оказать помощь. Долетите ли вы до злосчастного курорта?

Кадры с запуском ракет — содрогаясь от едва-едва сдерживаемой мощи, монолитные белые махины с усилием отрываются от Земли и взлетают в космос — видели все. И все видели, какими обгоревшими, получившими серьезные повреждения в ходе суровых испытаний возвращаются эти аппараты. Иногда всем доводилось наблюдать и за фатальными исходами: они, к сожалению, случаются, когда что-то идет не по плану. Путешествие в космос — сложнейшая задача и для людей, и для машин.

Разве не так?

Космос начинается всего в 100 км над нами. Не так уж он и далек. Первые искусственные объекты, преодолевшие этот рубеж, — нацистские баллистические ракеты «Фау-2»: их пробный боевой пуск состоялся в 1944 году. А в 2004 году в межзвездное пространство отправился аппарат, сконструированный любителями-энтузиастами. Выходит, что дверь в космос открыта не только для NASA. Но вот задержаться в космосе намного, намного сложнее.

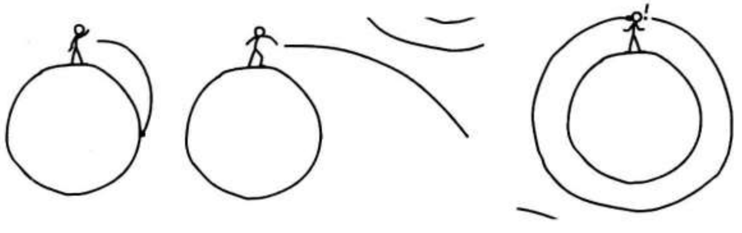
Из предыдущих глав нам известно, что гравитация меняется по мере удаления от Земли. На дистанции в 100 км от нашей планеты ускорение свободного падения составляет примерно 9,5 м/с^2, то есть 97% от стандартного значения



на ее поверхности. Грубо говоря, можно просто пальнуть чем-то на 100 км вверх, однако это нечто, побывав в космосе, непременно упадет обратно. В то же время мы знаем, что Земля окружена всевозможными объектами: спутниками связи, пресловутым оборудованием для правительственной слежки, лазерами космического базирования, не говоря уже про Международную космическую станцию и, конечно, Луну. Почему все это не падает? Что удерживает эти объекты в космосе? Отчего космонавты ничего не весят на борту своих станций? Чтобы все это понять, нам следует пройти тем же логическим путем, что и Ньютон (да-да, опять он), который впервые разобрался, что к чему.

Если бросить мяч горизонтально, он будет следовать криволинейной траектории и в конце концов упадет на землю. Чем выше скорость броска, тем дальше улетит снаряд. Мяч движется — Земля под ним скругляется, однако в обычных условиях это не имеет значения, поскольку он (или любой другой объект) все равно не улетит настолько далеко, чтобы кривизна хоть как-то повлияла на результат. И опять — следовало быть гениальным Ньютоном, чтобы подметить подобное и задаться вопросом: что будет, если бросить мяч со всей силы?

Что ж, если бросить мяч как следует, отмахнувшись от таких скучных вещей, как сопротивление воздуха и объекты на пути (горы и прочее), можно ожидать, что он последует за изгибом Земли, обогнет планету, вернется и ударит вас по затылку. А если вы уйдете с дороги, мяч так и будет



вращаться вокруг Земли — или, как говорят, займет околоземную орбиту. Но мячу нужна определенная начальная скорость: бросите слишком слабо — упадет на Землю, бросите слишком сильно — улетит в космос.

Мяч будет двигаться по окружности. Находясь в автомобиле, который входит в поворот (то есть в небольшую часть окружности), вы ощущаете, что вас тянет вбок. Причина этому — изменяющееся направление движения, что, в свою очередь, может происходить только под действием силы. Когда машина начинает поворачивать, из-за трения колес о дорожное покрытие возникает сила, направленная внутрь поворота. Трение имеет предел, поэтому если вы совершите маневр на слишком высокой скорости, автомобиль, будто мяч, брошенный со всей силы, вылетит за траекторию поворота. По опыту нам известно: сила, воздействие которой мы ощущаем, двигаясь по круговой траектории, зависит от темпа перемещения и крутизны (радиуса) кривой. Имеет значение и масса движущегося объекта. Представьте, что вы раскручиваете объект на веревке, будто лассо. Чем тяжелее объект, тем больше усилий потребуется. Взаимосвязь между силой, радиусом кривой, скоростью и массой объекта демонстрирует формула движения по окружности:

$$F = \frac{mV^2}{r}.$$

На любой перемещающийся по окружности объект должна действовать центростремительная сила — сила, притягивающая его к центру круга. Иначе он просто не станет следовать траектории. В примере с лассо эту силу создает натянутая веревка. Перережьте ее — объект вылетит за пределы круга.

Спутники, как и брошенные со всей силы мячи, не привязаны за веревку, поэтому их движение по окружности должно обеспечиваться силой тяжести — весом.

Итак, после броска мяч огибает планету по криволинейной траектории благодаря гравитации, которая тянет его вниз. Другими словами, движущийся объект постоянно падает — независимо от скорости броска. Вот почему нам кажется, что на орбитальных станциях космонавты ничего не весят. По сути, они находятся в свободном падении, но при этом… на Землю не падают.

Если бы вы на самом деле хотели, чтобы мяч ударил вас по затылку, то, находясь на поверхности нашей планеты, могли бы воспользоваться формулой P = mg.

$$mg = \frac{mV^2}{r}.$$

Избавимся от массы, для чего поделим на *m* обе части уравнения. Кстати, именно потому, что мы так легко исключаем массу, становится понятно, что на орбите она не влияет на искомую скорость. Поскольку нам интересна скорость броска, которая позволила бы мячу выйти на околоземную траекторию, мы изменяем формулу и выражаем V:

$$g = \frac{V^2}{r}.$$

Продолжаем определять *V*, для чего умножаем обе части уравнения на *r*:

$$gr = V^2.$$

Затем из каждой части извлекаем квадратный корень:

$$\sqrt{gr} = V.$$

Радиус Земли составляет 6371 км, а g = 9,8 м/с^2, что дает нам:

$$V = \sqrt{9{,}8 \times 6371000};$$

$$V = 7902 \text{ м/с}.$$

Что тут скажешь? Бросок должен быть молниеносным, со скоростью около 28 000 км/ч. Для сравнения: начальная скорость самых быстрых бросков — в исполнении профессиональных бейсболистов, игроков в крикет и так далее — достигает около 160 км/ч. Самая быстрая стрела, выпущенная человеком с использованием ручного оружия, набрала скорость чуть больше 600 км/ч. Самый быстрый реактивный самолет, легендарный Lockheed SR-71 Blackbird, разгонялся «всего» до 3500 км/ч. С учетом сопротивления воздуха вы ничего не сможете запустить с нужной скоростью: из-за аэродинамического нагрева любой объект очень быстро сгорит в атмосфере.

Бросать мячи, стоя на земле, конечно, здорово, но ваш челнок должен пристыковаться к Космобадосу, который движется по орбите на высоте около 400 км от поверхности Земли (или 6771 км от ее центра). Чтобы учесть уменьшение силы тяжести, вместо mg в левую часть уравнения подставляем гравитационную формулу. Теперь, когда в формуле фигурируют две разные массы, обозначим массу Земли как m_E:

$$\frac{Gm_E m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}.$$

И снова мы можем избавиться в каждой части уравнения как от m, массы космической станции, так и от r:

$$\frac{Gm_E}{r} = V^2.$$

Извлекаем из обеих частей квадратный корень и выражаем V:

$$\sqrt{\frac{Gm_E}{r}} = V.$$

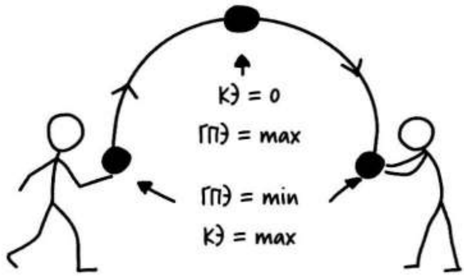
Мы уже знаем значения G $\left(0{,}00000000006674\frac{\text{м}^3}{\text{кг} \times \text{с}^2}\right)$ и m_E (5 970 000 000 000 000 000 000 000 кг). Вычисляем радиус: 6371 км плюс 400 км от Земли дают нам 6771 км. Подставляем числа в формулу и определяем скорость орбитального челнока, требуемую для стыковки со станцией:

$$V = \sqrt{\frac{0{,}00000000006674 \times \times 5970000000000000000000000}{6771000}};$$

$$V = 7671 \text{ м/с}.$$

Итак, чтобы для начала добраться на Космобадос, вам понадобится энергия, которая позволит шаттлу вопреки силе тяжести подняться на 400 км и набрать скорость 7,7 км/с. Чуть-чуть меньше, чем было нужно мячу. Причина этому — перемещение *r* в формуле. Теперь *r* в знаменателе дроби, и по мере увеличения делителя частное — искомая скорость — станет уменьшаться. Чем выше орбита, тем меньше скорость, требующаяся для ее сохранения. Да-да, уже слышу ваш вопрос: «Чтобы выполнить спасательную миссию, мне нужно выйти на более высокую орбиту, так не понадобится ли сбросить скорость?»

Давайте рассмотрим энергию, необходимую для сохранения орбиты. Нам интересны два вида: кинетическая энергия, которую орбитальный челнок получает в процессе движения, и гравитационная потенциальная энергия — она совпадает с работой гравитации. Чтобы второе определение отложилось у вас в памяти, вообразите семейную реликвию — допустим, изящную вазу. Либо у нее совсем нет энергии, либо



есть, но какие-то крохи — в конце концов, она же неподвижно стоит на полке. Но как только на полку запрыгивает кошка, ваза опрокидывается, падает и, быстро разогнавшись, разбивается об пол. Что стало источником такой энергии? Ее источником стал тот, кто поставил вазу на полку. Вещи способны падать или скатываться откуда-то — то есть обладать энергией — просто потому, что располагаются на возвышении.

Таким образом, кинетическая и гравитационная потенциальная энергии (для краткости КЭ и ГПЭ) находятся во взаимодействии. Представьте, что вы подбрасываете мяч. Тем самым вы сообщаете ему КЭ. По мере того, как он летит вверх, КЭ преобразуется в ГПЭ. Когда КЭ полностью переходит в ГПЭ, мяч достигает максимальной высоты и начинает падать, а процесс перехода одной энергии в другую запускается в обратную сторону. В любой точке траектории мяч сохраняет сообщенную ему энергию, однако она распределяется между КЭ и ГПЭ:

$$\text{Общая энергия} = \text{КЭ} + \text{ГПЭ}.$$

Все то же самое применимо и к вашему космическому аппарату. Придерживаясь орбиты, шаттл сжигает топливо, что обеспечивает ему определенное количество энергии, которое распределяется между КЭ и ГПЭ. Нам нужно определить количество энергии, достаточное, чтобы челнок продолжил двигаться по текущей траектории, и сравнить его с тем количеством, которое потребуется ему для перехода на новую. Принимаем m_s за массу челнока, а m_E за массу Земли:

$$КЭ = \frac{1}{2} m_s V^2;$$

$$ГПЭ = -\frac{G m_E m_s}{r}.$$

Не правда ли, в ГПЭ есть что-то странное? Все верно — она должна получиться отрицательной. Почему? Далеко-далеко от Земли (как и от любых других тяжелых объектов) на тело не действует гравитация. Отпустите его — не упадет. Если объект, значительно удаленный от чего бы то ни было, имеет нулевую энергию, то на момент старта по направлению к Земле его ГПЭ обязана быть отрицательной, поскольку по мере приближения к нашей планете энергия начнет увеличиваться. Возьмем высоту над уровнем моря, который соответствует нулю: все, что находится ниже, в том числе и под водой, обозначается отрицательными числами. «Гравитационные колодцы» — так ученые называют гравитационные поля планет.

Формулы, определяющие КЭ и ГПЭ, аналогичны формулам для расчета сил, и на то есть веские основания. Из главы 9 нам уже известно: чтобы вычислить энергию, силу следует умножить на расстояние. В случае с объектом, неравномерно движущимся в условиях изменяющегося гравитационного поля, действий понадобится чуть больше, однако рассуждения будут точно такими же.

Итак, ранее мы выразили скорость, которую нужно развить для достижения определенной орбиты. Подставим ее в формулу для расчета КЭ:

$$КЭ = \frac{1}{2} m_s V^2, \text{ где } V = \sqrt{\frac{G m_E}{r}}.$$

Нам требуется V^2, и возведение во вторую степень очень кстати отменяет квадратный корень:

$$КЭ = \frac{1}{2} m_s \times \frac{Gm_E}{r}.$$

Теперь мы можем объединить это выражение в единую дробь:

$$КЭ = \frac{Gm_s m_E}{2r}.$$

Очень похоже на формулу для ГПЭ. Формула для общей энергии принимает вид:

$$\text{общая энергия} = \frac{Gm_s m_E}{2r} - \frac{Gm_s m_E}{r}.$$

Представим, что вычитаем единицу из $\frac{1}{2}$, и получаем $-\frac{1}{2}$:

$$\text{общая энергия} = -\frac{Gm_s m_E}{2r}.$$

Сравнив энергию для текущей орбиты и новой, мы поймем, понадобится ли нам добавлять или изымать энергию (в виде топлива в двигателях космического аппарата). Первое будет означать ускорение челнока, второе — замедление. Разница между энергиями — это энергия новой орбиты, которая имеет радиус r_2, минус энергия исходной орбиты с радиусом r_1.

$$\text{Изменение энергии} = -\frac{Gm_s m_E}{2r_2} - \left(-\frac{Gm_s m_E}{2r_1}\right).$$

Помните, что вычитание отрицательного выражения равнозначно сложению с тем же выражением, но уже без знака минус:

$$\text{изменение энергии} = -\frac{Gm_s m_E}{2r_2} + \frac{Gm_s m_E}{2r_1},$$

то есть:

$$\text{изменение энергии} = \frac{Gm_s m_E}{2r_1} - \frac{Gm_s m_E}{2r_2}.$$

Замечаем, что числители дробей одинаковы и, кроме того, делятся на 2. Для удобства определяем их. Гравитационная постоянная, G, и масса Земли, m_E, нам уже известны, а масса орбитального челнока, m_s, составляет 150 тонн, или 150 000 кг:

$$\frac{Gm_s m_E}{2} = \frac{0{,}00000000006674 \times 150000 \times 5970000000000000000000000}{2}.$$

Имеем:

$$\frac{Gm_s m_E}{2} = 29880000000000000000.$$

Подставляем результат в формулу изменения энергии:

$$\text{изменение энергии} = \frac{29{,}880{,}000000000000000}{r_1} - \frac{29{,}880{,}000000000000000}{r_2}.$$

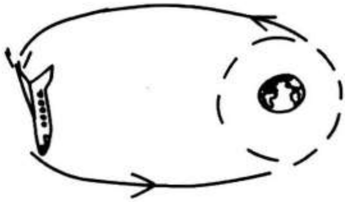
Вспоминаем, что радиус Земли равен 6371 км. Таким образом, расстояние от ее центра до нижней орбиты получается равным 6371 + 400 = 6771 км, а до верхней — на 50 км больше, то есть 6821 км:

$$\text{изменение энергии} = \frac{29{,}880{,}000000000000000}{6771000} - \frac{29{,}880{,}000000000000000}{6821000};$$

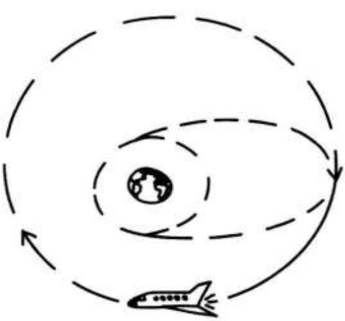
$$\text{изменение энергии} = 32{,}300000000 \text{ Дж}.$$

Число 32,3 млрд джоулей, безусловно, положительное. Это значит, что для перехода на другую, более высокую орбиту аппарату понадобится дополнительная энергия — топливо для увеличения скорости. Это может показаться нелогичным, однако шаттлу для перехода на новую траекторию — хотя по ней он станет двигаться медленнее — действительно придется наращивать скорость. Требуемое количество энергии кажется огромным, но на деле достаточно сжечь смесь примерно из 250 кг водорода и 125 кг кислорода. На выходе — в виде выхлопных газов корабля — получится 375 кг пара.

По мере сгорания топлива челнок начнет набирать темп, и гравитация уже не сможет удерживать его на прежней круговой орбите. Космический аппарат будет медленно перемещаться за ее пределы на эллиптическую — напоминающую яйцо — траекторию.



Уже заняв эту орбиту, удаляющийся от Земли челнок начнет снижать скорость, и КЭ будет переходить в ГПЭ. Когда аппарат достигнет нужной высоты, еще один впрыск топлива разгонит ракету до скорости, необходимой для движения по окружности, и эллиптическая орбита сменится круговой.



В центре наземного управления полетами вам помогут рассчитать время запуска ракетных двигателей.

Вы выйдете на траекторию Неземландии и спасете благодарных (и очень богатых) космических туристов и (не очень богатых) сотрудников курорта.

Чтобы вернуться на родную планету, вам понадобится снизить КЭ. Развернувшись на текущей орбите на 180°, вы затормозите двигателями, а потом опуститесь на земную твердь.

Перейти все границы

Путешествовать в космосе очень сложно: меняется гравитация, меняется масса летательного аппарата по мере расхода топлива, меняется местоположение пункта назначения, так что прокладывать курс всегда сложно, это серьезное испытание. И наверняка можно сказать только одно: у вас не получится просто «прицелиться» куда следует и запустить туда ракету. В 1977 году были запущены два космических зонда: наблюдавшийся в то время парад планет позволял добраться за один прием до Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна. «Вояджеру-1» потребовалось 18 месяцев, чтобы достичь Юпитера, еще 20 у него ушло на путь до Сатурна. «Вояджер-2» потратил 12 лет, но все-таки добрался до Нептуна. При этом траектории обоих аппаратов были тщательно рассчитаны: зонды, оказавшись в непосредственной близости от той или иной планеты, благодаря ее гравитации брали курс на следующую. Оба аппарата продолжают путешествовать в межзвездном пространстве. Спустя 42 года странствий «Вояджер-1» стал самым удаленным от Земли рукотворным объектом: когда эта книга готовилась к печати, зонд (движущийся со скоростью 17 км/с) находился от нас на расстоянии более 23 млрд км.

ГЛАВА 13

ВСЁ ИЛИ НИЧЕГО

Ваш дядюшка Эбенезер всегда был со странностями. Он постоянно называл вас бездарем, лентяем и транжирой, поэтому после его похорон вы вполне ожидаемо удивились письму от адвоката покойного. Старика не уняла даже могила: согласно его завещанию, вы могли бы сорвать приличный куш, если бы сумели продемонстрировать надлежащую финансовую хватку. В письме также разъяснялись условия: дядюшка Эбенезер оставил вам 25 000 фунтов стерлингов, которые следовало инвестировать и за пять лет превратить в 50 000. В случае успеха вас ждет куда больше — 1 миллион фунтов стерлингов, но в противном случае вам придется вернуть исходные 25 000 фунтов стерлингов, которые будут пожертвованы политической партии, которую вы терпеть не можете. Больше всего на свете вам хотелось бы доказать вздорному старикашке, что он был неправ, и забрать его деньги, но как свести риск к минимуму? Возможно, вас выручит старый добрый сберегательный счет?

Что тут скажешь: с тех пор, как примерно 5000 лет назад придумали деньги, капитализация процентов не переставала интересовать математиков, банкиров, экономистов — и всех, кто брал или давал ссуды. А ростовщичество — займы под немыслимые проценты — часто рассматривалось как грех и кое-где даже считалось незаконным. Недавние случаи кредитного мошенничества — когда люди были вынуждены выплачивать колоссальные суммы по микрокредитам «до зарплаты» — только ужесточили государственное регулирование в этой области.

Нам точно известно, что благодаря капитализации — сложному проценту, или начислению процентов на проценты, — накопления растут гораздо быстрее. Принцип прост: вы вносите определенную сумму, и на нее начинают начисляться проценты. Потом проценты переводятся на основной счет, а вы начинаете зарабатывать на общей сумме — и так далее, и так далее. Другими словами, вклад увеличивается быстрее, чем предполагает процентная ставка.

Очень важный фактор — насколько часто начисляются проценты. Допустим, вы вносите 25 000 фунтов стерлингов под 5% годовых, которые выплачиваются в конце каждого года. Чтобы увеличить любое число на 5%, его нужно умножить на 1,05, где 1 — сумма первоначального вклада, а 0,05 — 5%-ный прирост в виде десятичной дроби. К концу года — моменту начисления процентов — на вашем счете будет 25 000 × 1,05 = 26 250 фунтов стерлингов. Прекрасно! Накопительный счет принес вам кругленькую сумму в 1250 фунтов стерлингов.

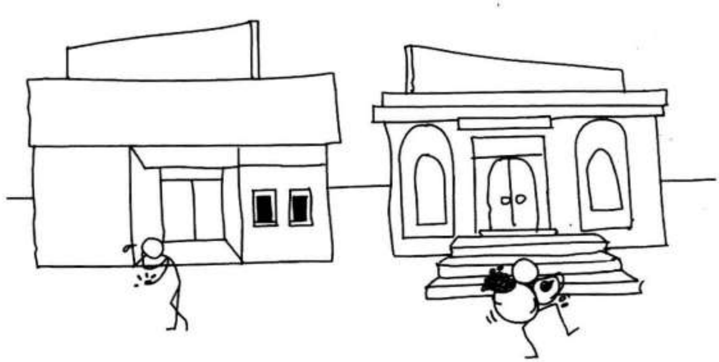
Другой банк обещает открыть счет с аналогичной ставкой, однако проценты будут выплачиваться дважды в год — по 2,5% раз в шесть месяцев. Коэффициент для такого прироста составляет 1,025, но из-за двукратной выплаты умножать надо дважды: 25 000 × 1,025 × 1,025 = 26 265,63 (с точностью до пенни). Сложные проценты принесут вам на 15,63 фунта больше.

Доведем ситуацию до крайности. Еще один счет под 5% годовых предполагает ежедневную капитализацию, то есть за год вы 365 раз получите 0,01369863014%. Чтобы разобраться, вам нужно 365 раз умножить 25 000 фунтов стерлингов на 1,0001369863014. Как вы помните, многократное умножение числа само на себя — то же самое, что и возведение в степень, поэтому давайте прибегнем к более удобной форме записи:

$$25\,000 \times 1{,}0001369863014^{365} =$$
$$= 26\,281{,}69 \text{ фунта стерлингов.}$$

Такое количество знаков после запятой действительно необходимо: округление в меньшую или большую сторону повлияет на результат. Избавлю вас от вычислений и сообщу, что на счете, проценты по которому капитализируются каждый час, спустя год числилось бы 26 281,77 фунта, то есть всего на 8 пенсов больше. А как насчет ежесекундных процентов? На вкладе образовалось бы 26 281,78 фунта стерлингов — всего на пенс больше.

Сами видите: чем чаще выплачиваются проценты, тем меньше прирост доходности, однако нет сомнений в том, что



31,77 фунта стерлингов, или ежедневное начисление по ставке в 5%, выгоднее остальных вариантов: годовой доход соответствует ставке в 5,13%. По капле и море собирается.

В такой ситуации хорошо бы иметь формулу для расчета процентов. Вы наверняка обратили внимание, что в определении обозначенного прироста вложений используется кратный коэффициент (мультипликатор) — годовая процентная ставка, поделенная на периодичность выплаты процентов, плюс число 1, которое соответствует первоначальному вкладу. Достаточно просто многократно (соответственно частоте капитализации в течение года) умножать нужную сумму на мультипликатор. Таким образом, получается формула, где T — общая сумма, I — первоначальный вклад, r — процентная ставка, n — периодичность начисления процентов:

$$T = I \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n}.$$

Формула позволяет определить годовой прирост, но вы понимаете, что для реализации вашего плана деньги дядюшки Эбенезера должны пролежать в банке куда больше года. Продлите вклад на год — получите сложные проценты еще n раз. Но если вы собираетесь держать деньги на счете в течение y лет, в формулу надо внести одно крошечное изменение (посмотрим, заметите ли вы, какое именно):

$$T = I \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{ny}.$$

Итак, у нас есть формула. Подставив известные нам значения, увидим, когда общая сумма превысит 50 000 фунтов стерлингов. Хорошо бы выразить y. Однако y — это степень, и если вы подзабыли школьную программу, то действия по «расстепенению» станут понятны далеко не сразу.

Нам понадобится логарифм. Читатели постарше наверняка помнят времена, когда электронных калькуляторов не было и для расчетов использовались логарифмические таблицы и линейки. Сама идея в общем и целом проста, но вот на практике приходится ломать голову, поэтому в Великобритании логарифмы изучают исключительно те старшеклассники, которые готовятся к поступлению в вузы. Так что соберитесь с духом!

Рассмотрим степени для 10:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1000.$$

И так далее. Каждый раз, увеличивая степень на единицу, мы умножаем основание на 10. Степени могут и не являться целыми числами, однако тогда для вычислений лучше обратиться к электронному помощнику:

$$10^{1,5} = 31,6227766$$
$$10^{1,75} = 56,23413252.$$

Возможность записывать степени в виде десятичных дробей означает, что любое положительное число можно использовать как порядок. Если нам понадобится узнать, какая степень числа 10 дает 75, поразмыслим над таким выражением:

$$10^t = 75.$$

Возьмем калькулятор и воспользуемся методом проб и ошибок. Понятно, что значение t должно лежать между 1,75 (так как $10^{1,75} = 56,23413252$) и 2 (поскольку $10^2 = 100$). Недолго провозившись, вычисляем, что $10^{1,875} = 74,99$ с точностью до двух знаков после запятой. Однако «угадывать» и «вычислять» — разные вещи. Люди испокон веков предпочитали вычисления. И уж, конечно, играть в угадайку не собирались математики, искавшие решение уравнения, где неизвестная величина — степень.

Решение было найдено в начале XVII века шотландским математиком Джоном Непером, который предложил использовать логарифм как вариант операции, обратной степени и, следовательно, отменяющей возведение в степень. Еще он создал первые таблицы, которые позволяют отыскать нужное значение степени.

Если мы пишем $log_{10}(75)$, то просто-напросто задаемся вопросом: в какую степень надо возвести число 10, чтобы получить 75? Раньше ответ помогла бы найти логарифмическая таблица, а сейчас это может сделать калькулятор. Согласно моему калькулятору, искомая степень равняется 1,875061263, что можно легко проверить, вычислив, сколько будет $10^{1,875061263}$. Действительно — 75. Число 10 — основание логарифма. Чтобы уложить все это в голове, попробуем указать другое основание. Например, если бы мы искали, чему равно a в выражении $2^a = 10$, нам пришлось бы определить, в какой степени число 2 будет равняться 10. Это можно выяснить с помощью $log_2(10)$. Получается чуть больше 3,3, что неудивительно: 2^3 — это 8, а 2^4 — 16; значит, 2, возведенное в степень приблизительно между 3 и 4, будет равняться 10. Вернемся к нашей задаче:

$$T = I \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{ny}.$$

Так как нам хотелось бы использовать логарифм, будет проще, если мы определим основание степени (в данном случае — то, что в скобках). Для этого делим обе части уравнения на *I*:

$$\frac{T}{I}=\left(1+\frac{r}{n}\right)^{ny}.$$

Упрощаем, подставляя известные значения. Искомая общая сумма — 50 000, имеющийся стартовый капитал — 25 000, процентная ставка — 0,05, банк выплачивает проценты ежедневно. Получаем следующее выражение:

$$\frac{50000}{25000}=\left(1+\frac{0{,}05}{365}\right)^{365y};$$

$$2=\left(1+\frac{1}{7300}\right)^{365y}.$$

Теперь нужно выяснить, в какой степени $1\frac{1}{7300}$ равняется 2, и это должно равняться 365y. Получаем:

$$\log_{1\frac{1}{7300}}(2)=365y.$$

Вычисляем левую часть выражения на калькуляторе:

$$5060{,}320984 = 365y.$$

Чтобы найти *y*, обе части делим на 365:

$$13{,}86389311 = y.$$

Переводим результат в годы и дни и видим, что нужная общая сумма — 50 000 фунтов стерлингов — накопится через 13 лет и 316 дней. Слишком долго. За счет чего можно ускорить процесс? И тут вы понимаете, что условия, выдвинутые дядюшкой Эбенезером, не запрещают вам задействовать собственные деньги. Если ежемесячно откладывать по чуть-чуть — посредством все тех же сложных процентов, — не поможет ли это компенсировать разницу?

Для начала подсчитаем, воспользовавшись формулой капитализации процентов, в какую сумму превратятся 25 000 фунтов стерлингов через пять лет:

$$T = I \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{ny}.$$

I — это ваши первоначальные 25 000 фунтов стерлингов, r — 5% годовых (что в виде десятичной дроби выглядит как 0,05), n — 365, так как проценты выплачиваются ежедневно, и y — 5, поскольку вклад размещается на пять лет:

$$T = 25000 \times \left(1 + \frac{0{,}05}{365}\right)^{365 \times 5}.$$

Считаем:

$$T = 25\,000 \times 1{,}000136986^{1825};$$
$$T = 32\,100{,}09.$$

Итого вам остается накопить 17 899,91 фунта стерлингов, если вы будете следовать плану. Математическая сторона этого вопроса немного сложнее, чем предыдущая формула расчета сложных процентов. Предположим, что под все те же 5% годовых, или 0,417% в месяц, вы станете ежемесячно вносить на счет 100 фунтов. Сбережения будут расти вот так:

Месяц 1: 100 фунтов стерлингов

Месяц 2: $(100 \times 1{,}00417) + 100 = 200{,}42$ фунта стерлингов

Месяц 3: $(100 \times 1{,}00417^2) + (100 \times 1{,}00417) + 100 = 301{,}25$ фунта стерлингов

Месяц 4: $(100 \times 1{,}00417^3) + (100 \times 1{,}00417^2) + (100 \times 1{,}00417) + 100 =$
$= 402{,}51$ фунта стерлингов.

Можно заметить последовательность, которую математики называют рядом. Начальное значение (в нашем случае 100) многократно умножается на одно и то же число (в нашем случае 1,00417) — так образуются члены ряда. К счастью, математики уже давно изучают ряды: это весьма полезно при определении различных констант (π, e) и других важных чисел. Существует формула нахождения суммы первых n членов числового ряда, которую мы и рассмотрим применительно к вашим накоплениям. Если каждый месяц в течение n месяцев вы будете вносить на счет a фунтов стерлингов при ежемесячной процентной ставке r, размер вклада можно вычислить по следующей формуле:

$$T = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}.$$

Таким образом, ежемесячный вклад в размере 100 фунтов стерлингов на протяжении пяти лет (60 месяцев) принесет:

$$T = \frac{100\left(1{,}00417^{60} - 1\right)}{1{,}00417 - 1};$$

$$T = 6801{,}3 \text{ фунта стерлингов.}$$

Узнать, сколько придется откладывать каждый месяц, чтобы на счете образовалось 17 899,91 фунта стерлингов (исключительно важная для нас сумма), поможет следующая формула:

$$17\,899{,}91 = \frac{a\left(1{,}00417^{60} - 1\right)}{1{,}00417 - 1}.$$

Разбираемся с правой частью формулы при помощи ряда вычислений, чем существенно облегчаем себе жизнь:

$$17\,899{,}91 = \frac{a \times 0{,}28361431}{0{,}00417}.$$

Далее обе части формулы умножаем на 0,00417:

$$74{,}6426247 = 0{,}28361431a.$$

e

Всерьез занявшись сложными процентами, швейцарский математик Якоб Бернулли обнаружил, что банковский счет со 100% годовых (ах, мечты, мечты!) через год принесет в 2,71828 раз больше изначальных капиталовложений*. Это число — позже оно получило буквенное обозначение e — стало исключительно важной находкой. Поскольку в любой точке экспоненты $y = e^x$ градиент (или наклон линии) всегда будет вектором с координатами, равными y, мы получаем возможность проводить вычисления на любом графике геометрической прогрессии — уравнения, где неизвестным является степень (например, $y = 2^x$). Это полезно при определении роста населения или заболеваемости при пандемии. Как и число π, e задействовано во всех областях математики. Постоянная e названа в честь математика Леонарда Эйлера, который, как общеизвестно, использовал ее в тождестве Эйлера:

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Формула, связывающая пять фундаментальных констант с несколькими ключевыми арифметическими действиями, считается многими учеными самым глубоким, элегантным и красивым математическим утверждением**.

Наконец, поделив обе части на 0,2836143, находим a:

$$a = 263,18 \text{ фунта стерлингов.}$$

Округляем в меньшую сторону — до ближайшего пенса. Ежемесячно пополняя вклад на a, вы накопите требуемую сумму

---

* Это возможно при условии, что проценты начисляются непрерывно, чаще, чем ежесекундно. — *Прим. науч. ред.*

** Тождество Эйлера объединяет числа 0 и 1, мнимую единицу i, постоянные π и e со сложением, умножением и возведением в степень. — *Прим. пер.*

с точностью до 25 пенсов. И, хотя это приличная часть вашего текущего дохода, вы приходите к выводу, что овчинка — ценный приз в размере 1 миллиона фунтов стерлингов — стоит выделки.

Представив себе выражение лица дядюшки Эбенезера, осознавшего, что его вызов принят, вы хохочете, однако впоследствии задумываетесь. Что, если старик, заставив вас впервые серьезно задуматься о финансах, оказал вам услугу? Чтобы отпраздновать предстоящий успех, вы кладете в карман недельный заработок и отправляетесь в местное казино.

ГЛАВА 14

НЕПРОСТОЕ ПОЛОЖЕНИЕ

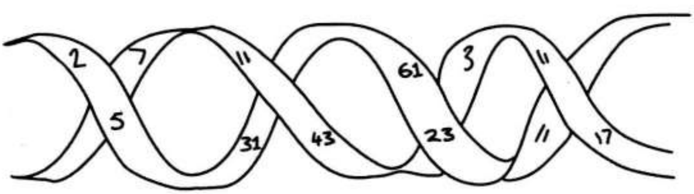
Послание от внеземной цивилизации расшифровано! Вам, старшему IT-специалисту института SETI, поручили ознакомиться с ним и составить ответ. Похоже, что инопланетяне, вступившие в контакт, высокоразвиты, дружелюбны и бескорыстны, поэтому готовы поделиться своими достижениями с другими цивилизациями, которые уже достигли соответствующего уровня научно-технического прогресса. Решим поставленную перед нами задачу — докажем состоятельность человечества. От нас требуется найти простое число, состоящее из ста миллионов знаков. За это инопланетяне в подробностях поведают о своих наиболее важных достижениях. Благодаря им мы сумеем *свести к нулю выбросы углекислого газа и, остановив таким образом глобальное потепление, спасем собственную планету. Сумеете ли вы обнаружить настолько монструозное число?*

Давайте вспомним, что такое простое число. Исходя из количества делителей, все целые положительные числа можно распределить по трем категориям:

- с одним делителем;
- с двумя делителями;
- с тремя и более делителями.

Делитель — то, на что без остатка делится целое положительное число. Поскольку абсолютно любое число можно поделить на единицу, она является делителем для любого целого положительного числа. К примеру, 6 без остатка делится на 1, 2, 3 и 6: таким образом, у числа 6 четыре делителя, поэтому его можно спокойно поместить в третью категорию с составными числами (скоро вы поймете, почему они называются именно так). Первая категория мала: один-единственный делитель есть только у единицы. Вторая категория включает простые числа, которые делятся на нее и на себя. Вот несколько первых простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17. Доказано, что существует бесконечное множество простых чисел. Они стоят особняком и могут здорово помочь вам при совершении покупок в интернете (этот момент мы разберем в подробностях чуть позже).

Существует удивительно элегантный математический факт — фундаментальная теорема арифметики. Ее суть полностью соответствует звучному наименованию. Во-первых, в теореме говорится: каждое целое положительное число, отличное от единицы, является либо простым, либо произведением простых чисел. Таким образом, составными называются числа, составленные из последовательно умноженных простых чисел. Во-вторых, теорема заявляет, что каждое составное число может быть представлено в виде произведения простых чисел одним-единственным способом. Например, $6 = 2 \times 3$. Или, скажем, $123\,456 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 173$. Каждый из приведенных примеров — уникальный, единственно возможный вариант представления составных чисел при разложении на простые множители. Поэтому мы вправе утверждать, что простые числа — своего рода ДНК всех прочих чисел.

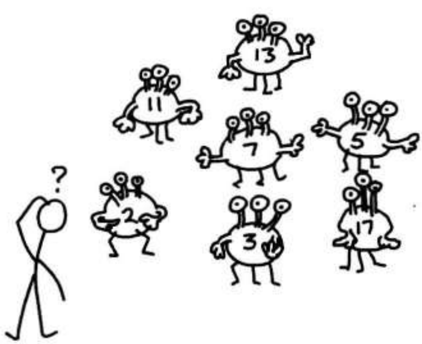


Невозможно точно определить, является ли то или иное число простым: не существует ни формулы, ни особого способа. Можно лишь попытаться разложить его на меньшие множители. Поэтому так трудно выявлять большие простые числа, поэтому инопланетяне и рассматривают свое задание как тест на уровень развития человечества.

Более 2000 лет назад Эратосфен, древнегреческий математик и глава легендарной Александрийской библиотеки, придумал алгоритм поиска простых чисел. Метод, ныне известный как «решето Эратосфена», включает в себя фильтрацию списка целых положительных чисел. Первое простое число — это 2. Отметив его как простое, вычеркиваете все остальные числа, кратные двум: они в любом случае будут составными. Переходите к следующему невычеркнутому числу — это будет 3. А затем избавляетесь от невычеркнутых чисел, кратных тройке. Возобновляете процесс: следующее число, которым вы еще

не занимались, должно быть простым, в чем вы убедитесь, попытавшись разложить его на меньшие множители. Алгоритм хорош, но трудоемок. Если надо узнать, является ли 323 простым числом, придется делить его на меньшие простые числа, пытаясь установить его кратность 2 (нет), 3 (нет), 5 (нет), 7 (нет), 11 (нет), 13 (нет), 17 (да!). Поскольку 323 делится на 17, вы понимаете, что у него имеются как минимум три делителя (1, 17 и 323), и, следовательно, это число является не простым, а составным. Кстати, $323 = 17 \times 19$. Если составное число раскладывается только на действительно большие простые множители, то поиск таковых занимает много времени.

Есть ли в этом какой-то смысл? Ладно, вам интересны прибамбасы, которые вы можете получить от более развитой инопланетной цивилизации. Ну а кому-нибудь еще нужны эти простые числа? Да, нужны. Простые числа используются



для шифрования сетевого трафика, а в наши дни без интернета не проживешь.

Простые числа играют большую роль в средствах криптографической защиты информации в интернете: взять, к примеру, алгоритм компании RSA Security, названной в честь ее основателей — по первым буквам их фамилий: Рональда Ривеста (Rivest), Ади Шамира (Shamir) и Леонарда Адлемана (Adleman). Это пример шифрования с открытым ключом: открытый ключ передается по открытому каналу и используется для шифрования сообщений, а расшифровка сообщений осуществляется при помощи закрытого ключа. Открытый ключ — это произведение двух больших простых чисел: суть в том, что сообщение легко шифруется, однако на его расшифровку без закрытого ключа могут уйти годы. Чем большие простые числа вы используете для создания публичного ключа, тем надежнее защищены ваши данные. Именно поэтому вы можете быть спокойны, делая покупки в интернете: на страже ваших банковских данных стоят простые числа.

А еще большие простые числа могут принести большие деньги. Фонд электронных рубежей (Electronic Frontier Foundation) — некоммерческая организация, выступающая за цифровую конфиденциальность, — предлагает премию в размере 150 000 долларов первому, кто найдет простое число, состоящее из 100 миллионов знаков*. Так что вы можете не только спасти Землю, но и подзаработать! Однако для этого вам придется много делить, так что попробуйте повысить свои шансы дать миру новое простое число.

От половины чисел со 100 миллионами знаков можете сразу отмахнуться: ни одно четное число (кроме 2) не будет простым — ведь они по определению кратны 2. Спокойно

---

* Также предлагается 250 000 долларов за нахождение простого числа из более 1 млрд знаков. — *Прим. науч. ред.*

избавляйтесь еще от одной десятой всех чисел — просто исключите все, которые заканчиваются пятеркой, поскольку они делятся на 5. Есть и другие ухищрения, но даже если вычеркнуть 90% чисел со 100 миллионами знаков, вас тем не менее ждет уйма работы с очень большими числами. Допустим, у вас есть самый мощный в мире компьютер, который проанализирует оставшиеся числа, — но все равно на поиск и проверку нужного числа уйдут долгие годы.

Шкала Кардашёва

Поиски внеземного разума велись и в Советском Союзе. В них принимал участие советский астрофизик Николай Кардашёв. По мнению ученого, существующие инопланетные культуры, скорее всего, оказались бы — и наверняка окажутся — куда прогрессивнее землян. Для классификации цивилизаций он предложил специальную шкалу, оценивающую уровень технологического развития*. Первому типу соответствует общество, задействующее все энергетические ресурсы своей планеты. Второму — культура, энергопотребление которой сравнимо с мощностью центральной звезды (солнца). Третьему — цивилизация, сумевшая подчинить энергию всей галактики. Достичь хотя бы первого уровня человечеству может помочь антиматерия (подробнее см. главу 18).

Что ж, прежде чем прибегнуть к грубой силе — простому перебору, давайте поищем: нет ли какой-нибудь уловки, способной помочь? В нашей ситуации пригодится идея Марена

* В шкале, описанной Н. Кардашёвым в 1964 году в работе «Передача информации внеземными цивилизациями», действительно фигурировали только три типа цивилизаций (ученый ранжировал их по количеству создаваемой и потребляемой энергии), но сейчас эта шкала состоит из семи уровней, включая нулевой, к которому относятся земляне. — *Прим. пер.*

Мерсенна, французского священника XVII века. Мерсенн был чрезвычайно разносторонним человеком, у него есть музыкальные, философские и религиозные работы, но нас интересуют его труды, посвященные математике. Мерсенн писал о числах, представляющих собой разность между 2 в той или иной степени и 1. Эти числа известны как числа Мерсенна, а их формула выглядит так:

$$M_n = 2^n - 1.$$

Чтобы найти первое число Мерсенна, принимаем n равным 1:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2^1-1 \\ &= 2-1 \\ &= 1. \end{aligned}$$

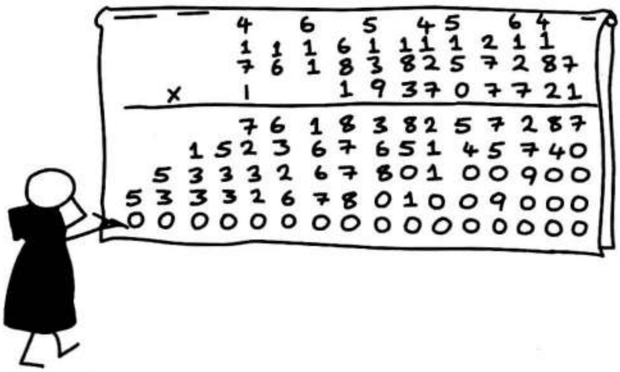
То же самое для n = 2:

$$\begin{aligned} M_2 &= 2^2-1 \\ &= 4-1 \\ &= 3. \end{aligned}$$

Идея понятна. Вот первые одиннадцать чисел Мерсенна: 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047. Отлично! Но как эта формула поможет нам с простыми числами? Мерсенн обратил внимание, что если n — простое число, то и M_n, скорее всего, тоже будет простым:

Простое число	Мпч	Простое число?
2	$2^2-1 = 3$	да
3	$2^3-1 = 7$	да
5	$2^5-1 = 31$	да
7	$2^7-1 = 127$	да
11	$2^{11}-1 = 2047$	нет
13	$2^{13}-1 = 8191$	да
17	$2^{17}-1 = 131\,071$	да

В приведенном примере число 2047 представляет собой 23 × 89, что и делает его составным. Простые числа Мерсенна привлекли пристальное внимание научного сообщества, но, разумеется, без ошибок не обошлось — ведь электронные вычисления были еще невозможны. M_{67}, которое, по мнению Мерсенна, являлось простым числом, оказалось составным: $2^{67} - 1$ соответствует 147 573 952 589 676 412 927, что, в свою очередь, равняется 193 707 721 × 761 838 257 287. Это было выявлено в 1903 году, спустя 250 лет после смерти Мерсенна.



Уже после Второй мировой войны, когда появились электронные калькуляторы, проверка простых чисел Мерсенна, которая и без того не прекращалась, набрала обороты. В 1952 году группа исследователей из Калифорнийского университета за несколько часов проверила два новых простых числа Мерсенна — M_{521} и M_{607}. В общей сложности к текущему моменту обнаружено 51 простое число Мерсенна: они занимают семь верхних строчек в списке самых больших простых чисел, известных науке. Всякий раз, когда ученые находят новое простое число — по формуле Мерсенна или иным образом, — его можно использовать для проверки другого простого числа

Мерсенна. Именно поэтому при помощи электронных вычислений по-прежнему ищут новые простые числа: раз от раза они становятся все больше и больше. На сегодня самое большое простое число Мерсенна — это $M_{82589933}$, в котором почти 25 миллионов знаков.

Чтобы установить, в каком из чисел Мерсенна будет не меньше 100 миллионов знаков, воспользуемся известным нам математическим фактом: при возведении в степень основания 10 результат на один знак меньше, чем у показателя степени. Например:

$10^1 = 10$ (2 цифры)

$10^2 = 100$ (3 цифры)

$10^3 = 1000$ (4 цифры).

Выходит, что $10^{99999999}$ будет иметь 100 миллионов знаков. Взглянем для начала на простые числа Мерсенна — по крайней мере, на такие же большие:

$$2^n - 1 \geq 10^{99999999}.$$

Это позволит нам пренебречь –1. Достаточно просто взглянуть на число из 100 миллионов знаков, как вычитание единицы тут же теряет всякий смысл. Теперь формула выглядит так:

$$2^n > 10^{99999999}.$$

Нужно найти n — в данном выражении это степень, — поэтому мы обращаемся к логарифмам (см. главу 13):

$$n > \log_2(10^{99999999}).$$

Если вы попытаетесь вычислить значение *n* с помощью калькулятора, тот выдаст ошибку: $10^{99999999}$ — это слишком много для устройства. Но есть одно ухищрение. Возведение в степень — это результат многократного умножения числа на себя. К этой хитрости и прибегнем. $10^{99999999}$ — это 10, умноженное само на себя 99 999 999 раз. Будь у вас достаточно времени (и бумаги), вы могли бы записать нужное выражение таким образом:

$$10^{99999999} = 10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10.$$

Почему это важно? Потому что мы можем обратиться к основному свойству логарифмов: вне зависимости от основания $log\ (a \times a) = log\ (a) + log\ (a)$. Итак:

$$\log_2 (10^{99999999}) = \log_2(10) + \log_2(10) + \log_2(10) + \ldots + \log_2(10).$$

Всего у вас 99 999 999 членов $log_2(10)$, то есть $99999999 \times \times log_2(10)$. Такое выражение калькулятору по силам:

$$n > 99\,999\,999 \log_2(10)$$
$$n > 332\,192\,806.$$

Получившееся число — 332 192 806 — сравнительно невелико и имеет всего девять знаков, так что вы можете начать поиск с любого уже проверенного простого числа, которое больше него. Экспресс-анализ сообщает, что в M_{31}, обнаруженном Леонардом Эйлером в 1772 году (2 147 483 647), уже 10 цифр. Как знать, может, победителем станет $M_{2147483647}$?

Последние семнадцать простых чисел Мерсенна были обнаружены благодаря проекту распределенных вычислений GIMPS (англ. — Great Internet Mersenne Prime Search). Участники проверяют простые числа Мерсенна с привлечением принадлежащего GIMPS программного обеспечения и собственной компьютерной техники любой доступной мощности. Такие хитрые ходы действительно помогают вам сузить поле поиска, однако оно все равно остается очень, очень широким.

Вы осознаете: своими силами институту SETI не обойтись, но можно официально опубликовать задачу и привлечь сторонние ресурсы. Чем больше у вас будет помощников, тем быстрее вы найдете нужное простое число и получите обещанное вознаграждение от дружественных инопланетян. Вы сообщаете руководству: миру пора узнать, что мы не одиноки во Вселенной.

ГЛАВА 15
РУКОПОЖАТИЯ

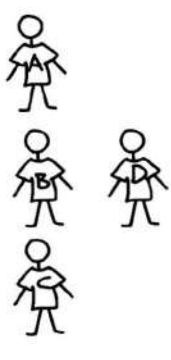
Вы выбраны официальным фотографом саммита глав государств, поскольку вам нет равных в искусстве запечатлевать моменты. Организаторы саммита просят сделать как можно больше кадров с рукопожатиями руководителей разных стран. Но есть одна закавыка. Остается всего час до прибытия последних лидеров — парочки самовлюбленных клоунов-популистов с сомнительными прическами и еще более сомнительной политикой: с ними никто не захочет прилюдно здороваться за руку. И, сами понимаете, все рукопожатия с их появлением прекратятся. Успеете ли вы сфотографировать официальное приветствие каждой возможной пары руководителей до того, как на саммит явятся два последних участника?

Задачи о рукопожатиях — хорошо изученная область математики, а сами решения разнообразны и занимательны. В вашем случае самое разумное — узнать требуемое количество фотографий. Для уточнения давайте рассмотрим небольшую группу людей.

Анна приветствует Боба — получаем одно рукопожатие:

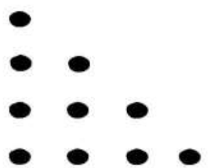
Появляется Валентина. Ей предстоит пожать руку Анне и Бобу — вот уже два приветствия.

Показывается Герман. Ему нужно обменяться рукопожатиями с Анной, Бобом и Валентиной, а значит, количество встреч увеличивается на три.

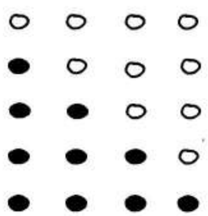


Далее следует Диана, которой придется приветствовать уже четверых. И так далее. Так, прибывшему на саммит двадцать пятым придется обмениваться рукопожатиями с двадцатью четырьмя персонами, которые его опередили. Из всего этого следует, что человеку, чей порядковый номер в череде явившихся на саммит — n, предстоит пожать руку n – 1 уже присутствующих гостей. Итак, чтобы определить, какое количество приветствий приходится на 100 человек, следует сложить 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99.

Можно, конечно, какое-то время повозиться с калькулятором, однако сумма последовательных целых чисел — это еще одна классическая математическая задача. Один из способов ее решения — использование точечных треугольников. При наличии на встрече пятерых человек вам пришлось бы фотографировать 1 + 2 + 3 + 4 рукопожатий, что можно представить в виде треугольного массива точек:



Разумеется, вы не отказались бы от формулы для подсчета точек в треугольнике. Но если отталкиваться от прямоугольника, это упростит вычисления. Поэтому добавляем второй треугольник с таким же количеством точек и получаем прямоугольник размером 4 на 5 точек.



В прямоугольнике 4 × 5 = 20 точек, а в каждом треугольнике по 20 ÷ 2 = 10 точек. Обобщаем полученные данные:

если треугольник имеет *r* линий с точками, то у прямоугольника, образующегося при его удвоении, таких линий будет r + 1. Это означает, что прямоугольник окажется состоящим из r × (r + 1) точек. Чтобы вернуться к точкам первого треугольника, это количество понадобится уменьшить в два раза:

$$\text{сумма от 1 до r} = \frac{1}{2}r(r+1).$$

Математики знают и саму эту формулу, и связанную с ней байку. В конце XVIII века учитель задал гениальному немецкому математику Карлу Гауссу задачу — сложить все числа от 1 до 100. Утверждается, что Гаусс прибегнул к вышеизложенному простейшему способу и нашел решение почти мгновенно. Это и рассердило, и обескуражило учителя, а Гаусс стал одним из величайших математиков всех времен.

Для *n* людей, обменивающихся рукопожатиями, учтем, что r = n – 1, поскольку приветствий будет на единицу меньше, чем человек. Заменяем в формуле r на n – 1 и получаем:

Количество рукопожатий для n человек,

$$h = \frac{1}{2}(n-1)(n-1+1), \text{ где}$$

n – 1 + 1 — это просто n.

Для 100 глав государств n = 100:

$$h = \frac{1}{2}(100 - 1)100;$$

$$h = \frac{1}{2} \times 99 \times 100.$$

Получается 4950 рукопожатий. Фотосъемка — даже если допустить, что на каждый снимок уйдут несчастные десять секунд, — продлится 49 500 секунд, или 13 часов 45 минут. Так что способа сделать все нужные фотографии за отведенный час не существует. Однако организаторы саммита наняли вас отнюдь не для того, чтобы вы беспомощно развели руками, поэтому давайте подумаем, что можно предпринять.

Президент, установивший мировой рекорд

Наступивший 1907 год президент США Теодор Рузвельт начал с того, что открыл двери Белого дома для представителей общественности. К тому времени, когда двери наконец-то закрылись, он успел пожать руки 8513 посетителям. Это стало мировым рекордом, который продержался почти 60 лет. А в 2011 году был установлен рекорд по длительности рукопожатия: два человека не размыкали рук в течение 33 часов и 3 минут. Это куда больше часа, имеющегося в вашем распоряжении.

Предположим, что сначала вы сделаете по одному фото с рукопожатием каждого главы государства. На саммите 100 человек: число кадров будет равняться 50, и на съемку понадобится 500 секунд. Далее попробуем правильно распорядиться оставшимся временем — прикинем, для многих ли руководителей вы успеете сделать полный комплект фотографий.

Время съемки — это количество рукопожатий, умноженное на 10 секунд, так что получаем:

$$\text{Время, } t = 10 \text{ ч}$$

$$t = \frac{1}{2}(n-1)n \times 10.$$

Упрощаем — умножаем $\frac{1}{2}$ на 10 и получаем 5:

$$\text{Время} = 5(n - 1)\, n.$$

В вашем распоряжении есть час, то есть 60 × 60 = 3600 секунд. Однако вы уже потратили 500 секунд, чтобы снять каждого участника хотя бы по разу, так что у вас всего 3100 секунд. Нужно решить вот такое уравнение:

$$3100 = 5(n - 1)\, n.$$

Сначала обе части делим на 5:

$$620 = (n - 1)\, n.$$

Потом раскрываем скобки:

$$620 = n^2 - n.$$

Поскольку неизвестное n у нас возведено в квадрат, мы имеем дело с квадратным уравнением. Подобные выражения решаются сложнее линейных, но если получится придать нашему уравнению такой вид, чтобы одна его часть стала бы равной нулю, мы сможем воспользоваться знакомой формулой (см. с. 13). Чтобы преобразовать наше уравнение, из обеих частей вычитаем 620:

$$n^2 - n - 620 = 0.$$

Затем подставляем значения ($a = 1$, $b = -1$ и $c = -620$) в вышеупомянутую формулу:

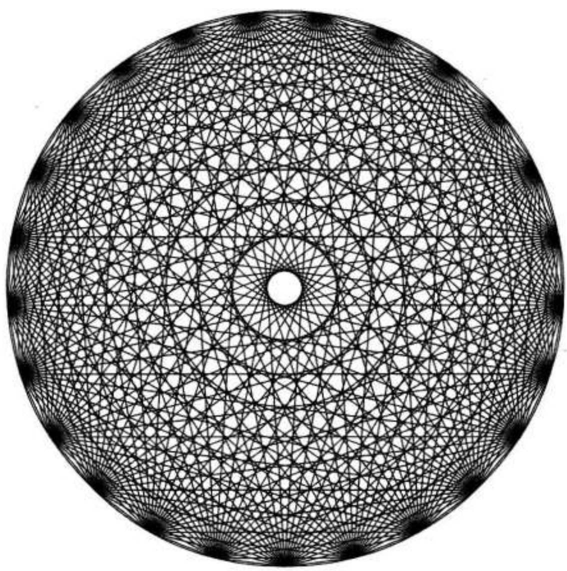
$$n = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-620)}}{2 \times 1}.$$

Вычисляем каждую часть:

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 2480}}{2}.$$

С точностью до одной десятой получаем одно положительное решение n = 25,4. Это означает, что, израсходовав 5 × 24 × 25 = 3000 секунд, вы успеете запечатлеть рукопожатия 25 человек со всеми остальными. В запасе останутся еще 100 секунд — потратьте их на десяток случайных кадров или просто утрите пот со лба.

Глав государств вместе со всеми рукопожатиями можно изобразить в виде диаграммы. Представив 100 руководителей точками на окружности круга и соединив эти точки отрезками, вы получите сложную диаграмму — она называется

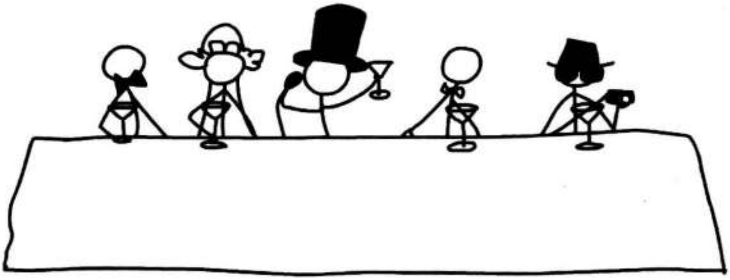


«полный граф», или «роза» (возможно, название связано с тем, что отдаленно она напоминает окна-розы — круглые витражи, которые можно встретить в старинных церквях). Удивительное дело: диаграмма, состоящая исключительно из прямых линий, выглядит так, словно представляет собой концентрические круги и кривые. Выше представлена роза, созданная из расчета на 25 человек при помощи генератора Эдварда Платта (см. https://elplatt.com).

В вашем случае такая диаграмма совершенно бесполезна, но согласитесь, смотрится она очень круто.

Организаторы встречи остаются довольны вашим предложением, и вы доводите его до ума еще до прибытия здоровенного вертолета и автомобильного кортежа.

ГЛАВА 16
ПЛАН РАССАДКИ



Сбежав из Владивостока, вы возвращаетесь к невесте — тоже шпионке мирового уровня. Подготовка к знаменательному событию, которое все ближе и ближе, у вас под контролем. Осталось несколько нерешенных моментов, и один из них — как рассадить гостей на свадебном завтраке. Помимо родственников, которые не ладят между собой, у вас с будущей супругой есть несколько друзей — агентов под глубоким прикрытием. Друг с другом они тоже знакомы, но этот факт необходимо скрыть, а значит, их не должны увидеть сидящими рядом. Существует ли математический метод, который позволил бы гарантированно, без*

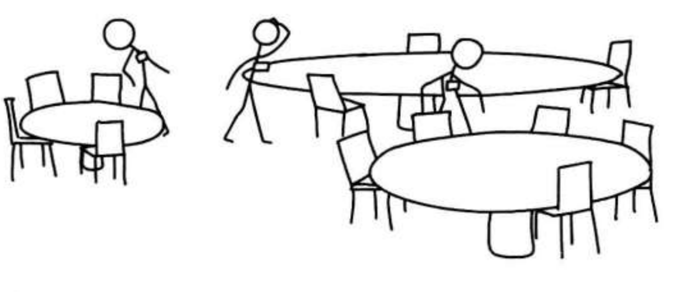
---

* Вне зависимости от времени проведения свадебное застолье в Англии называют «свадебным завтраком» (англ. — wedding breakfast), так как ранее церемонии бракосочетания проводились только по утрам и первым приемом пищи как у новобрачных, так и у их гостей становился именно завтрак. — *Прим. пер.*

проб и ошибок рассадить гостей так, как надо? Любой просчет возымеет далеко идущие политические последствия и перечеркнет многолетнюю разведывательную работу.

Желание рассадить гостей строго по науке могло бы показаться странным, однако математиков издавна занимают проблемы такого рода. К примеру, так называемая задача о гостях («задача о супружеских парах»), которую сформулировали еще в конце XIX века, звучала примерно так: сколькими способами можно рассадить гостей за круглым столом при условии, что лица одного пола и супружеские пары не должны сидеть рядом друг с другом?

Формулировка проста, но ответ был найден далеко не сразу. Почему? Отчасти потому, что в те времена даже для математиков, которые решали задачу лишь на бумаге, казалось немыслимым не усадить дам в первую очередь. Это настолько усложнило задачу, что лишь через 40 лет французский математик Жак Тушар предложил первый вариант ее решения. Альтернативную и более простую (скажем так, «несексистскую») версию в 1985 году обнародовали американцы Кеннет Богарт и Питер Дойл.



Еще одна головоломка под названием задача Обервольфаха, придуманная в 1967 году немецким математиком Герхардом Рингелем, связана с распределением мест на обедах.

На конференциях, которые проводятся в математическом институте Обервольфаха (Германия), принято обедать в общем зале. Вопрос был поставлен так: каким образом следует рассадить участников за столами разных диаметров, чтобы в течение всего многодневного мероприятия гости не соседствовали более одного раза? На сегодня уже установлено, что количество приглашенных должно быть нечетным, кроме того, исключены несколько комбинаций столов. Однако до конца задача не решена. Сумеете ли вы придумать, как оптимально рассадить гостей, если даже профессиональные математики вот уже более века едва-едва справляются с аналогичной проблемой?

Можете ответить, что да, но имейте в виду: за помощью придется обратиться к другу компьютеру. Итак, сначала вы оцениваете связи гостей — создаете таблицу и начисляете очки каждому приглашенному. Не знакомые друг с другом не получают ничего, знакомые — по единице. Убедитесь, что пары, состоящие в отношениях, окажутся по соседству, и дайте им по 50 очков, а тем, кто, напротив, не ладит между собой, по –50: так вы поймете, что им вообще не нужно сидеть за одним столом. Еще вам, разумеется, не хочется, чтобы ваши друзья, принадлежащие к противодействующим разведсообществам, чувствовали себя не в своей тарелке. Попробуйте начислять очки как-то еще — допустим, для обозначения степени родства и так далее. Неполная таблица может выглядеть следующим образом:

	A	B	C	D	E
A	x	50	0	0	1
B	50	x	0	0	1
C	0	0	x	50	–50
D	0	0	50	x	–50
E	1	1	–50	–50	x

A и B — супружеская пара, A — брат жениха. C и D состоят в отношениях, D — двоюродный брат невесты. E — тетя жениха, которая когда-то встречалась с D, однако расстались они не слишком хорошо. Такая таблица называется матрицей связей (матрица — математическое название массива из чисел, записанного в виде прямоугольной таблицы).

Важность порядка

В комбинаторике часто говорят о разновидностях множеств — размещениях и сочетаниях. В размещениях важен порядок объектов, поэтому вариант A-B-C будет считаться отличным от варианта C-B-A. В сочетаниях порядок не имеет значения, поэтому варианты A-B-C и C-B-A будут эквивалентны. Если я могу купить в магазине три книги из пяти, мне все равно, в каком порядке я их выберу, так что это множество будет сочетанием. А когда я прихожу домой и расставляю книги на полке, то могу расположить их по-разному: выбранный мной порядок будет размещением. Что любопытно, такой привычный предмет, как кодовый замок, способен здорово запутать англоязычных математиков: по-английски он называется combination lock — «замок-сочетание». Но при открытии кодового замка нельзя просто выбрать правильные числа — это нужно сделать еще и в правильном порядке, так что на самом деле правильное название было бы permutation lock, то есть «замок-размещение».

Охарактеризовав соответствующим образом взаимоотношения приглашенных, вы рассматриваете все существующие варианты распределения мест. Затем суммируете очки гостей, сидящих за одним столом, и оцениваете, какая из компоновок наберет больше остальных. Если бы все пятеро гостей, которые фигурируют в матрице-примере, сидели вместе, их совокупный счет равнялся бы 2: два по 50 от пар A/B и C/D были бы сведены на нет соседством C и D с E. Таким образом, остались бы только два по 1 от E, знакомой с A и B.

Прежде, чем прикидывать, сколько времени уйдет на составление более или менее жизнеспособного плана рассадки, давайте определим количество возможных вариантов. Чтобы решить эту задачу, нужно знать общее количество приглашенных (n) и количество мест за каждым столом (t). Предположим, что заполнены будут все столы, имеющие при этом одинаковый размер.

На свадьбе ожидаются 104 человека, а каждый стол рассчитан на восьмерых. Если рассаживать гостей как придется, у первого из них будет 104 варианта, у второго — 103, 102 — для третьего и так далее. Таким образом, количество вариантов для первого стола будет равно:

$$104 \times 103 \times 102 \times 101 \times 100 \times 99 \times 98 \times 97 =$$
$$= 10\,385\,445\,095\,625\,600.$$

Только для первого стола получается более 10 триллионов вариантов! Если взять все 13 столов, то у нас будет по-настоящему грандиозное число — со 166 нулями. Впрочем, некоторые варианты распределения мест совпали бы: за один и тот же стол, пусть и в другом порядке, уселись бы все те же восемь человек. Эту «восьмерку» можно разместить 40 320 способами, поскольку у нас есть восемь мест для первого человека, семь для второго и так далее:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320.$$

В математике есть форма краткой записи для вычислений, о которых рассказывается выше: знак факториала. Видим n! — понимаем, что нужно перемножить между собой все положительные целые числа, вплоть до n. Левую часть вышеприведенного выражения можно записать как 8!.

Давайте допустим, что первый стол можно заполнить 10 385 445 095 625 600 ÷ 40 320 = 257 575 523 205 способами. Всего-то 257 миллиардов с небольшим! Но у математиков есть сокращенная формула и для подобной комбинаторной задачи на число сочетаний n по k — C_n^k, где n — количество элементов, из которых вы выбираете (в нашем случае, это число приглашенных на свадьбу), а k — количество элементов в сочетании. Формула для C_n^k:

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \times k!}.$$

Прогоним ее на только что рассмотренном примере. Мы выбираем 8 из 104, поэтому принимаем n = 104, а k = 8:

$$C_{104}^8 = \frac{104!}{(104-8)! \times 8!}.$$

Это дает:

$$C_{104}^8 = \frac{104!}{(96)! \times 8!}.$$

Вычисляем:

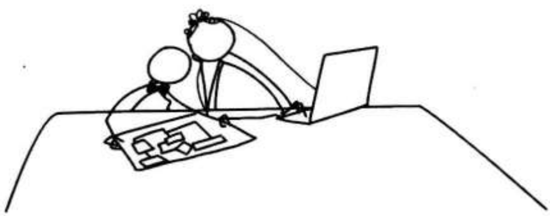
$$C_{104}^8 = 257\,575\,523\,205.$$

Ничего удивительного.

Понятно, что количество сочетаний даже для одного-единственного стола — чудовищное. Что делать? Вот тут-то в игру и вступает друг компьютер. Существует коммерческое ПО, рассчитанное на работу как раз с такими задачами — задачами линейного программирования. Эти программы можно применять для самых разных целей: например, для определения, какой продукт и в каком количестве должна выпускать компания, чтобы извлечь максимальную прибыль.

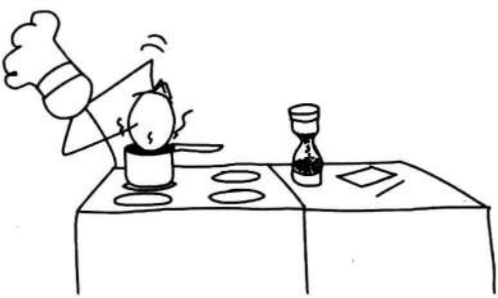
Организаторы свадеб пользуются ими для решения таких же проблем, как ваша.

В 2012 году два академика из Принстонского университета Меган Беллоуз и Люк Питерсон при помощи вышеупомянутого метода нашли, как распределить за 10 столами 107 гостей. Чтобы просчитать все комбинации, компьютеру понадобилось 36 часов: результат — с минимальными изменениями — был одобрен матерью невесты (а кто еще обо всем позаботится?).



Поставив себе на службу чудеса линейного программирования, вы просите компьютер показать все возможные комбинации, одновременно подсчитывая очки из матрицы связей. Вариант, который наберет наибольшую сумму очков, и станет лучшим — именно так вы сможете рассадить гостей на свадьбе и не «спалите» тайных агентов. Вы счастливы, что сбросили с плеч эту ношу, и переходите к другой сложной задаче — сочинить такую свадебную речь, которая не разожжет международный скандал.

ГЛАВА 17
УВАРНЕНИЕ



Вы персональный шеф-повар крупного африканского предпринимателя. Вы обожаете свою работу и готовы целыми днями придумывать изысканные и питательные блюда на основе всех тех изумительных ингредиентов, которые предлагает вам Африка. И именно поэтому вы слегка потрясены последней просьбой босса: яйцо всмятку с «солдатиками». К нему приехали погостить родственники из Англии, и на завтрак в честь дня своего рождения он попросил сварить страусиное яйцо, но так, чтобы желток остался жидким. Как долго то следует держать в кипящей воде? Если яйцо окажется недоваренным или сварится вкрутую, босс будет разочарован, а вам придется подыскивать новое место работы.*

---

* В Англии на завтрак принято подавать яйцо всмятку, которое вместо ложки едят «солдатиками» — длинными кусочками поджаренного хлеба. — *Прим. пер.*

Грубо говоря, тепло — беспорядочное движение частиц, составляющих вещество. Чем выше скорость теплового движения, тем выше температура. Более горячее тело передает тепловую энергию менее горячему: это называется теплопередача. Есть три вида теплопередачи — теплопроводность, конвекция и тепловое излучение. Для первого обязателен контакт: скажем, если я теплым летним днем прикоснусь к кузову своей машины, движущиеся частицы металла заставят перемещаться молекулы и атомы в моей руке. Конвекция возникает при передаче внутренней энергии потоками самого вещества. (Отопительные приборы у вас в доме неслучайно называются конвекторами: они нагревают воздух по соседству, и он начинает перемещаться по помещению.) Тепловое излучение выглядит так: нечто горячее (скажем, Солнце) испускает электромагнитные волны, которые в процессе движения сталкиваются с другими объектами (например, с Землей), вынуждая их частицы перемещаться и, следовательно, нагреваться.

Различные вещества по-разному передают тепло. Зная, что металлы нагреваются быстро, мы делаем из них кастрюли и сковородки. Зная, что дерево нагревается медленно, мы делаем из него ручки для металлической утвари, чтобы ее можно было поднять.

Как уже было сказано, тепловая энергия всегда стремится от горячего к холодному. То, что кажется нам «охлаждением», на самом деле является теплом, которое утекает из наших тел (горячих) в среду (холодную). Чем больше разница температур, тем интенсивнее тепловой поток. Если количества тепла (теплоты) достаточно, мы можем перегруппировать частицы — к примеру, заставить лед таять, а воду испаряться. У нас есть отборное яйцо и возможность обеспечить высокую теплопередачу: значит, мы можем изменить частицы яичного белка так, чтобы он затвердел.

При этом, рассчитав время варки и остановившись в нужный момент, мы получим яйцо всмятку. Чтобы страусиное яйцо сварилось как надо, на протяжении всего процесса белок должен равномерно нагреваться примерно до 63 °C. Желток при такой температуре сделается теплым, но останется жидким.

Вот несколько ключевых понятий, которые необходимо уяснить до того, как вы приступите к варке страусиного яйца.

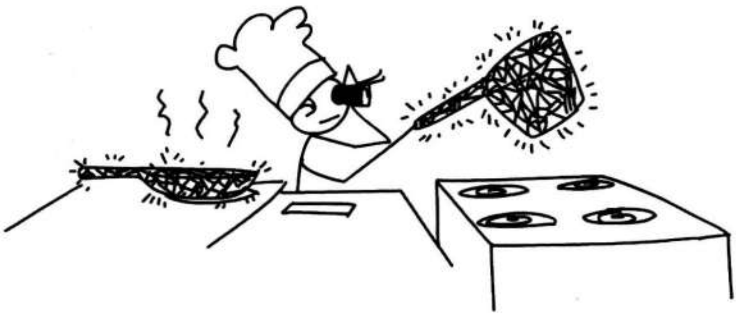
Удельная теплоемкость — это количество энергии, необходимое для нагрева 1 килограмма вещества на 1 градус. Вспомните, что говорилось в главе 10 про калории. Чтобы нагреть литр воды на 1 кельвин, требуется 4184 джоулей — то есть удельная теплоемкость этой жидкости равняется 4184 Дж/(кг·К). У воды один из самых высоких показателей удельной теплоемкости. Для сравнения: удельная теплоемкость стали составляет примерно 490 Дж/(кг·К) — почти в 10 раз меньше удельной теплоемкости воды. Это значит, что энергия, способная нагреть воду всего на градус, нагрела бы сталь на десять градусов.

Плотность, о которой вскользь упоминалось в главе 11, определяется через отношение массы тела к занимаемому им объему. Кубический метр воды весит 1000 кг — следовательно, ее плотность равна 1000 кг/м^3. Плотность стали примерно в восемь раз больше, а вот плотность древесины бальсы, наоборот, намного меньше: в среднем она составляет примерно 160 кг/м^3. Как ни удивительно, но плотность льда составляет 917 кг/м^3. Это, кстати, объясняет, почему тот не тонет в воде: менее плотные вещества держатся на поверхности более плотных субстанций. Белок и желток сравнимы по плотности с водой (1,038 кг/м^3 и 1,032 кг/м^3 соответственно), и именно поэтому яйцо тонет.

Измерьте температуру

Почти во всем мире для измерения температуры используется шкала Цельсия, выверенная по точкам замерзания (0 °C) и кипения (100 °C) воды. Но кое-где, в частности в США, оперируют шкалой Фаренгейта. Ее опорные точки — 0 °F, температура смеси тающего снега с нашатырем и солью, и 98 °F, температура тела здорового человека (считается, Даниель Фаренгейт просто-напросто попросил жену сунуть термометр под мышку). А ученые и инженеры предпочитают абсолютную шкалу температуры — шкалу Кельвина, которая в действительности является мерой тепловой энергии, содержащейся в веществе. При температуре 100 K ее будет в два раза больше, чем при 50 K. Абсолютный нуль, 0 K, соответствующий −273,15 °C, означает, что в веществе полностью отсутствует движение частиц. Теоретически это минимальный предел температуры тела во Вселенной: температура глубокого космоса равняется примерно 3 K. Один кельвин соответствует одному градусу по шкале Цельсия.

Теплопроводность — основной способ передачи тепла страусиному яйцу, которое мы будем варить. Коэффициент теплопроводности определяет, насколько хорошо вещество проводит тепло: эта характеристика равна количеству теплоты, проходящей за секунду через образец материала метровой длины и площади при разнице температур в 1 K. Самый низкий коэффициент теплопроводности у изоляторов, в том числе у воздуха — 0,026 Вт/(м·K) при 20 °C, поэтому мы часто используем воздушный зазор в качестве теплоизоляции. Лучший изолятор — вакуум: он вообще не проводит тепло, ему нечем. Это серьезная проблема для космических аппаратов — они излучают тепло в космос, но не проводят его. Высокий коэффициент теплопроводности у проводников: у меди, из которой так часто делают кастрюли и сковородки, он равен 394 Вт/(м·К) при температуре от 20 до 100 °С. Еще лучше тепло проводит алмаз: коэффициент его теплопроводности превышает 1000 Вт/(м·К), но для кухонной утвари этот материал дороговат.



Поскольку формула для варки яйца включает элементы термодинамики, ее структура выглядит сложно, даже жутковато:

$$\text{время} = \frac{c}{\pi^2 k} \times \sqrt[3]{\frac{9M^2\rho}{16\pi^2}} \times \ln\left(0{,}76 \times \frac{T_{\text{яйца}} - T_{\text{воды}}}{T_{\text{желтка}} - T_{\text{воды}}}\right).$$

Но сложность не страшна, все, что нам нужно, — просто подставить значения. Вполне по силам.

Для начала ln — особая форма тех логарифмов, с которыми мы столкнулись в главе 13. Натуральный логарифм, который обозначается ln (от франц. logarithme naturel), — логарифм с основанием в виде числа e. Оно чуть больше 2,7 и, подобно π, является иррациональной константой, то есть десятичной дробью, продолжающейся бесконечно без повторения групп знаков. На большинстве калькуляторов имеются отдельные кнопки и для ln, и для e, а значит, провести вычисления будет несложно.

Формулу вывел Чарльз Уильямс, физик из Эксетерского университета, и первоначально она была рассчитана для куриных яиц. Объем страусиного яйца сравним с совокупным объемом 24 куриных яиц, а его энергетическая ценность — с суточным рационом взрослого человека. Но в любом случае формула должна подойти — правда, скорлупа страусиного яйца почти в шесть раз толще, чем у куриного. Во-первых, чтобы вскрыть яйцо, вам понадобятся молоток и зубило, во-вторых, вы понимаете, что с учетом толщины яичной скорлупы время варки немного увеличится. Кулинария не столько искусство, сколько наука! Вы подставляете следующие значения:

- c — удельная теплоемкость белка, равная 3700 Дж/кг·К;
- k — коэффициент теплопроводности белка, составляющий 0,34 Вт/(м·К);
- M — масса яйца, равная 1,4 кг;
- ρ — плотность белка, соответствующая 1032 кг/м^3;
- $T_{\text{яйца}}$ — температура яйца перед приготовлением, то есть 20 °C, или 293 K;
- $T_{\text{воды}}$ — температура воды, в которой мы варим яйцо, составляющая 100 °C, или 373 K;
- $T_{\text{желтка}}$ — требуемая температура желтка в процессе варки, то есть 63 °C, или 336 K.

Получаем:

$$\text{время} = \frac{3700}{\pi^2 0{,}34} \times \sqrt[3]{\frac{9 \times 1{,}4^2 \times 1032}{16\pi^2}} \times$$

$$\times \ln\left(0{,}76 \times \frac{293 - 373}{336 - 373}\right).$$

Вводите все это в калькулятор и получаете:

$$\text{время} = 5366 \times \ln(1{,}643).$$

Нажимаете на кнопку натурального логарифма (это очень удобно):

время = 2664 секунды
(с округлением до ближайшей целой секунды).

Вы довольны расчетами и приступаете к подготовительной работе. Однако ваш эксцентричный босс внезапно переносит праздник на вершину Килиманджаро. Будут ли ваши тщательные вычисления верны и там?

Кипение — многоплановый процесс, при котором жидкое вещество переходит в газообразное состояние. Температура кипения зависит от атмосферного давления. Как только частицы находящейся в кастрюле воды приобретут энергию, достаточную, чтобы оторваться от остальной жидкости, им придется преодолевать еще и сопротивление воздуха. Это тем сложнее, чем плотнее воздух. На вершине Килиманджаро высотой 5895 м давление воздуха ниже, чем на уровне моря. Значит, процесс упростится, то есть вода закипит при более

Замерзнуть насмерть

На собеседовании с инженерами почти всегда разбирается следующая ситуация. Где-то во льдах Арктики разбивается самолет. Температура –20 °C, никто из выживших не одет как следует. Но кто-то из них вдруг понимает, что если вода не замерзла, значит, ее температура не может быть ниже 0 °C. Неужели чтобы сохранить «тепло», все должны прыгнуть в воду? Решение кажется логичным: в конце концов, вода действительно теплее. Однако правильный ответ — «нет», и он напрямую связан с теплопроводностью. Теплопроводность воды почти в 20 раз выше, чем у воздуха. Даже если он холоднее, в воде вы будете отдавать тепло в 20 раз быстрее. И пускай разница температур между человеческим телом (37 °C) и воздухом составляет 57 °C — это всего в полтора раза больше разницы температур между человеческим телом и водой в океане. Из-за более высокой теплопроводности вода очень быстро преодолеет это расхождение и станет, вне всяких сомнений, фатальным выбором. С другой стороны, ее более высокая теплопроводность объясняет, почему так приятно плескаться в бассейне в жаркий день, когда и вода, и воздух имеют одинаковую температуру — 27 °C.

низкой температуре — примерно при 93,7 °C. Как это повлияет на время варки? Если $T_{\text{воды}}$ теперь составляет 93,7 °C, или 366,7 K, вы получаете:

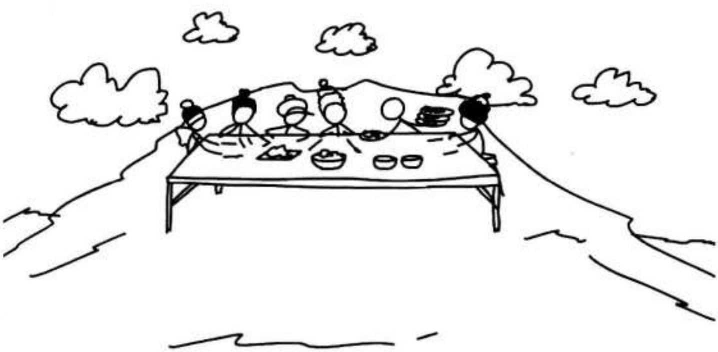
$$\text{Время} = 5366 \times \ln(1{,}824)$$

$$\text{Время} = 3225 \text{ секунды}$$

(с округлением до ближайшей целой секунды).

То есть почти 54 минуты — на 10 минут больше, чем следовало из вашего первоначального расчета, и, возможно, не то, чего можно было бы ожидать от мизерной разницы в 6,3 K. По счастью, на вершину вас доставит вертолет!

Вы тщательно упаковываете оборудование, предназначенное для приготовления пищи на открытом воздухе, и надеетесь, что вибрации при полете не повредят яйцо до начала варки. Пока яйцо будет добрый час вариться (не забываем о его толстой скорлупе), вы готовите «солдатики»: нарезаете, намазываете маслом и поджариваете хлеб. Получаете восхитительно текучий и при этом теплый желток, радуете босса и сохраняете за собой должность.



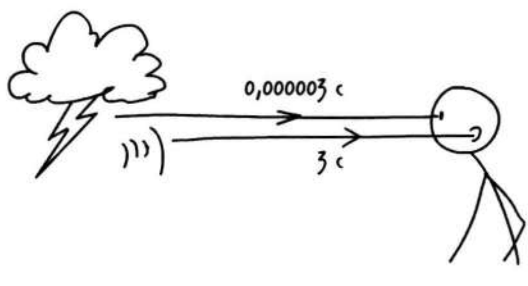
ГЛАВА 18
ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ УТОПИЯ

Вы совершили важное научное открытие, способное изменить мир. До сих пор люди добывали энергию с огромным трудом. Основная ее форма — это электроэнергия, а ваше открытие позволит преобразовывать материю напрямую в электричество. Другими словами, традиционное топливо попросту обессмыслится, что ощутимо скажется на производственных затратах и расходах на доставку почти всего на свете — от продуктов питания до смартфонов. Благодаря вашим стараниям выработка энергии станет дешевым и чистым делом, а глобальное потепление отступит. Исчезнет нищета, а финансовая система, так сильно зависящая от цен на нефть, будет полностью перекроена. Современная утопия. И все благодаря вашему открытию! Если сейчас человечество расходует

энергию в количестве 600 тераджоулей* в год, сколько потребуется материи, чтобы полностью удовлетворить потребности землян?

$E = mc^2$ — формула, процитировать которую способно большинство, но разъяснить — немногие. Ее можно найти в работах Альберта Эйнштейна (и других ученых) по теории относительности, это базовая формулировка, которая сообщает нам, что масса и энергия суть одно и то же. Несмотря на то что короткая формула всего из трех элементов кажется очень простой, она объясняет фундаментальные законы нашей Вселенной.

E означает энергию в джоулях, m — массу в килограммах, а c — скорость света в вакууме, которая измеряется в метрах в секунду. Ненадолго сосредоточимся именно на c. В главе 2 я упоминал, что скорость света в безвоздушном пространстве будет максимальной величиной для нашей Вселенной. Ничто не способно перемещаться быстрее, чем свет в вакууме, который двигается очень, очень быстро — чуть меньше, чем 300 000 000 м/с. Одного взгляда на эту цифру достаточно, чтобы мы могли понять: свет перемещается мгновенно. Его скорость исключительно важна для формулы, поэтому давайте рассмотрим пример применительно к нашим реалиям.



* Тераджоуль, ТДж — кратная единица измерения работы, тепла и энергии; 1 ТДж равен 1012 Дж. — *Прим. пер.*

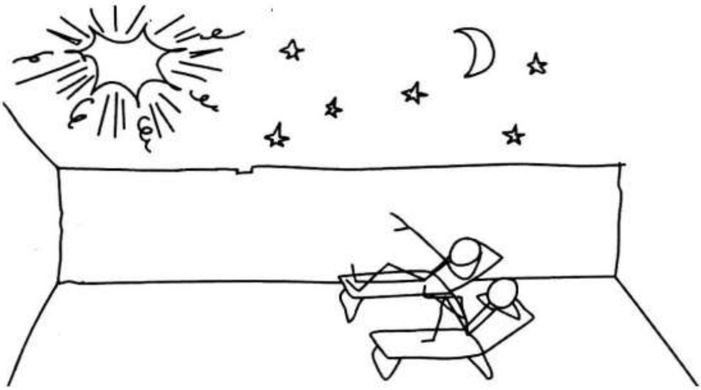
В ненастную ночь где-то вдалеке вы замечаете вспышку молнии. Начинаете считать: «Одна тысяча раз, одна тысяча два, одна тысяча три», — и тут до вас доносится раскат грома. Звук распространяется в воздухе со скоростью около $\frac{1}{3}$ км/с — следовательно, те три секунды, что вы успели засечь, означают, что молния ударила за километр от вас. Свет движется в воздухе почти с той же скоростью, что и в вакууме, и если вы воспользуетесь формулой «время = расстояние ÷ скорость», то получите следующее:

$$\text{Время} = 1000 \div 300\,000\,000$$
$$\text{Время} = 0{,}000003 \text{ с.}$$

Три миллионные доли секунды. Ученые все еще спорят, какой интервал времен способен воспринимать человек, но в любом случае наименьший из них составляет тысячные доли секунды. Впрочем, свет будет добираться до вас еще дольше — при условии, что его источник довольно-таки далеко. Так, если Проксима Центавра, ближайшая к Солнцу звезда, когда-нибудь взорвется, на Земле не узнают об этом еще четыре года. Когда вы смотрите на звезды, вы смотрите в прошлое. Самая дальняя от нас «звезда», которую вы, скорее всего, способны увидеть невооруженным глазом, — на самом деле не звезда, а галактика Андромеды. Эта галактика находится от Земли на расстоянии чуть более 2 миллионов световых лет, так что на самом деле ее звезды испустили свет, который мы видим, примерно в то же время, когда первые *Homo erectus** покинули Африку.

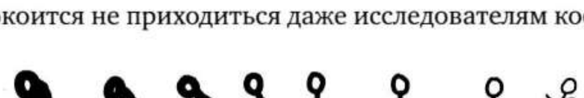
---

* Человек прямоходящий — ископаемый вид людей, который рассматривают как непосредственного предка современного человека; согласно предположениям, появился в Восточной Африке 2 млн лет назад и через Ближний Восток широко распространился по Евразии 1–1,5 млн лет назад. — *Прим. пер.*



Эйнштейн рассудил, что если энергия и вещество равнозначны, то все, что увеличивает энергию, увеличивает и массу объекта. Существует множество видов энергии. Кинетическая (заданная движением), гравитационная (обусловленная силой тяжести), тепловая (вызванная нагревом) и электрическая (возникающая благодаря электрическому заряду) — вот лишь некоторые из них. Чаще всего влияние энергии на массу несущественно. Формула Эйнштейна дает нам возможность определить массу объекта, находящегося в покое, то есть энергию, которой он обладает при отсутствии всех остальных видов энергии.

Объект начинает получать энергию — предположим, за счет движения — и становится тяжелее. Как правило, для всего, что перемещается со скоростью менее 10% от c, или 30 000 000 м/с, прирост массы оказывается ничтожно малым. Самый быстрый космический аппарат, солнечный зонд «Паркер», развивает скорость до 200 000 м/с, а значит, беспокоится не приходиться даже исследователям космоса.



Со скоростью света способно перемещаться только то, что вообще не имеет массы, например, фотоны — наименьшие частицы электромагнитного излучения, образующие свет. Их масса покоя равна нулю, и понятно, что своей энергией они обязаны только скорости.

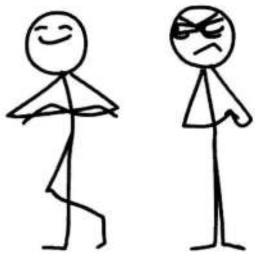
Формула Эйнштейна подразумевает, что килограмм любого вещества, будь то вода, сыр, осколок Плутона или космическая пыль, обладает следующим количеством энергии:

$$E = 1 \times 300\,000\,000^2 = 90\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ Дж}.$$

Это много. Атомные электростанции работают согласно принципу: при расщеплении тяжелое атомное ядро распадается на два или более осколков меньшей массы, при этом суммарная масса производных частиц получается меньше массы исходных. Разница преобразуется в энергию, в том числе и тепловую, которую мы используем для производства электроэнергии. Под воздействием Солнца все происходит с точностью до наоборот. В процессе синтеза две меньшие молекулы (водород) образуют большую (гелий). Масса гелия не настолько велика, как совокупная масса двух молекул водорода, поэтому в ходе реакции снова высвобождается энергия; часть ее превращается в тепло и свет, которые так необходимы всем живущим на Земле.

Но даже при ядерных реакциях в энергию преобразуется незначительная доля определенного вещества. При атомной бомбардировке Хиросимы в энергию было превращено всего 0,7 грамма урана, что, впрочем, эквивалентно 15 000 тоннам тротила. Благодаря Солнцу в энергию ежесекундно обращается 500 миллионов тонн материи. Это множество Хиросим. Как бы то ни было, все эти разговоры об атомных бомбах звучат не очень дружелюбно по отношению к окружающей среде, и, кроме того, вам хотелось бы преобразовать в энергию все вещество целиком. Возможно ли это?

Что тут скажешь? В теории — да, возможно. Наряду с материей во Вселенной существует вещество под названием антиматерия. У каждой материальной крупицы есть злой двойник из антивещества. Почему злой?



Если бы частица материи встретилась с соответствующей частицей антиматерии, они уничтожили бы друг друга (взаимно аннигилировали), а вся масса перешла бы в другие формы энергии — скорее всего, в сверхбыстрые фотоны, гамма-лучи. Но даже если бы вещество и его зеркальный двойник не принадлежали к одному и тому же типу частиц, они все равно аннигилировали бы до осколка с меньшей массой.

Своим появлением антиматерия обязана реакциям, возникающим при распаде частиц. Мы используем их в таком виде медицинской диагностики, как позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ). В тело пациента вводится радиоактивный препарат, производящий позитроны (античастицы электронов), и специальное устройство, фиксируя энергию, которая возникает при аннигиляции, формирует изображение внутренних органов человека.

Вернемся к проблеме мирового энергетического кризиса. 600 тераджоулей — это 600 000 000 000 000 джоулей, и более 80% из них мы все еще получаем из твердых полезных ископаемых. (Приставка «тера-», происходящая

Банановая антиматерия

Возможно, вы слышали, что бананы — отличный источник солей калия, которые регулируют уровень жидкости в организме. Еще они весьма полезны (если хочется что-нибудь перехватить) и предотвращают судороги, возникающие из-за электролитного дисбаланса. Но есть изотоп калия — калий-40, который обладает незначительной радиоактивностью. Один из продуктов его распада — позитрон. Антивещество. И хотя из 10 000 атомов обыкновенного калия всего один является калием-40, это все равно означает, что любой банан средних размеров каждые 75 минут производит по позитрону.

от древнегреческого слова «чудовище», тут очень уместна.) С помощью формулы Эйнштейна вы вычисляете, сколько потребуется материи:

$$E = mc^2.$$

Выражаете m, поделив обе части уравнения на c^2:

$$m = \frac{E}{c^2}.$$

Подставляете значения E = 600 000 000 000 000 и c = = 300 000 000:

$$m = \frac{600\,000\,000\,000\,000}{300\,000\,000^2}.$$

Возводите знаменатель в квадрат:

$$m = \frac{600\,000\,000\,000\,000}{90\,000\,000\,000\,000\,000}.$$

Сокращаете дробь:

$$m = \frac{1}{150}.$$

Получается, что ваше изобретение могло бы обеспечить целый мир годовым запасом энергии, если бы у вас было всего 7 грамм материи ($\frac{1}{150}$ килограмма)*. Для наглядности сравните этот мизерный результат с 15 миллиардами тонн твердых полезных ископаемых, которые мы добываем ежегодно. Вот какова энергия антивещества!

Тогда почему мы до сих пор его не используем? Есть две причины. Во-первых, антиматерию очень сложно хранить. Из-за вышеупомянутой аннигиляции антивещество нельзя поместить в то, что сделано из обычной материи. Заряженные частицы можно удержать в подвешенном состоянии в вакууме посредством магнитного поля, однако зарядить удастся только самые мелкие из них. Во-вторых, если взвесить всю антиматерию, которую человечество успело искусственно создать, у нас будет всего несколько миллиардных долей грамма.

Таким образом, ваше удивительное изобретение должно улавливать и накапливать антиматерию, потом преобразовывать энергию, которая высвобождалась бы в процессе аннигиляции, в полезный для жителей Земли вид — электричество, да еще ее и хранить. Вот это да! Допустим, вы на самом деле придумали нечто подобное. Это «нечто» полностью преобразило бы весь мир и, возможно, позволило бы нам отправиться к другим планетам и звездам. И всем этим мы были бы обязаны короткой формуле столетней давности.

---

* Материи потребуется в два раза меньше, если учитывать массу антиматерии, используемой в процессе аннигиляции. — *Прим. науч. ред.*

СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ

c

Латинская буква «цэ», используется для обозначения скорости света.

e

Математическая константа, приблизительно равная 2,71828.

G

Гравитационная постоянная (постоянная Ньютона), определяющая взаимное притяжение объектов в пространстве под действием силы гравитационного притяжения.

g

Ускорение свободного падения на поверхности Земли, обусловленное силой тяжести и приблизительно равное 9,8 м/с^2.

μ

Греческая буква «мю», используется для обозначения величины трения между двумя поверхностями и коэффициента трения.

π

Греческая буква «пи», используется для обозначения математической константы, выражающей отношение длины окружности к ее диаметру, которое приблизительно равно 3,14.

ρ

Греческая буква «ро», используется для обозначения плотности вещества.

Атом

Наименьшая частица химического элемента.

Баллистика

Наука, изучающая движение брошенного объекта (снаряда).

Вакуум

Безвоздушное пространство.

Вес

Сила, с которой объект действует на опору или крепление.

Внутренний угол

Угол между двумя сторонами многоугольника, сходящимися в той или иной вершине.

Вынесение за скобки общего множителя

Метод, противоположный раскрытию скобок.

Выпуклый многоугольник

Многоугольник, внутренние углы которого меньше 180°.

Выражение

Математическая запись, состоящая из символов, цифр и букв.

Гравитационная потенциальная энергия

Энергия, которой обладает объект, поднятый на определенную высоту.

Гравитация

Сила, которая притягивает два объекта друг к другу.

Дельтоид

Четырехугольник с двумя парами равных смежных сторон.

Джоуль

Единица измерения энергии.

Диагональ

Отрезок, соединяющий несмежные вершины многоугольника.

Диаметр

Отрезок, проходящий через центр круга и соединяющий две противоположные точки окружности; также длина этого отрезка.

Длина окружности

Длина замкнутой кривой — границы круга.

Дуга

Участок окружности, ограниченный двумя точками на ней.

Знаменатель

Число или выражение под знаком обыкновенной дроби.

Извлечение корня

Действие, обратное возведению числа в степень.

Калория

Единица измерения тепловой энергии; чаще всего применяется для подсчета энергетической ценности пищевых продуктов.

Квадратное уравнение

Уравнение, в котором наивысшая степень неизвестного равна 2.

Квадратный корень

Действие, обратное возведению числа в квадрат.

Кельвин

Единица измерения термодинамической температуры, используется как мера тепловой энергии объекта.

Кинетическая энергия

Энергия движущегося объекта.

Кратность

Способность одного числа делиться на другое без остатка.

Логарифм

Показатель степени, в которую следует возвести одно число, чтобы получить другое.

Масса

Мера количества вещества в объекте.

Матрица

Массив из чисел, записанный в виде прямоугольной таблицы.

Многоугольник (полигон)

Геометрическая фигура с плоскими сторонами, например треугольник, четырехугольник и так далее.

Молекула

Частица, которая состоит из двух или более атомов, связанных между собой.

Мощность

Скорость потребления, изменения, преобразования или передачи энергии.

Натуральный логарифм

Логарифм с основанием *e*.

Невыпуклый многоугольник

Многоугольник, у которого один или несколько внутренних углов больше 180°.

Объем

Количественная характеристика пространства, которое занимает объект или вещество.

Овал

Плоская замкнутая выпуклая кривая яйцеобразной формы.

Округление

Математический процесс, при котором число округляется до ближайшего целого (меньшего или большего).

Окружность

Замкнутая кривая, граница круга (его периметр).

Орбита

Траектория, по которой движется спутник.

Парабола

Траектория полета снаряда и форма графика квадратичной функции.

Параллелограмм

Четырехугольник с двумя парами равных противоположных сторон.

Парсек

Единица измерения расстояний в астрономии, приблизительно равная 31 триллиону километров.

Пентагон

Многоугольник с пятью равными сторонами.

Периметр

Общая длина границы плоской фигуры.

Плотность

Отношение массы объекта к его объему.

Площадь

Пространство, которое занимает плоская фигура.

Полусфера

Половина сферы.

Произведение

Результат умножения чисел.

Простое число

Целое положительное число с двумя делителями.

Процент

Доля (сотая часть) по отношению к целому.

Радиус

Отрезок от центра круга к окружности; также длина этого отрезка.

Размещение

Разновидность множества, в котором порядок элементов имеет значение.

Раскрытие скобок

Избавление от скобок в уравнении или в формуле.

Равнодействующая сила

Сумма всех сил, одновременно действующих на объект.

Ромб

Параллелограмм с равными сторонами.

Ряд

Математическая последовательность, члены которой суммируются.

Световой год

Расстояние, которое свет преодолевает за год.

Сектор

Часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами.

Сила натяжения

Результат сил, действующих на нить.

Сила трения

Сила, возникающая при соприкосновении двух объектов и препятствующая их относительному движению.

Снаряд (брошенный объект)

Запущенный или брошенный с определенной скоростью и под определенным углом объект, траектория которого зависит только от силы тяжести.

Сокращение дробей

Деление числителя и знаменателя дроби на общий коэффициент.

Составное число

Целое положительное число, которое является произведением двух или более натуральных чисел.

Сочетание

Разновидность множества, в котором порядок элементов не имеет значения.

Спутник

Объект, который движется по орбите вокруг другого объекта.

Степень

Результат многократного умножения числа на себя.

Субатомная частица

Частица, которая намного меньше атомов или входит в них.

Сфера

Поверхность шара.

Теплопроводность

Способность объекта проводить энергию (теплоту).

Траектория

Линия в пространстве, по которой движется объект.

Трапеция

Четырехугольник с двумя параллельными сторонами.

Удельная теплоемкость

Количество энергии, необходимое для нагрева 1 килограмма вещества на 1 градус по шкале Кельвина.

Уравнение

Математическое суждение, связывающее два выражения знаком равенства.

Ускорение

Изменение скорости объекта за определенный период времени.

Факториал

Произведение всех целых положительных чисел, меньших или равных какому-либо числу: например, $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4$.

Формула

Научное утверждение, записанное математическим языком, чтобы упростить вычисления.

Четырехугольник

Многоугольник с четырьмя сторонами.

Числитель

Число над знаком дроби.

Шкала Фаренгейта

Температурная шкала, основанная на температуре замерзания смеси воды, льда и нашатыря и температуре здорового человека.

Шкала Цельсия

Температурная шкала, основанная на температурах таяния льда и кипения воды.

Уоринг Крис

Формулы на все случаи жизни

Как математика помогает выходить из сложных ситуаций

Главный редактор *С. Турко*
Руководитель проекта *О. Равданис*
Арт-директор *Ю. Буга*
Адаптация оригинальной обложки *Д. Изотов*
Корректор *А. Кондратова*
Компьютерная верстка *М. Поташкин*

Подписано в печать 25.05.2022. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.
Объем 12,5 печ. л. Тираж 1500 экз. Заказ № 4293.

ООО «Альпина Паблишер»
123060, Москва, а/я 28
Тел. +7 (495) 980-53-54

ООО «Альпина Диджитал»,
123007, г. Москва, ул. 4-я Магистральная, д. 5, стр. 1, этаж 3,
пом. XIII, ком. 106; ОГРН 1137746300768
www.alpina.ru
e-mail: info@alpina.ru

Знак информационной продукции
(Федеральный закон № 436-ФЗ от 29.12.2010 г.) 12+

Отпечатано с готовых файлов заказчика
в АО «Первая Образцовая типография»,
филиал «УЛЬЯНОВСКИЙ ДОМ ПЕЧАТИ»
432980, Россия, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14

«АЛЬПИНА ПАБЛИШЕР» РЕКОМЕНДУЕТ

Магия математики

Как найти x и зачем это нужно

Артур Бенджамин

Задумайте любое число от 20 от 100. Задумали? Сложите между собой составляющие его цифры. Вычтите получившуюся сумму из задуманного вами числа. И снова сложите цифры. Получилось 9?

Здорово, правда? Вся математика построена на таких вот фокусах, о которых в школах нам почему-то не рассказывают. В этой книжке я покажу вам, как с помощью обычных чисел, фигур и простой логики творить настоящие чудеса.

О чем книга

Почему нельзя было раньше узнавать о числах, алгебре и геометрии в такой увлекательной форме? Почему нельзя было сразу объяснить, зачем нам все эти параболы, интегралы и вероятности. Оказывается, математика окружает нас. Она повсюду! По параболе льется струя воды из фонтана, а инженеры используют свойства параболы, чтобы рассчитать траекторию полета самолетов и спутников. С помощью интегралов можно вычислить, сколько вам нужно линолеума, чтобы застелить помещение непрямоугольной формы. А умение вычислять вероятность события поможет выиграть в покер.

«Магия математики» — та книга, о которой вы мечтали в школе. Все, от чего раньше голова шла кругом, теперь оказывается простым и ясным: треугольник Паскаля, математическая бесконечность, магические свойства чисел, последовательность Фибоначчи, золотое сечение. А еще профессиональный фокусник Артур Бенджамин делится секретами математических фокусов. Продемонстрируйте их — ваши зрители точно потянутся за калькуляторами, чтобы пересчитать.

Почему книга достойна прочтения

- Более захватывающей книги про математику вы еще не встречали.
- После этой книги вы будете чувствовать себя математическим гением. Это колоссальное удовольствие — понять то, что казалось таким сложным.
- Вы научитесь делать в уме сложные вычисления и угадывать загаданные другими людьми числа. Никакой магии, разве что немного математической магии.

Кто автор

Артур Бенджамин — профессор кафедры математики имени Смолвудов Колледжа Харви Мадда (Клермонт, Калифорния), а также профессиональный фокусник. Занимает пост редактора журнала *Math Horizons*, выпускаемого Американской математической ассоциацией. Ежемесячник *Rider's Digest* назвал его «лучшим математическим умом Америки».

Книги издательской группы «Альпина»
вы всегда можете купить на сайте* **alpina.ru**

* ООО «Альпина Диджитал», 123007, г. Москва, ул. 4-я Магистральная, д. 5, стр. 1, этаж 3, пом. XIII, ком. 106; ОГРН 1137746300768

Озадачник

133 вопроса на знание логики, математики и физики

Павел Полуэктов, Николай Полуэктов

Три раздела нашей книги — «Логика», «Математика», «Физика» — не связаны друг с другом только на первый взгляд. Если разобраться, то их никак не разделить: логические рассуждения порождают физические законы, а математика позволяет все это обсчитать и получить конечный результат, что называется, в цифре.

Николай Полуэктов

О чем книга

Может ли завтра начаться сегодня? Как быстро перемножить в уме 748 на 1503? Каков минимальный размер черной дыры? Почему не тают ледяные жилища эскимосов, когда в них разводят огонь? Авторы предлагают вам проверить свои знания математики, физики и логики. Каверзные вопросы, варианты ответов с подвохом и подробные решения помогут провести время интересно и с пользой.

Почему книга достойна прочтения

- Пользоваться книгой очень просто: читайте условие задачи, выбирайте правильный вариант ответа, сверяйтесь с решением задачи на следующей странице.
- Авторы собирали под одной обложкой множество загадок, с которыми они повстречались в разной литературе, столкнулись на собственном опыте.

Кто авторы

Павел Полуэктов — доктор физико-математических наук, профессор. Окончил с отличием кафедру «Теоретическая ядерная физика» МИФИ, с 1977 года работал в Институте неорганических материалов (ВНИИНМ).

Николай Полуэктов — кандидат физико-математических наук. Как и его отец, окончил с отличием ту же кафедру МИФИ. Сотрудник Института общей физики РАН, также работал журналистом в ИД «Коммерсантъ», занимается предпринимательской деятельностью.

Математические трюки для быстрого счёта

Ингве Фогт

О чем книга

Забудьте о калькуляторе, эта книга научит вас скоростным вычислениям в уме или с карандашом. Чтобы считать быстрее, достаточно думать немного иначе, уверен ее автор Ингве Фогт — норвежский журналист научного журнала *Apollon* и фанат математики. Вы узнаете о простых и нескучных методах быстрого счета, для которых понадобится лишь знание базовых арифметических правил. Метод Трахтенберга, китайский способ счета с помощью черточек и множество других математических техник помогут вам без труда складывать и вычитать, умножать и делить, извлекать квадратный корень и возводить в квадрат большие числа.

А еще вы найдете необычные факты и увлекательные истории о числах и людях, которые без ума от них, и познакомитесь с краткой тысячелетней историей систем счисления, начиная со времен Древней Греции до сегодняшней цифровой эпохи.

Почему книга достойна прочтения

- В основе книги лежат семь легких математических правил. Сравнить их можно с содержимым столярного ящика. Строя прекраснейшие дома, плотник пользуется лишь пилой и топором. Вот и вам понадобится всего несколько математических инструментов, чтобы стать мастером быстрого счета. Некоторые из этих инструментов такие простые, что вы, возможно, сочтете лишним их упоминать. Но я все равно расскажу о них — во-первых, потому что они важные, а во-вторых, потому что они простые и лишний раз порадуют вас.
- Как сказал, демонстрируя по телевизору свой рекорд, он сам, «встроенный в мозг калькулятор — это щедрый подарок, вот только слова мешают». Дело в том, что считает Фленсбург быстрее, чем успевает произнести ответ, хотя говорит тоже не медленно. Это несоответствие скорости работы мозга темпу речи можно сравнить с супербыстрым компьютером, подключенным к постоянно зависающему принтеру.
- Несмотря на то что в квадрат вы возводите трехзначное число, всего несколько элементарных вычислительных операций приводят вас к шестизначному ответу. Старомодный и тоскливый школьный метод заставил бы вас провести девять операций умножения и сложить уйму чисел. Хвала небесам, его времена прошли.
- Один из самых забавных способов быстрого счета — это умножение на 11. Даже если вы умножаете огромные числа, например несколько миллиардов, ответ получите всего за несколько секунд и никаких промежуточных вычислений не потребуется. Это — настоящая математическая ракета.

Кто автор

Ингве Фогт — норвежский журналист, пишет для научного журнала *Apollon* Университета Осло.

Думай как математик

Как решать любые задачи быстрее и эффективнее

Барбара Оакли

Каждый из нас стремится стать лучше: больше помнить, развивать воображение и творческие способности, меньше поддаваться прокрастинации. Книга «Думай как математик» посвящена именно этим вопросам и способам развития своего мышления. Она позволяет взглянуть на повседневные вещи под другим углом и превратить их в отличный тренажер для собственного развития.

Научно-популярный портал «Чердак»

О чем книга

Принято считать, что математики — это люди, наделенные недюжинными интеллектуальными способностями, которые необходимо развивать с самого детства. И большинству точность и логичность математического мышления недоступна. Барбара Оакли, доктор наук, доказывает, что каждый может изменить способ своего мышления и овладеть приемами, которые используют все специалисты по точным наукам.

Почему книга достойна прочтения

Из этой книги вы узнаете:

- почему важно усваивать знания порциями;
- как преодолеть «ступор» и добиться озарения;
- какую роль играет сон в решении сложных задач;
- что такое прокрастинация и как с ней бороться;
- почему практика вспоминания гораздо эффективнее, чем перечитывание несколько раз одного и того же;
- что такое «интерливинг» и почему он так полезен для запоминания и усвоения новой информации.

Кто автор

Барбара Оакли, доктор наук, инженер-консультант, член совета Американского института медицинского и биологического машиностроения. Барбара сменила несколько профессий: была переводчиком с русского языка на советском траулере в Беринговом море, работала преподавателем в Китае, служила в войсках связи США, в Западной Германии командиром отделения связистов. Она на своем личном опыте доказала, что человек способен тренировать свой мозг и осваивать новые, казавшиеся недоступными области знаний.

Анатомия заблуждений

Большая книга по критическому мышлению

Никита Непряхин

О чем эта книга

Критическое мышление — ключевой навык XXI века, который позволяет не утонуть в бесконечном океане информации, отделять правду от лжи, взвешенно и рационально принимать решения и включать логику тогда, когда нужно.

Новая книга Никиты Непряхина — увлекательное путешествие по миру иллюзий и лабиринту особенностей мышления, которое дает ответы на многие вопросы. Почему мы верим во всякую чушь? Откуда у людей столько предрассудков? Что такое мистическое мышление? В чем разница между наукой и мракобесием? Как отделять правду от фейков и мыслить гибко и беспристрастно? Как заглядывать в будущее с помощью абдукции?

Автор дает читателям конкретные прикладные инструменты: понимание своих и чужих когнитивных искажений, основы формальной и неформальной логики, теорию аргументации, технологии фактчекинга, алгоритмы принятия решений и креативного мышления. «Анатомия заблуждений» подобна пособию по разоблачению фокусов: умному, подробному, а главное — понятному. Книга описывает самые популярные мифы и заблуждения в истории человечества: от астрологии и гомеопатии до экстрасенсов и призраков.

«Анатомия заблуждений» — первая книга по критическому мышлению, написанная отечественным автором. В ней вы найдете множество реальных примеров и кейсов, иллюстраций и исследований, а также практических упражнений для закрепления полученных знаний на практике. Эта книга способна перевернуть ваши представления о себе и окружающем мире.

Почему книга достойна прочтения

- Развитие критического мышления: советы, реальные кейсы, упражнения.
- Анализ и аргументированное разоблачение основных заблуждений и мифов.

Кто автор

Никита Непряхин — телерадиоведущий, писатель, владелец тренинговой компании Business Speech.

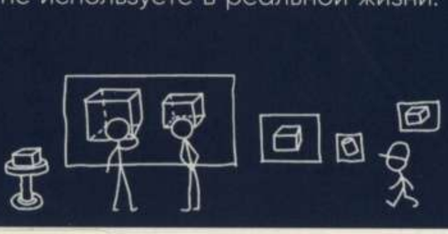
Ведущий авторской программы «Управление делами» на радио «Москва FM».

КРИС УОРИНГ – преподаватель математики, влюбленный в свое дело. Окончил Имперский колледж Лондона с дипломом инженера-механика и, недолго проработав консультантом по персоналу, стал преподавать математику – детям, подросткам и абитуриентам Оксбриджа.
«Формулы на все случаи жизни» – несерьезная книга по математике для нематематиков.
При помощи серии забавных сценариев Крис Уоринг разъясняет, каким образом царица наук способна спасти положение в самых разных ситуациях – от зомби-апокалипсиса до составления плана рассадки на шпионской свадьбе.

Забудьте о создании НЗ из консервов или о строительстве подземного бункера: знание математики, понимание сил природы и алгоритмов человеческих действий — вот ключи к выживанию в нашем непредсказуемом мире.

Книга «Формулы на все случаи жизни: Как математика помогает выходить из сложных ситуаций» — руководство для выживальщиков. Не важно, придется ли вам отвечать за ликвидацию крупного разлива нефтепродуктов в Тихом океане или ставить сцену опасной драки в голливудском блокбастере — супергероями и первоклассными секретными агентами в одном лице этих действий будут уравнения.

Крис Уоринг раскрывает нам пользу и силу математики на примере откровенно абсурдных ситуаций, устраняя их с помощью уравнений, которые вы наверняка не используете в реальной жизни.



Формулы на все случаи жизни: Как математика помогает выходить из сложных ситуаций

Цена 700 руб.

2 000000 462295